UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Collegio Didattico di Ingegneria Informatica
Ottimizzazione della Logistica – prima prova intermedia
27 novembre 2015

Nome: **Matricola:**
Cognome:

Esercizio 1

E' dato il problema:

$$\min \quad -x_1^2 + \frac{1}{3-x_1} - 2x_2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 0 \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 4 \\ (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \geq 1 \end{cases}$$

1. Costruire graficamente l'insieme ammissibile del problema vincolato
2. Determinare eventuali punti di non qualificazione
3. Dimostrare l'esistenza o meno di un minimo globale nella regione ammissibile
4. Determinare quali dei punti A, B, C, D è candidato ad essere punto di minimo locale

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Esercizio 2

Un'azienda deve pianificare la produzione di un prodotto nei prossimi 3 mesi, con una domanda pari a 6, 7 e 4 rispettivamente nel mese 1, 2 e 3. L'inventario iniziale è 0 e il costo per attivare la produzione nel mese 1, 2, 3 è pari a 7, 9, 8 rispettivamente. Il costo variabile per unità prodotta nel mese 1, 2, 3 è pari a 1, 2, 3 rispettivamente. Il costo di inventario per immagazzinare un'unità di prodotto per un mese è pari a: 1 tra periodo 1 e 2, e 2 tra periodo 2 e 3. L'impianto ha una capacità produttiva pari a 10 nel primo mese e infinita nei mesi 2 e 3.

1. Scrivere la formulazione di PLM del problema di lot sizing capacitato, facendo attenzione a formulare correttamente i costi di attivazione della produzione. Per il vincolo di capacità utilizzare l'espressione $x_1 \leq 10$.
2. Formulare il rilassamento Lagrangiano del problema in cui si rilassa il vincolo di capacità produttiva nel mese 1.
3. Trovare il rilassamento Lagrangiano per i valori: $\lambda^0 = 0$, $\lambda^1 = \lambda^0 + \frac{1}{7}\sigma^0$, $\lambda^2 = \lambda^1 + \frac{1}{22}\sigma^1$, risolvendo ogni volta il problema rilassato con l'algoritmo di Wagner Whitin. Mostrare ogni volta: il lower bound trovato, l'eventuale upper bound e una direzione di salita σ^i per la funzione Lagrangiana.
4. Dimostrare se per uno di questi valori (nel caso dire quale) è stato trovato il duale Lagrangiano.
5. Stimare il gap di ottimalità con l'espressione: *best upper bound – best lower bound*.

Domanda 3

Descrivere le caratteristiche principali del metodo del gradiente con generazione del passo con interpolazione, dimostrando in particolare che la funzione interpolante all'iterazione *k-esima* è convessa se il passo all'iterazione *k*-1 non rispetta la condizione di sufficiente riduzione.