

INTELLIGENZA ARTIFICIALE

ANNO ACCADEMICO
2008-2009

Machine Learning: Reti Neurali

Sommario

- Storia
- Il Sistema Nervoso
- Il Neurone Formale di Mc Culloch and Pitts
- Esempi

Storia - 1

- **3000 a.c.** Ippocrate: primi tentativi di studio del cervello umano. Vengono individuate le posizioni di certe aree di controllo, sia motorie che sensorie, all'interno del cervello.
- **1812.** Sintesi del primo composto organico. Si pensava che in pochi anni sarebbe stato svelato il codice segreto della vita per riprodurre esseri viventi.
- **1890.** Williams James (psicologo). Tentativo fatto per comprendere il modo di funzionamento del cervello umano.
- **1920.** Nascita della biologia molecolare. Minaccia di imminente clonazione (uomo invisibile nella fantascienza).
- **1936.** A. Turing. Proposta di analogia tra cervello umano e computer

Storia - 2

- **1943:** Warren Mc Culloch e Walter Pitts riprodussero una semplice rete neurale impiegando circuiti elettrici collegati tra loro in base a considerazioni sul funzionamento del singolo **neurone** e dimostrarono che le reti neurali sono analoghe ad una macchina di Turing, per cui qualsiasi operazione eseguita da una rete neurale poteva essere eseguita anche da un computer.

Storia - 3

- **1949. Wiener. Cybernetics.** Visti in termini cibernetici, gli esseri umani e le macchine cominciano ad assomigliarsi sensibilmente. Processo di regolazione come trasferimento di informazioni. E' l'informazione che regola gli esseri viventi.
- **1949 Donald Hebb.** The Organization of Behaviour. Correlazione tra psicologia e fisiologia. Esposizione della **teoria del rafforzamento delle connessioni**. Questa teoria è alla base della **legge di apprendimento** per le reti neurali (**legge di Hebb**).
- **Decennio 50-60.** Era della simulazione su computer. Simulazioni condotte dal gruppo di ricerca IBM (Rochester et al.) sulle funzionalità del cervello. Lavoro basato sulla legge di Hebb.
- **1951.** Minsky and Edmond. **Synthetic Brain SNARK.** Test della legge di Hebb. 300 valvole e 40 resistori. Apprendimento per percorrere un labirinto. Test positivo nonostante errori di connessione.

Storia - 4

- **1956. Minsky.** Nascita dell'intelligenza artificiale. Impulso al campo dell'intelligenza artificiale. Si delineano due scuole di pensiero in contrapposizione tra loro:
 - **Approccio High-Level:** programmi intelligenti indipendenti dalla macchina (Minsky)
 - **Approccio Low-level:** la macchina stessa ha una sua importanza fondamentale e l'intelligenza dipende fortemente dalla macchina e dai suoi componenti elementari. => Connessionismo (Roseblatt)
- **1957: Perceptron.** Roseblatt. Modello di sistema neurale assemblato in hardware. E' il più datato tra i sistemi neurali tuttavia ancora oggi viene utilizzato in varie applicazioni. Sistema MARK I
- **1958: The Computer and the Brain.** J. Von Neumann. Si introducono suggerimenti sull'imitazione di funzioni neurali semplici tramite l'utilizzo di ripetitori telegrafici e valvole.

