

Nome:
Cognome:

NB: La domanda di teoria è facoltativa

Esercizio 1

L'energia potenziale di un corpo di massa m alla quota y ha energia potenziale mgy , dove g è l'accelerazione di gravità. Un corpo puntiforme che cade in una buca tende a portarsi in equilibrio nella posizione di minima energia potenziale.

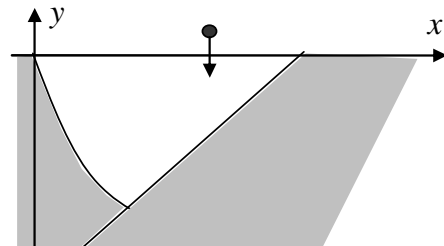
Data la buca in figura, descritta dalle disequazioni

$$\begin{cases} 3y \geq x^2 - 8x \\ y \geq x - 6 \end{cases}$$

1. Formulare come problema di programmazione non lineare con 2 variabili il problema di definire il punto di equilibrio di un corpo puntiforme di massa

$$m = \frac{1}{g} \text{ che cade nella buca.}$$

2. Determinare eventuali punti di non qualificazione dei vincoli nell'insieme ammissibile
3. Determinare quali punti dell'insieme ammissibile soddisfano le condizioni KKT
4. Trovare i punti di minimo globale del problema vincolato.



Esercizio 2

Un'azienda deve pianificare la produzione di un prodotto nei prossimi 3 mesi, con una domanda pari a 7, 5 e 4 rispettivamente nel mese 1, 2 e 3. I costi di produzione nel mese $i=1,2,3$ seguono questo andamento:

$$C_i(x_i) = \begin{cases} 0 & \text{se } x_i = 0 \\ A_i + 4x_i & \text{se } 0 < x_i \leq 6 \\ B_i + 3x_i & \text{se } x_i > 6 \end{cases} \quad \text{dove} \quad \begin{cases} A_1 = 7 & ; & B_1 = 13 \\ A_2 = 4 & ; & B_2 = 10 \\ A_3 = 6 & ; & B_3 = 12 \end{cases}$$

L'inventario iniziale e finale sono pari a 0. Il costo di inventario per immagazzinare un'unità di prodotto nel primo mese è pari a 1, nel secondo è pari a 2. Il costo per unità di backlog è pari a 3 in ciascun mese. Trovare la soluzione ottima del problema con un opportuno algoritmo di lot sizing.

Domanda di teoria

Descrivere la tecnica del rilassamento Lagrangiano per la soluzione di problemi di ottimizzazione combinatoria. Dimostrare in particolare che il duale Lagrangiano è non peggiore rispetto al rilassamento lineare.