

### Esercizio 1

Sono dati 4 job da eseguire su quattro macchine  $M_1, M_2, M_3, M_4$ , descritti nel formato OPERAZIONE (MACCHINA, DURATA):

job 1: A ( $M_1, 3$ ) B ( $M_2, 4$ ) C ( $M_3, 14$ ) D ( $M_4, 6$ )  
 job 2: E ( $M_3, 12$ ) F ( $M_4, 7$ ) G ( $M_1, 3$ ) H ( $M_2, 4$ )  
 job 3: I ( $M_1, 3$ ) L ( $M_2, 4$ ) M ( $M_3, 11$ ) N ( $M_4, 10$ )  
 job 4: O ( $M_1, 2$ ) P ( $M_2, 4$ ) Q ( $M_3, 10$ ) R ( $M_4, 8$ )

La soluzione iniziale è data dall'ordinamento topologico:

**0 A B I C O L M P E Q R F G D H N \***

dove "0" e "\*" sono le operazioni fittizie *start* e *finish*.

1. Calcolare teste e code di ogni operazione e determinare il cammino critico,
2. determinare la mossa più vantaggiosa secondo Nowicki e Smutnicki,
3. calcolare il makespan della nuova soluzione ed il nuovo ordinamento topologico.

### Esercizio 2

Un'azienda elettrica deve costruire delle centrali di produzione di energia elettrica per servire 6 città (1,...,6) ed individua allo scopo 3 siti possibili (A,B,C). I costi da sostenere sono: il costo di costruzione della centrale (che si assume fisso) ed il costo per collegare le 6 città ad una centrale. Questi dati sono forniti in tabella.

		Città da servire						Costi di costruzione
		1	2	3	4	5	6	
Siti potenziali	A	1600	1400	1000	1100	1200	800	9000
	B	1400	1900	600	1100	800	1200	8000
	C	800	2400	1400	500	900	800	5000

Si vuole determinare il modo più economico per mettere in piedi il sistema di produzione e distribuzione di energia.

1. Trovare un lower bound alla soluzione ottima utilizzando l'algoritmo di Erlenkotter.
2. Dopo aver attivato tutti gli impianti arrivati alla condizione di blocco, trovare un upper bound alla soluzione ottima e calcolare l'errore massimo associato a questa soluzione, rispetto alla soluzione ottima del problema.

### Esercizio 3

Sono dati 4 job da eseguire su quattro macchine  $M_1, M_2, M_3, M_4$ , descritti nel formato OPERAZIONE (MACCHINA, DURATA):

job 1: A ( $M_1, 3$ ) B ( $M_2, 4$ ) C ( $M_3, 14$ ) D ( $M_4, 6$ )  
 job 2: E ( $M_3, 12$ ) F ( $M_4, 7$ ) G ( $M_1, 3$ ) H ( $M_2, 4$ )  
 job 3: I ( $M_1, 3$ ) L ( $M_2, 4$ ) M ( $M_3, 12$ ) N ( $M_4, 10$ )  
 job 4: O ( $M_1, 2$ ) P ( $M_2, 4$ ) Q ( $M_3, 10$ ) R ( $M_4, 7$ )

La soluzione iniziale è data dall'ordinamento topologico:

## 0 A B I C O L M P E Q R F G D H N \*

dove "0" e "\*" sono le operazioni fittizie *start* e *finish*.

4. Calcolare teste e code di ogni operazione e determinare il cammino critico,
5. determinare la mossa più vantaggiosa secondo Grabowski e Wodecki,
6. calcolare il makespan della nuova soluzione ed il nuovo ordinamento topologico.

### Esercizio 4

Un'azienda deve pianificare la produzione di un prodotto nei prossimi 3 mesi, con una domanda pari a 2, 10 e 6 rispettivamente nel mese 1, 2 e 3. L'inventario iniziale è 0 e il costo per attivare la produzione in un mese è pari a 7. Il costo di inventario per immagazzinare un'unità di prodotto per un mese è pari a 1, il costo di Backlog è pari a 2.

1. Calcolare la produzione ottima con il modello di Wagner Within (senza backlog)
2. Calcolare la produzione ottima con il modello di Zangwill (con backlog)

### Esercizio 5

Sono dati 4 job da eseguire su quattro macchine  $M_1, M_2, M_3, M_4$ , descritti nel formato OPERAZIONE (MACCHINA, DURATA):

job 1: A ( $M_1, 3$ ) B ( $M_2, 4$ ) C ( $M_3, 14$ ) D ( $M_4, 6$ )  
job 2: E ( $M_3, 12$ ) F ( $M_4, 7$ ) G ( $M_1, 3$ ) H ( $M_2, 4$ )  
job 3: I ( $M_1, 3$ ) L ( $M_2, 4$ ) M ( $M_3, 12$ ) N ( $M_4, 10$ )  
job 4: O ( $M_1, 2$ ) P ( $M_2, 4$ ) Q ( $M_3, 10$ ) R ( $M_4, 7$ )

La soluzione iniziale è data dall'ordinamento topologico:

## 0 A B I C O L M P E Q R F G D H N \*

dove "0" e "\*" sono le operazioni fittizie *start* e *finish*.