Storia - 5

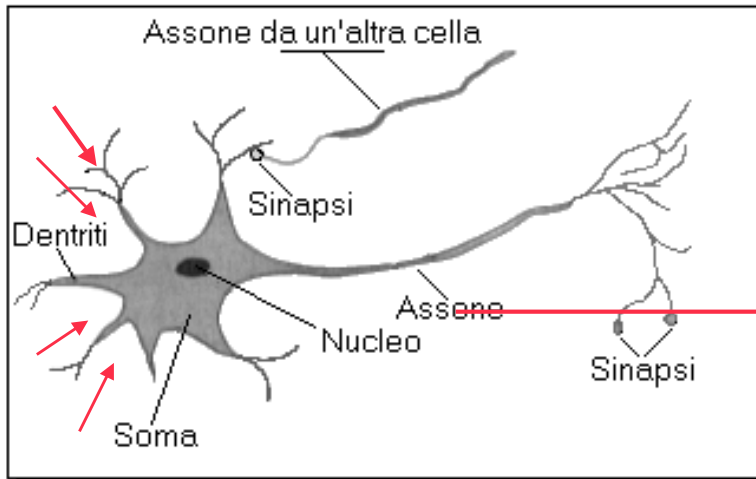
- **1959: Adaline e Madaline.** Widrow-Hoff. (Adaptive Linear Neuron, Multiple). Primo esempio di rete neurale applicata ad un problema concreto: l'eliminazione di echi presenti su linee telefoniche. Sfruttata commercialmente per alcuni decenni.
- **1960. Avalanche. S. Grossberg.** Trasmissione di comandi a braccia meccaniche.
- **1963: Perceptrons:**an Essay in Computational Geometry. Minsky e Papert. Si critica il perceptron di Rosenblatt. Problema dello XOR. Problemi linearmente separabili. Si interrompono i finanziamenti al connessionismo.
- **BSB: J. Anderson.** Modello commerciale.
- **1982: J. Hopfield:** saggio sulle reti neurali. Introdusse il concetto di energia di una rete neurale. Analogia con il modello di Ising.

Storia - 6

- **1987:** prima conferenza sui sistemi neurali. 1800 persone. 19 società.
- **1987:** costituzione della Società internazionale sui sistemi neurali. Grossberg e Kohonen.

Il cervello

- Costituito da circa 10^{11} *neuroni*
- 10^{14} *sinapsi*
- *Segnali basati su potenziale elettrochimico*



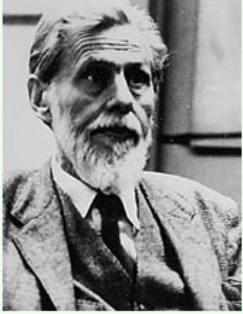
Quando il potenziale sinaptico supera una certa soglia la cellula emette un impulso

I pionieri

- **Warren Sturgis McCulloch** (1899 – 1969) Neurofisiologo e cibernetico americano.
- **Walter Pitts** (1923 – 1969) fu un logico che lavorò nel campo della psicologia conoscitiva.
- Primo modello matematico di una cellula nervosa descritto in un famoso articolo: *A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity* (1943)
- Nello scritto del 1943 tentarono di **dimostrare che il programma della macchina di Turing poteva essere effettuato anche in una rete finita di neuroni** e che il neurone fosse l'unità logica di base del cervello.

Mc Culloch

Warren Sturgis McCulloch



Warren Sturgis McCulloch (1899 – 1969) Neurofisiologo e cibernetico americano.

Viene ricordato per il suo lavoro con Dusser de Barenne e più tardi con Walter Pitts, che fornì il fondamento per sicure teorie sul cervello contenute in alcune opere, tra cui *A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity* (Un calcolo logico delle idee immanenti nell'attività nervosa) (1943) e *How We Know Universals: The Perception of Auditory and Visual Forms* (Come conosciamo gli Universali: la percezione di forme uditive e visive) (1947); entrambi gli scritti sono contenuti nel *Bulletin of Mathematical Biophysics*. Nello scritto del 1943 tentarono di **dimostrare che il programma della macchina di Turing poteva essere effettuato anche in una rete finita di neuroni** e che il neurone fosse l'unità logica di base del cervello. Nello scritto del 1947 tentarono un approccio al disegno delle reti nervose per riconoscere gli input visivi. Dal 1952 lavorò al MIT Research Laboratory of Electronics, soffermandosi soprattutto sui **modelli di reti neurali**. La sua squadra esaminò il sistema visivo di una rana tenendo conto dello scritto di McCulloch del 1947, scoprendo che l'occhio fornisce al cervello informazioni organizzate ed interpretate, e che non trasmette semplicemente un'immagine.

