

Nome:  
 Cognome:

Matricola:

### Esercizio 1

È dato il problema di ONL vincolata in figura.

1. Trascurando i vincoli, a partire dal punto  $x^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  trovare il punto  $x^1$ , prima con il metodo di Newton puro e poi con il metodo di Newton modificato, utilizzando nel secondo caso la line search di Armijo con  $\alpha^0 = 1$ ,  $\gamma = \frac{1}{4}$  e fattore di contrazione  $\rho = \frac{1}{4}$ . Verificare le condizioni di minimo locale di  $x^1$  del primo e secondo ordine nei due casi.
2. Costruire graficamente l'insieme ammissibile del problema;

3. Determinare eventuali punti di non qualificazione dei vincoli;
4. Trovare i punti KKT;
5. Dimostrare l'esistenza o meno di un punto di minimo globale nella regione ammissibile e, in caso affermativo, trovarne uno.

$$\min x_1^3 - 2x_1x_2 + \frac{1}{2}x_2^2 + x_1$$

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \geq 9 \\ x_2 \geq -1 \\ -x_1 + \|x_2\| = 3 \end{cases}$$

### Esercizio 2

Una compagnia ferroviaria offre i seguenti servizi di collegamento tra le città A, B e C che si ripetono ciclicamente ogni giorno.

ID servizio	Lista servizi				Durata (ore)	Pausa breve (ore)
	Da	Partenza	A	Arrivo		
1	A	06	B	09	3	1
2	A	12	C	17	5	1
3	C	20	B	23	3	1
4	B	12	C	15	3	1
5	B	14	A	17	3	1
6	C	04	A	09	5	1

Si vogliono coprire tutti i servizi utilizzando un insieme di turni di costo minimo **con inizio e fine nella città A**, che quindi deve trovarsi esclusivamente all'inizio o alla fine di un turno. Un sotto-turno deve avere una durata complessiva di al più 12 ore, delle quali al più 8 di erogazione servizi. La pausa breve minima tra due servizi consecutivi di un sotto-turno è di 1 ora. Un turno è composto da uno o due sotto-turni e ha durata massima di 36 ore. La pausa lunga tra due sotto-turni deve essere di almeno 9 ore. Il costo di un turno è dato da un fisso di 50 euro più 3 euro per ogni ora di pausa (breve o lunga) e 10 euro per ogni ora di servizio.

1. Costruire il grafo dei turni ed elencare tutti i turni ammissibili massimali (con il massimo numero di servizi coperti);
2. Scrivere la formulazione di set covering del problema di crew scheduling utilizzando tutti i turni generati al passo 1.
3. Se è possibile, selezionare un insieme di **turni** ammissibili che costituisca una copertura dei 6 servizi dati;

### Domanda 3

Discutere le proprietà delle funzioni convesse apprese durante il corso e utilizzarle per dimostrare le condizioni di minimo globale per un problema di ottimizzazione convessa non vincolato.