

**Nome:**  
**Cognome:**

### Esercizio 1

Sono dati 3 job da eseguire su quattro macchine M1, M2, M3, M4, descritti nel formato OPERAZIONE (MACCHINA, DURATA):

job 1: A (M<sub>1</sub>, 3) B (M<sub>3</sub>, 4) C (M<sub>2</sub>, 6)  
 job 2: D (M<sub>3</sub>, 6) E (M<sub>2</sub>, 5) F (M<sub>1</sub>, 3)  
 job 3: G (M<sub>2</sub>, 4) H (M<sub>1</sub>, 7) I (M<sub>3</sub>, 5)

1. Calcolare il Jackson Preemptive Schedule nelle versioni primale e duale per ogni macchina.
2. Determinare un lower bound del valore ottimo con le implicazioni di Carlier e Pinson (1989), con  $UB = \lceil 1,1 * LB \rceil$ .
3. Trovare la soluzione ottima con l'algoritmo di branch and bound di Carlier e Pinson (1989).

### Esercizio 2

Un'azienda deve costruire degli impianti capacitati per servire 6 clienti (1,...,6) ed individua allo scopo 4 siti possibili (A,B,C,D). I costi da sostenere sono: i costi di attivazione degli impianti (che si assumono fissi) ed i costi di afferenza dei clienti ai siti. Questi dati sono forniti in tabella.

Costi variabili		Siti potenziali			
		A	B	C	D
Clienti	<b>1</b>	15	11	3	1
	<b>2</b>	6	12	1	0
	<b>3</b>	7	0	1	0
	<b>4</b>	0	1	6	4
	<b>5</b>	0	2	14	3
	<b>6</b>	0	1	9	16
Costi fissi		20	17	18	21

La capacità di un impianto è 8 e la domanda dei clienti è 2 per i clienti 1,2,5,6 e 4 per i clienti 3,4.

1. Trascurare il vincolo di capacità e trovare un lower bound alla soluzione ottima del problema capacitato utilizzando l'algoritmo di Erlenkotter.
2. Risolvere in modo esatto il problema non capacitato con il branch and bound di Erlenkotter.
3. Verificare l'ammissibilità della soluzione ottima trovata per il problema capacitato e, se ammissibile, discuterne il gap di ottimalità.

### Domanda 3

Descrivere gli algoritmi esatti studiati per il problema di Assembly Line Balancing, descrivendone in particolare similarità e differenze.

Nome:  
Cognome:

### Esercizio 1

Sono dati 3 job da eseguire su quattro macchine M1, M2, M3, M4, descritti nel formato OPERAZIONE (MACCHINA, DURATA):

job 1: A (M<sub>1</sub>, 3) B (M<sub>3</sub>, 4) C (M<sub>2</sub>, 6)

job 2: D (M<sub>3</sub>, 6) E (M<sub>2</sub>, 5) F (M<sub>1</sub>, 3)

job 3: G (M<sub>2</sub>, 4) H (M<sub>1</sub>, 7) I (M<sub>3</sub>, 5)

4. Calcolare il Jackson Preemptive Schedule nelle versioni primale e duale per ogni macchina.
5. Determinare un lower bound del valore ottimo con le implicazioni di Carlier e Pinson (1989), con  $UB = \lceil 1,1 * LB \rceil$ .
6. Trovare la soluzione ottima con l'algoritmo di branch and bound di Carlier e Pinson (1989).

### Esercizio 2

Un'azienda deve pianificare la produzione di un prodotto nei prossimi 3 mesi, con una domanda pari a 3, 5 e 2 rispettivamente nel mese 1, 2 e 3. L'inventario iniziale è 0 e il costo per attivare la produzione nel mese 1, 2, 3 è pari a 6, 7, 5 rispettivamente. Il costo di inventario per immagazzinare un'unità di prodotto per un mese è pari a 1, il costo per unità prodotta è pari a 3. L'impianto ha una capacità produttiva pari a 6 per ciascun periodo produttivo

1. Scrivere la formulazione di PLM del problema di lot sizing capacitato, facendo attenzione a formulare correttamente i costi di attivazione della produzione
2. Formulare il rilassamento Lagrangiano del problema in cui si rilassano i vincoli di capacità produttiva e i vincoli di attivazione della produzione
3. Assegnare valore 0,6 a ciascun moltiplicatore Lagrangiano e risolvere il problema Lagrangiano associato con l'algoritmo di Wagner Whitin. Mostrare il lower bound trovato.
4. Determinare una direzione di salita della funzione Lagrangiana con il sub-gradiente e determinare il nuovo valore dei moltiplicatori Lagrangiani scegliendo un passo 0,1.
5. Risolvere nuovamente il problema Lagrangiano associato ai nuovi moltiplicatori con l'algoritmo di Wagner Whitin. Mostrare il nuovo lower bound trovato.