McCulloch presuppose anche il concetto di formazioni reticolari "poker-chips", per studiare il comportamento del cervello a confronto con un'informazione contraddittoria.

Il suo principio di "Ridondanza del comando potenziale" fu sviluppato da von Forster e Pask nei loro studi di auto-organizzazione.

Fu un membro fondatore dell'American Society for Cybernetics e la presiedette dal 1967 al 1968. Fu un mentore per il pioniere delle operazioni di ricerca inglese Stafford Beer.

Le sue opere si trovano nella collezione di manoscritti dell'American Philosophical Society.

Pitts

Walter Pitts



Walter Pitts (1923 – 1969) fu un logico che lavorò nel campo della psicologia conoscitiva.

Propose **formulazioni teoretiche sull'attività neurale** che influenzarono le scienze conoscitive, la psicologia, la filosofia, scienze neurologiche, informatica, cibernetica e gli studi sull'Intelligenza Artificiale.

Pitts apprese da solo la logica e la matematica. A 12 anni trascorse tre giorni in una biblioteca leggendo i *Principia Mathematica* e spedì una lettera a Bertrand Russell, precisando cosa non andasse nella prima metà del primo volume.

Russell, piacevolmente colpito lo invitò a studiare in Inghilterra. Pitts non accettò, ma decise comunque di diventare un logico.

All'Università di Chicago, dove non si era però iscritto come studente, incontrò Jerome Lettvin del quale diventò buon amico. In seguito incontrò Rudolf Carnap recandosi nel suo ufficio per segnalare un errore nel recente libro sulla logica che quest'ultimo aveva scritto. Pitts non si era presentato e Carnap, dopo aver visto le annotazioni, trascorse molti mesi a cercarlo; quando lo trovò gli offrì lavoro presso l'Università. Pitts a quel tempo era senza casa e senza reddito.

Incontrò McCulloch all'Università e questi accolse Pitts in casa sua assieme a Lettvin.

Pitts conosceva bene il lavoro di Gottfried Leibniz sulla computazione. Lavorarono chiedendosi se il sistema nervoso potesse essere considerato una tipologia di dispositivo di computazione universale come descritto da

Leibniz.

Nel 1943 Lettvin presentò Pitts a Norbert Wiener che aveva recentemente perso il suo braccio destro. Il loro primo incontro, dove discussero la prova di Wiener riguardo il teorema ergodico, andò così bene che Pitts si trasferì a Boston per lavorare con Wiener.

Pitts scrisse ampie tesi sulle proprietà delle reti neurali connesse in tre dimensioni. Lettvin lo descrisse come "il genio del gruppo... quando gli facevi una domanda, ti tornava indietro un intero manuale". Venne anche descritto come un eccentrico, dal momento che rifiutò che il suo nome venisse conosciuto pubblicamente.

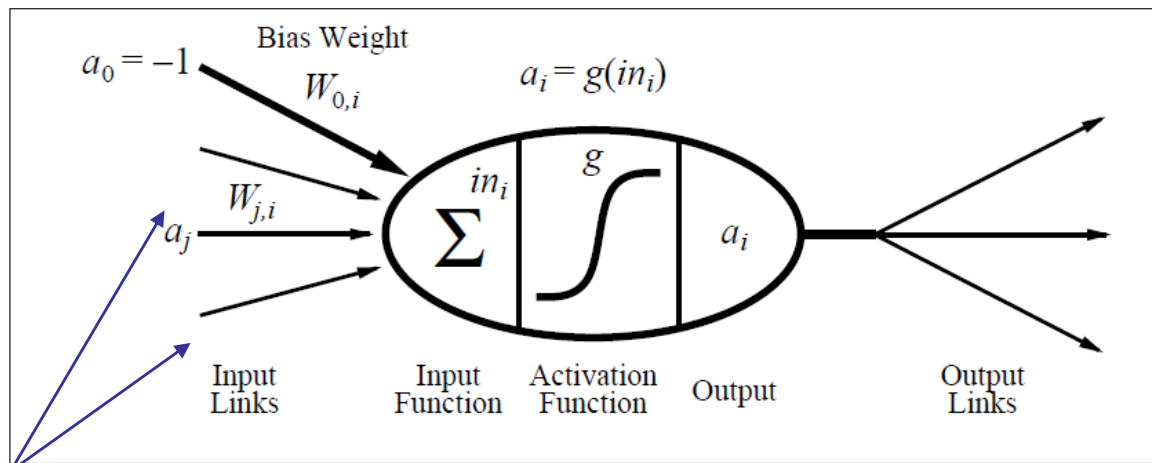
Respinse a tal proposito ogni incarico di prestigio perché avrebbe dovuto firmarsi.

