

## Un problema di generazione di turni ferroviari

Una nuova compagnia ferroviaria offre un collegamento tra le città di Roma, Milano, Napoli e Bologna. I servizi offerti sono i seguenti:

ID servizio	Lista servizi				Soluzione duale	Durata (min)	Pausa breve
	Da	partenza	A	arrivo			
1	RM	0.10	NA	2.10	300	120	24
2	RM	4.00	MI	9.00	1020	300	60
3	RM	8.00	BO	10.30	600	150	30
4	RM	9.00	MI	12.30	350	210	42
5	NA	6.00	RM	8.00	400	120	24
6	NA	10.00	MI	15.50	500	350	70
7	NA	3.00	BO	8.00	420	300	60
8	BO	11.10	MI	12.10	180	60	12
9	MI	11.00	TO	12.00	400	60	12
10	TO	9.30	RM	14.30	1200	300	60
11	TO	14.00	MI	15.00	390	60	12
12	MI	04.00	RM	09.00	650	300	60
13	MI	17.00	RM	22.00	1000	300	60

Durante la soluzione del problema di crew scheduling si ottiene una soluzione ammissibile e il valore in tabella per la soluzione duale corrispondente. Dimostrare l'ottimalità della soluzione corrente o definire un nuovo turno ammissibile di costo ridotto negativo.

### Ammissibilità turno:

- Vincoli sui servizi consecutivi (i,j) in un sottoturno.
  1. Località arrivo di i = località partenza di j
  2. Tempo partenza di j maggiore o uguale al tempo di arrivo di i + durata pausa breve
  3. Durata pausa breve almeno 20% della durata del servizio precedente
- Vincoli sui sottoturni
  4. Durata max 10 ore
  5. Tempo max di espletamento servizi 6 ore (360 minuti)
  6. Durata minima della pausa lunga tra 2 sottoturni 12 ore, massima 24 ore
- Vincoli sui turni
  7. Inizia e termina a Roma
  8. Max durata 36 ore (2160 minuti)
  9. inizia e termina all'ora (cioè se il primo servizio inizia alle 8:45 il turno inizia alle 8:00)

### Costo di un turno

I turni si dividono in brevi (un solo sottoturno svolto interamente tra le 4:00 e le 22:00), notturni (un solo sottoturno che inizia prima delle 4:00 o termina dopo le 22:00), lunghi (due sottoturni, con inizio dopo le 4:00 e termine prima delle 22:00 del giorno successivo, estremi inclusi)

Il costo di espletamento di un servizio è di 3 euro/minuto, il costo della pausa breve è di 2 euro/minuto, il costo della pausa lunga è un fisso di 300 euro. Un turno notturno ha un costo fisso aggiuntivo di 100 euro (oltre ai costi dei servizi e delle pause)

### Soluzione

La costruzione di un turno di costo ridotto negativo richiede di trovare un cammino di lunghezza negativa nel grafo avente come nodi i seguenti eventi:

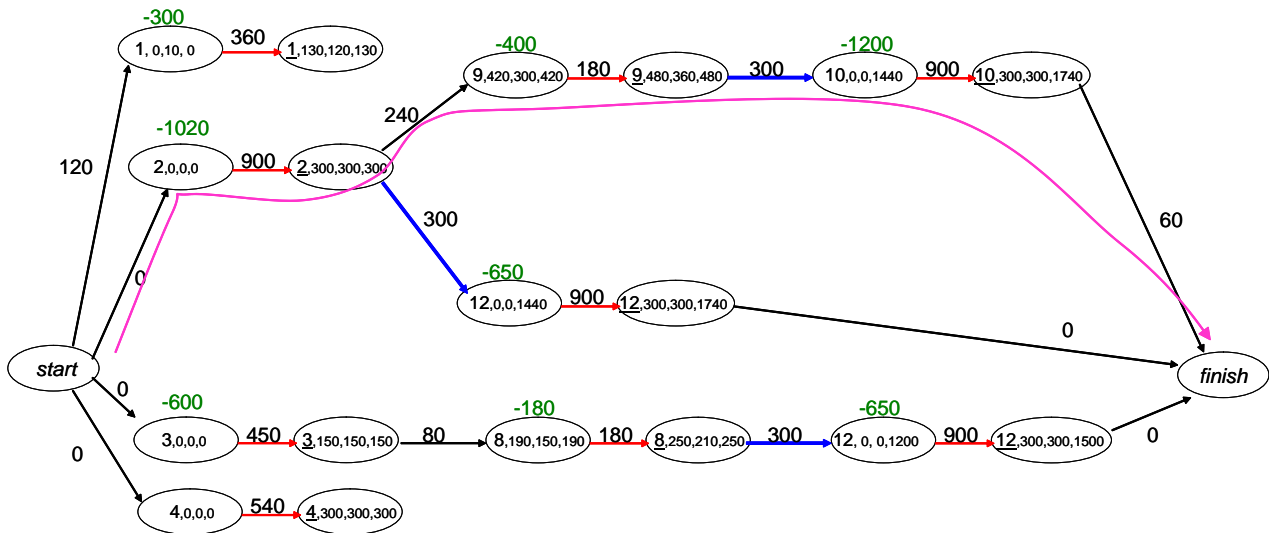
(id servizio, durata sottoturno, carico lavoro sottoturno, durata turno)

Tutti i tempi verranno espressi in minuti. In effetti per ogni servizio può essere conveniente (non necessario) utilizzare due nodi corrispondenti all'inizio e alla fine del servizio. Nel seguito verranno contrassegnati con id e id rispettivamente

Due nodi speciali saranno utilizzati per rappresentare l'inizio (*start*) e la fine (*finish*) del turno.

Un arco collega due nodi se gli eventi associati al nodo possono verificarsi consecutivamente in un turno ammissibile.

Partendo dal nodo *start*, iniziamo a costruire tutti i cammini (turni) possibili: per il vincolo 7 il primo servizio dovrà partire da Roma. Gli archi verranno pesati con il costo monetario associato ed i nodi di inizio servizio verranno pesati con le variabili duali corrispondenti (in verde). Gli archi associati all'espletamento di un servizio sono evidenziati in rosso e pesati con il costo di espletamento. Gli archi associati ad una pausa lunga sono evidenziati in blu e pesati con il costo di una pausa lunga (fisso = 300 euro).



Dopo alcuni tentativi otteniamo il cammino evidenziato in rosa di lunghezza  $-400 < 0$ , questo turno ha quindi costo ridotto negativo e può entrare in base.