

**Nome:**  
**Cognome:**

NB: La domanda di teoria è facoltativa

### Esercizio 1

Un'azienda svolge la propria attività, e si trova a dover gestire le relative operazioni finanziarie, in 7 nazioni. E' possibile gestire pagamenti e incassi relativi a una certa nazione da un'altra nazione mediante operazioni su estero, ma questo ha un costo aggiuntivo rispetto alle stesse operazioni in valuta locale (i Costi Aggiuntivi Operazioni su Estero, C.A.O.E., sono forniti in tabella). D'altra parte, aprire e gestire un conto in ogni nazione ha un costo fisso significativo (i Costi Apertura e Gestione Conto, C.A.G.C., sono forniti in tabella). Si noti che tutte le operazioni relative ad una nazione in cui non venga aperto un conto devono far capo ad uno stesso "conto rappresentante" aperto in una qualche altra nazione. Pertanto, se ad esempio le operazioni relative alla nazione B sono rappresentate da un conto aperto in A, si ha un costo aggiuntivo pari a 8. L'azienda si chiede allora quanti e quali conti correnti sia conveniente aprire al fine di minimizzare il costo totale di apertura e gestione dei conti sommato al costo aggiuntivo dei pagamenti esteri.

C.A.O.E.		Nazione del conto rappresentante						
		A	B	C	D	E	F	G
Nazione	A	0	1	3	3	7	7	1
	B	8	0	4	2	4	4	2
	C	1	1	0	3	3	3	1
	D	2	3	7	0	3	2	7
	E	5	7	7	5	0	2	2
	F	2	4	4	7	2	0	2
	G	9	4	4	4	9	6	0
C.A.G.C.		23	34	15	18	22	23	36

1. Formulare il problema come problema di Programmazione Lineare Intera
2. Risolvere in modo esatto il problema mediante un opportuno algoritmo di branch and bound.
3. In quali nazioni viene aperto un conto?

### Esercizio 2

Sono dati 5 job da eseguire su sette macchine M1, M2, M3, M4, M5, M6, M7 descritti nel formato OPERAZIONE (MACCHINA, DURATA):

job 1: A (M<sub>1</sub>, 4) B (M<sub>3</sub>, 2) C (M<sub>2</sub>, 1) D (M<sub>4</sub>, 8)  
 job 2: E (M<sub>5</sub>, 7) F (M<sub>3</sub>, 4) G (M<sub>4</sub>, 2) H (M<sub>7</sub>, 7)  
 job 3: I (M<sub>7</sub>, 5) L (M<sub>1</sub>, 9) M (M<sub>3</sub>, 5)  
 job 4: N (M<sub>3</sub>, 5) O (M<sub>2</sub>, 8) P (M<sub>6</sub>, 5)  
 job 5: Q (M<sub>6</sub>, 3) R (M<sub>3</sub>, 4) S (M<sub>5</sub>, 2)

1. Calcolare il Jackson Preemptive Schedule nella versione primale per ogni macchina.
2. Determinare un lower bound del valore ottimo con le implicazioni di Carlier e Pinson (1989 o 1994, individuando eventuali input, output e implicazioni immediate) utilizzando un  $UB = \lceil 1,2 * LB \rceil$ .
3. Trovare almeno una soluzione con l'algoritmo di branch and bound, applicando la seguente regola di branching: scegliere in priorità le macchine con due job. Riportare il gap di ottimalità della miglior soluzione trovata o verificarne l'ottimalità.

### Domanda di teoria

Descrivere l'algoritmo di Nowicki e Smutnicki del 2005 e le principali differenze rispetto a quello del 1996 degli stessi autori. Dimostrare in particolare l'esattezza della stima del makespan di una soluzione a valle di una mossa e la complessità computazionale di calcolarla.