A causa della moglie di Wiener, che odiava McCulloch i rapporti si interruppero e Pitts sprofondò in una crisi di isolamento sociale dal quale mai si riprese. Bruciò il manoscritto sulle reti tridimensionali e non si interessò più al suo lavoro.

Unica eccezione fu una collaborazione con Robert Gesterland che produsse uno scritto sull'olfatto.

Il modello matematico di un neurone viene oggi chiamato "neurone di McCulloch-Pitts". La formulazione teoretica dell'attività neurale del cervello rimane come eredità durevole di Walter Pitts e Warren Sturgis McCulloch per le scienze conoscitive.

Il Neurone *formale* di Mc Culloch and Pitts



Da altri neuroni

$$a_i \leftarrow g(in_i) = g\left(\sum_j W_{j,i} a_j\right)$$

Il neurone si attiva quando una combinazione lineare dei suoi input supera una certa soglia=> come il neurone biologico

Struttura di una rete neurale

- **Vediamo come sono fatte le RN:**
 - Le Reti Neurali sono composte da **nodi** o **unità** (es. precedente)
 - Le singole unità sono unite da **collegamenti** o link diretti
 - Un collegamento dall'unità j all'unità i serve a propagare l'attivazione a_j dalla unità j alla unità i
 - Ad ogni collegamento è associato un peso numerico $W_{j,i}$ che determina la forza ed il segno della connessione
 - Ogni unità i calcola per prima cosa una **somma pesata** dei propri input:

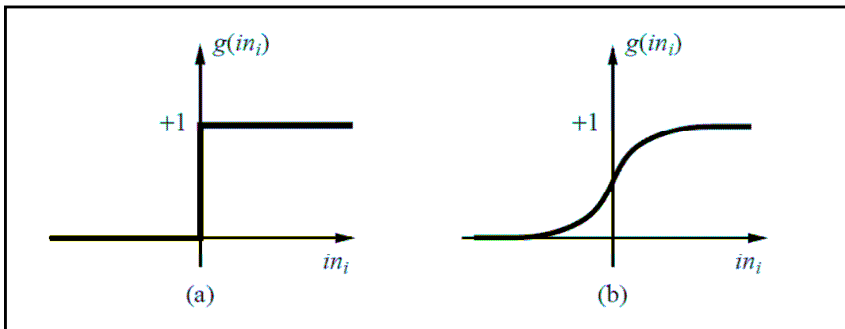
$$in_i = \sum_{j=0}^n W_{j,i} a_j$$

- Successivamente si applica una funzione di attivazione g alla somma per derivare l'output:

$$a_i = g(in_i) = g\left(\sum_{j=0}^n W_{j,i} a_j\right)$$

Unità di calcolo delle reti neurali

- Peso di **bias** $W_{0,i}$: collegato ad un input prefissato $a_0 = -1$, inserito per uniformità di rappresentazione (*nella sommatoria*)
- Funzione di attivazione g :
 - Vicino al valore 1 per valore di uscita *giusti*
 - Vicino al valore 0 per valori di uscita *sbagliati*
 - *Si utilizzano le seguenti funzioni g:*
 - Funzioni *non lineari*: funzione **soglia** e funzione **sigmoide**



$$f(x) = \begin{cases} 1 \rightarrow x \geq 0 \\ -1 \rightarrow x < 0 \end{cases}$$