7. Calcolare teste e code di ogni operazione e determinare il cammino critico,
8. determinare la mossa più vantaggiosa secondo Grabowski e Wodecki,
9. calcolare il makespan della nuova soluzione ed il nuovo ordinamento topologico.

### Esercizio 6

Un'azienda deve pianificare la produzione di un prodotto nei prossimi 3 mesi, con una domanda pari a 2, 10 e 6 rispettivamente nel mese 1, 2 e 3. L'inventario iniziale è 0 e il costo per attivare la produzione in un mese è pari a 7. Il costo di inventario per immagazzinare un'unità di prodotto per un mese è pari a 1, il costo di Backlog è pari a 2.

3. Calcolare la produzione ottima con il modello di Wagner Within (senza backlog)
4. Calcolare la produzione ottima con il modello di Zangwill (con backlog)

### Esercizio 7

Sono dati 4 job da eseguire su tre macchine  $M_1, M_2, M_3$ , descritti nel formato OPERAZIONE (MACCHINA, DURATA):

job 1: A ( $M_1, 7$ ) B ( $M_2, 4$ ) C ( $M_3, 5$ )  
job 2: D ( $M_3, 6$ ) E ( $M_2, 2$ ) F ( $M_1, 7$ )  
job 3: G ( $M_3, 4$ ) H ( $M_2, 8$ ) I ( $M_1, 6$ )  
job 4: L ( $M_3, 4$ ) M ( $M_2, 2$ ) N ( $M_1, 4$ )

La soluzione iniziale è data dall'ordinamento topologico:

**0 A B L M C D E F N G H I \***

dove "0" e "\*" sono le operazioni fittizie *start* e *finish*.

10. Calcolare teste e code di ogni operazione e determinare il cammino critico,
11. determinare la mossa più vantaggiosa secondo Nowicki e Smutnicki (2005),
12. calcolare il makespan della nuova soluzione, il nuovo ordinamento topologico ed un nuovo cammino critico.

### **Esercizio 8**

Un'azienda deve pianificare la produzione di un prodotto nei prossimi 3 mesi, con una domanda pari a 3, 6 e 4 rispettivamente nel mese 1, 2 e 3. L'inventario iniziale è 0, il costo per attivare la produzione in un mese è pari a 7,8,6, rispettivamente nei mesi 1,2,3, il costo unitario di produzione in un mese è 5,3,2, rispettivamente nei mesi 1,2,3. Il costo di inventario per immagazzinare un'unità di prodotto per un mese è pari a 1, il costo di Backlog è pari a 2, costanti nei tre mesi. Calcolare la produzione ottima con il modello di Zangwill. Quali sono i periodi produttivi all'ottimo?

### **Esercizio 9**

Sono dati 4 job da eseguire su tre macchine M1, M2, M3, descritti nel formato OPERAZIONE (MACCHINA, DURATA):

job 1: A (M<sub>1</sub>, 7) B (M<sub>2</sub>, 4) C (M<sub>3</sub>, 5)  
job 2: D (M<sub>3</sub>, 6) E (M<sub>2</sub>, 2) F (M<sub>1</sub>, 7)  
job 3: G (M<sub>3</sub>, 4) H (M<sub>2</sub>, 8) I (M<sub>1</sub>, 6)  
job 4: L (M<sub>3</sub>, 4) M (M<sub>2</sub>, 2) N (M<sub>1</sub>, 4)

La soluzione iniziale è data dall'ordinamento topologico:

**0 G A B C H D E F L M N I \***

dove "0" e "\*" sono le operazioni fittizie *start* e *finish*.

13. Calcolare teste e code di ogni operazione e determinare il cammino critico,
14. determinare la mossa più vantaggiosa secondo Nowicki e Smutnicki (2005),
15. calcolare il makespan della nuova soluzione, il nuovo ordinamento topologico ed un nuovo cammino critico.

### **Esercizio 10**

Un'azienda deve pianificare la produzione di un prodotto nei prossimi 3 mesi, con una domanda pari a 12, 6 e 9 rispettivamente nel mese 1, 2 e 3. L'inventario iniziale è 0, il costo per attivare la produzione in un mese è pari a 140,60,20, rispettivamente nei mesi 1,2,3, il costo unitario di produzione in un mese è 5,6,7, rispettivamente nei mesi 1,2,3. Il costo di inventario per immagazzinare un'unità di prodotto per un mese è pari a 1, il costo di Backlog è pari a 3, costanti nei tre mesi. Calcolare la produzione ottima con il modello di Zangwill. Quali sono i periodi produttivi all'ottimo?