Nome:

Cognome:

E' dato il problema:

$$\min 2x_1^3 + 2x_1x_2^2 - 4x_1$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 8 \\ (x_1 + 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \geq 2 \end{cases}$$

ed i punti:

$$x^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

### Esercizio 1

1. Trascurando i vincoli del problema, determinare eventuali punti stazionari della funzione obiettivo
2. Verificare per tutti i punti stazionati il soddisfacimento o meno delle condizioni del secondo ordine
3. A partire dal punto  $x^0$  trovare il nuovo punto  $x^1$  con il metodo di Newton
4. Costruire graficamente l'insieme ammissibile del problema vincolato
5. Determinare eventuali punti di non qualificazione dei vincoli
6. Dimostrare l'esistenza o meno di un minimo globale nella regione ammissibile
7. Determinare quali dei punti A, B, C, D, E è candidato ad essere punto di minimo locale.

### Esercizio 2

#### Contesto di business: Pagamento delle tasse universitarie.

Uno studente accede al sistema informatizzato di segreteria di un ateneo e calcola l'importo delle tasse in funzione dei crediti (cfu) che vuole conseguire nell'anno e della sua classe di reddito, verificando anche se ci sono sconti disponibili in funzione del merito (rendimento nell'anno precedente).

Un'iscrizione ad un anno accademico è composta da un insieme di corsi che lo studente sceglie dal manifesto del prossimo anno accademico, ciascuno caratterizzato da un numero di cfu, dalla presenza/assenza di vincoli di propedeuticità allegati al manifesto (del tipo xy: non ci si può iscrivere all'esame x se non ci si iscrive o non si è superato in precedenza l'esame y). Non ci si può iscrivere a un esame già superato in passato. La tassa di iscrizione è definita in base alla classe di reddito e al numero di cfu complessivi da conseguire nell'anno.

Ci sono diverse classi di reddito, ad ogni studente si associa la classe di reddito più bassa che soddisfa le seguenti regole.

La classe di reddito A si applica ad un nucleo familiare di una persona con reddito non superiore a 20000 euro/anno, aumentato di 5000 euro/anno per ciascun componente aggiuntivo del nucleo familiare

La classe B si applica ad un nucleo familiare di una persona con reddito non superiore a 40000 euro/anno, aumentato di 8000 euro/anno per ciascun componente aggiuntivo del nucleo familiare

La classe C si applica a tutti gli altri casi.

Per esempio, una famiglia di 4 persone che guadagna 33.000 euro/anno è in classe A, una di 3 persone che guadagna 32.000 euro/anno è in classe B, una di 2 persone che guadagna 50.000 euro/anno è in classe C.

Ci sono diversi intervalli di cfu disgiunti fra loro e la tassa all'interno di ciascun intervallo è la stessa. L'intervallo D va da 1 a 20 cfu, l'intervallo E va da 21 a 40 cfu, l'intervallo F va da 41 a 70 cfu. Non ci si può iscrivere a più di 70 cfu per un anno accademico.

Le regole per determinare la tassa di iscrizione (così come le classi di reddito e gli intervalli di cfu) cambiano tutti gli anni ma per ora sono le seguenti:

(1) La tassa è definita annualmente per la classe C e l'intervallo F. Chi si iscrive all'intervallo E o D ha diritto a uno sconto del 30% e del 50% rispetto a chi si iscrive all'intervallo F. Chi si trova in classe B o A ha diritto a uno sconto ulteriore del 20% e del 50% rispettivamente rispetto alla classe C e al medesimo intervallo di cfu.

(2) Lo studente che abbia conseguito tutti i cfu a cui si è iscritto nel corrente anno accademico con una media pesata dei voti pari almeno a 27,5 ha diritto a uno sconto premio per merito del 30% sulla tassa di iscrizione all'anno successivo.

Costruire un BOM del problema con i campi rilevanti per il calcolo delle tasse, ivi compreso il manifesto del prossimo anno accademico e la carriera dello studente.

Formalizzare le regole necessarie a verificare la correttezza dell'insieme di corsi selezionato dallo studente e a calcolare l'importo della tassa di iscrizione al prossimo anno accademico. Si assumano come regole strutturali l'esistenza di intervalli di cfu, classi di reddito e classi di merito da cui dipende l'importo delle tasse, e si rappresenti con regole tutto il resto.

**Nome:**  
**Cognome:**

**Esercizio 1**

E' dato il problema:

$$\min 2x_1^3 + 2x_1x_2^2 - 4x_1$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 8 \\ (x_1 + 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \geq 2 \end{cases}$$

ed i punti:

$$x^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

8. Trascurando i vincoli del problema, determinare eventuali punti stazionari della funzione obiettivo
9. Verificare per tutti i punti stazionati il soddisfacimento o meno delle condizioni del secondo ordine
10. A partire dal punto  $x^0$  trovare il nuovo punto  $x^1$  con il metodo di Newton
11. Costruire graficamente l'insieme ammissibile del problema vincolato
12. Determinare eventuali punti di non qualificazione dei vincoli
13. Dimostrare l'esistenza o meno di un minimo globale nella regione ammissibile
14. Determinare quali dei punti A, B, C, D, E è candidato ad essere punto di minimo locale.

**Esercizio 2**

Dato il grafo di assemblaggio in figura, progettare la linea di assemblaggio con tempo ciclo  $T_C=20$  e minimo numero di stazioni utilizzando l'algorithm Optpack. Evidenziare le soluzioni parziali costruite dall'algorithm, la struttura dati e la sua evoluzione durante l'esecuzione. Utilizzare come upper bound iniziale il valore 5.

