

Nome:  
 Cognome:

Quando vuole sostenere la prova orale? (Barrare la casella indicata, in assenza di indicazioni si intende oggi pomeriggio) **Oggi (ore 15:00 aula N3)** **Nell'appello di Luglio**

### Esercizio 1

Sono dati 3 job da eseguire su tre macchine M1, M2, M3, descritti nel formato OPERAZIONE (MACCHINA, DURATA):

job 1: A (M<sub>2</sub>, 8) B (M<sub>3</sub>, 4) C (M<sub>1</sub>, 6)  
 job 2: D (M<sub>1</sub>, 6) E (M<sub>3</sub>, 3) F (M<sub>2</sub>, 8)  
 job 3: G (M<sub>1</sub>, 4) H (M<sub>2</sub>, 8) I (M<sub>3</sub>, 6)

La soluzione iniziale data dall'ordinamento topologico:

**0 A G D B E F C H I \***,

dove “0” e “\*” sono le operazioni fittizie *start* e *finish*, fornisce un Upper Bound del valore ottimo.

1. Calcolare teste e code di ogni operazione e determinare il cammino critico;
2. determinare la mossa più vantaggiosa e calcolare esattamente il makespan della nuova soluzione utilizzando il metodo di Nowicki e Smutnicki (2005);
3. determinare un lower bound del valore ottimo con il Jackson Preemptive Schedule e le implicazioni di Carlier e Pinson, calcolate utilizzando come upper bound il makespan ottenuto al passo precedente (diminuito di uno);
4. trovare la soluzione ottima del problema di job shop scheduling dato.

### Soluzione

1. Calcolare teste e code di ogni operazione e determinare il cammino critico;

	0	A	G	D	B	E	F	C	H	I	*
$h_i$	0	0	0	4	8	12	15	12	23	31	37
$p_i$		8	4	6	4	3	8	6	8	6	
$q_i$	37	37	35	31	29	25	22	6	14	6	0

Cammino Critico 0 A B E F H I \*

2. determinare la mossa più vantaggiosa e calcolare esattamente il makespan della nuova soluzione utilizzando il metodo di Nowicki e Smutnicki (2005);

$$\begin{aligned}
 h'_E &= 10 \\
 \text{Mossa } v(B, E): \quad h'_B &= 13 \\
 q'_B &= 10 \\
 q'_E &= 25
 \end{aligned}
 \Rightarrow P_\sigma(x \vee y) = 35, \text{ migliorativa.}$$

Gli archi che scavalcano B sono (A,F),(G,H),(D,C),(D,E). Si ha:  $P_\pi(\bar{x}) = 35$ .

$$NS05 = \max\{P_\sigma(x \vee y), P_\pi(\bar{x})\} = \max\{35, 35\} = 35.$$

$$\begin{aligned} h'_H &= 8 \\ \text{Mossa } v(F, H): \quad h'_F &= 16 \\ q'_F &= 8 \\ q'_H &= 16 \end{aligned} \Rightarrow P_\sigma(x \vee y) = 24, \text{ migliorativa.}$$

Gli archi che scavalcano F sono (G,H),(D,C),(B,C),(E,I). Si ha:  $P_\pi(\bar{x}) = 24$ .

NS05 =  $\max\{P_\sigma(x \vee y), P_\pi(\bar{x})\} = \max\{24, 24\} = 24$ . Mossa più vantaggiosa.

- determinare un lower bound del valore ottimo con il Jackson Preemptive Schedule e le implicazioni di Carlier e Pinson, calcolate utilizzando come upper bound il makespan ottenuto al passo precedente (diminuito di uno);  
Si pone  $UB = 24 - 1 = 23$ . Calcolando il JPS per M2 si ottiene  $24 = LB$ . Essendo maggiore dell'UB si arresta l'algoritmo.
- trovare la soluzione ottima del problema di job shop scheduling dato.  
La soluzione ottima è quella ottenuta con la mossa  $v(F, H)$  al passo 2, cioè  
0 A G D B E H F C I\*.

## Esercizio 2

Un'azienda deve costruire degli impianti per servire 6 clienti (1,...,6) ed individua allo scopo 4 siti possibili (A,B,C,D). I costi da sostenere sono i costi di attivazione degli impianti e quelli di afferenza dei clienti ai siti forniti in tabella.

Costi di afferenza		Siti potenziali			
		A	B	C	D
Clienti	1	1	1	3	1
	2	6	6	2	2
	3	2	0	0	2
	4	8	8	4	1
	5	1	9	9	11
	6	0	3	6	0
Costi di attivazione		17	9	8	16

- Trovare un lower bound alla soluzione ottima del problema utilizzando l'algoritmo di Erlenkotter.
- Trovare un upper bound alla soluzione ottima del problema eseguendo un'euristica di scambio sui soli impianti bloccati al punto 1.
- Trovare la soluzione ottima del problema con un algoritmo di branch and bound basato sul lower bound di Erlenkotter.

## Soluzione

- Trovare un lower bound alla soluzione ottima del problema utilizzando l'algoritmo di Erlenkotter.  
Si ha  $LB = 31$ , gli impianti bloccati sono C e D
- Trovare un upper bound alla soluzione ottima del problema eseguendo un'euristica di scambio sui soli impianti bloccati al punto 1.  
Eseguendo l'euristica, al primo passo conviene attivare solo C, al secondo non c'è convenienza ad aggiungere/scambiare D. Si ha quindi  $UB = 32$ .

3. *Trovare la soluzione ottima del problema con un algoritmo di branch and bound basato sul lower bound di Erlenkotter.*

Eseguendo il branch ad esempio sull'impianto C si ha:

$x_c=0 \Rightarrow LB=33$ , si può chiudere il nodo essendo  $LB > UB$

$x_c=1 \Rightarrow LB=32$ , si può chiudere il nodo essendo  $LB = UB$ .

La soluzione ottima consiste quindi nell'attivare il solo impianto C.