### **Esercizio 11**

Un'azienda deve costruire degli impianti per servire 3 clienti (1,...,3) ed individua allo scopo 3 siti possibili (A,B,C). I costi da sostenere sono: il costo di costruzione della centrale (che si assume fisso) ed il costo di afferenza dei clienti ai siti. Questi dati sono forniti in tabella.

		Clienti			Costi fissi di costruzione
		1	2	3	
Siti potenziali	A	2	4	7	10
	B	4	8	9	8
	C	1	2	3	12

Per i clienti è prevista la seguente domanda di beni: 5 per il cliente 1, 4 per il cliente 2, 6 per il cliente 3. Per i siti è prevista la seguente capacità produttiva: 10 per ciascun sito. Ciascun cliente deve essere servito interamente da un unico impianto.

1. formulare il problema di Plant location con vincoli di capacità,
2. formulare il rilassamento Lagrangiano del problema in cui si rilassano i vincoli di capacità degli impianti
3. dopo aver assegnato il **valore 1** a ciascun moltiplicatore Lagrangiano, trovare un lower bound alla soluzione ottima del rilassamento Lagrangiano utilizzando l'algoritmo di Erlenkotter.
4. determinare per enumerazione totale (8 vettori associati all'apertura di tutte le combinazioni dei 3 impianti) la soluzione ottima del problema lagrangiano, sempre assegnando valore 1 a ciascun moltiplicatore, e determinare da questa una direzione di salita della funzione Lagrangiana (subgradiente)
5. determinare per enumerazione totale la soluzione ottima del problema capacitato.

### Esercizio 12

Un'azienda deve costruire degli impianti per servire 3 clienti (1,...,3) ed individua allo scopo 3 siti possibili (A,B,C). I costi da sostenere sono: il costo di costruzione della centrale (che si assume fisso) ed il costo di afferenza dei clienti ai siti. Questi dati sono forniti in tabella.

		Clienti			Costi fissi di costruzione
		1	2	3	
Siti potenziali	A	2	2	4	9
	B	4	7	7	8
	C	3	1	3	11

6. formulare il problema di Plant location non capacitato,
7. trovare un lower bound alla soluzione ottima del problema utilizzando l'algoritmo di Erlenkotter.

### Esercizio 13

A partire dall'esercizio precedente, si desidera tenere conto della capacità produttiva degli impianti. Per i clienti è prevista la seguente domanda di beni: 5 per il cliente 1, 4 per il cliente 2, 6 per il cliente 3. Per i siti è prevista la seguente capacità produttiva: 10 per ciascun sito. Ciascun cliente deve essere servito interamente da un unico impianto.

8. formulare il problema di Plant location con vincoli di capacità,
9. formulare il rilassamento Lagrangiano del problema in cui si rilassano tutti i vincoli del problema
10. dopo aver assegnato il **valore 1** a ciascun moltiplicatore Lagrangiano, trovare un lower bound alla soluzione ottima del rilassamento Lagrangiano.
11. determinare per ispezione la soluzione ottima del problema lagrangiano, sempre assegnando valore 1 a ciascun moltiplicatore, e determinare da questa una direzione di salita della funzione Lagrangiana (subgradiente)
12. determinare per enumerazione totale la soluzione ottima del problema capacitato.

### Esercizio 14

Un'azienda deve pianificare la produzione di un prodotto nei prossimi 3 mesi, con una domanda pari a 2, 9 e 6 rispettivamente nel mese 1, 2 e 3. L'inventario iniziale è 0 e il costo per attivare la produzione nel mese 1, 2, 3 è pari a 7, 8, 6 rispettivamente. Il costo di inventario per immagazzinare un'unità di prodotto per un mese è pari a 2, il costo di Backlog è pari a 3, il costo per unità prodotta è pari a 3.

5. Calcolare la produzione ottima con il modello di Wagner Within (senza backlog)
6. Calcolare la produzione ottima con il modello di Zangwill (con backlog)

## Esercizio 15

A partire dall'esercizio precedente:

13. scrivere la formulazione di PLM del problema di lot sizing senza backlog, facendo attenzione a formulare correttamente i costi di attivazione della produzione
14. formulare il rilassamento Lagrangiano del problema in cui si rilassano **tutti** i vincoli
15. dopo aver assegnato il **valore 2** a ciascun moltiplicatore Lagrangiano, trovare un lower bound alla soluzione ottima del problema risolvendo per ispezione il problema rilassato.