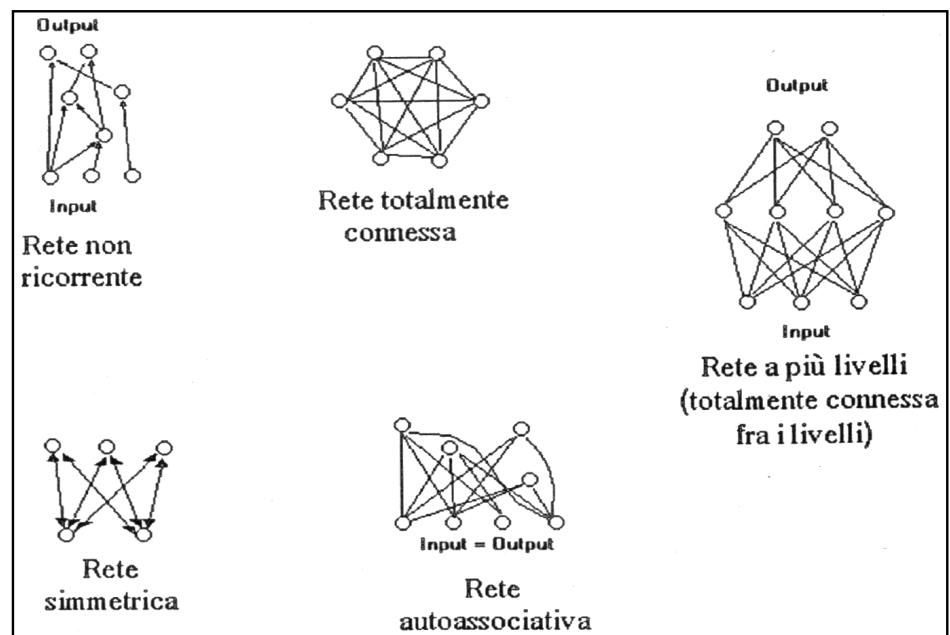
$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

(a) is a step function or threshold function

(b) is a sigmoid function $1/(1 + e^{-x})$

Strutture di una rete

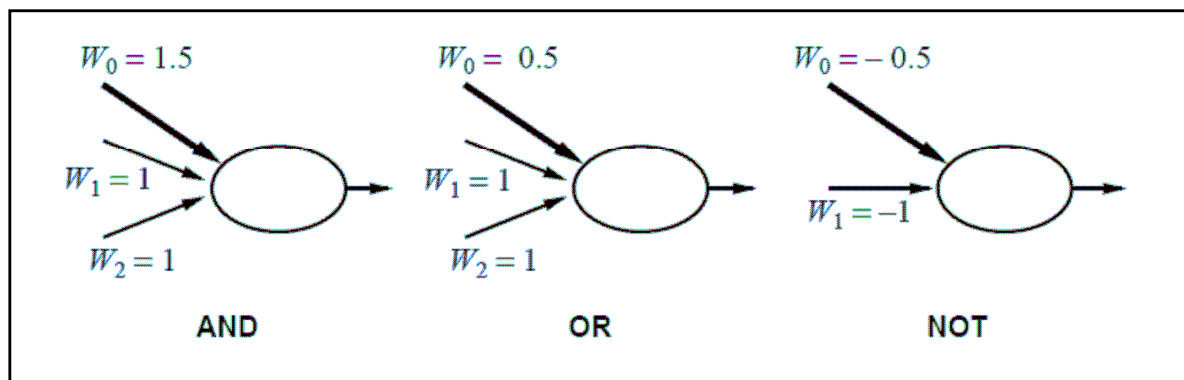
- Due categorie principali di strutture di reti neurali:
 - **feed-forward**
 - **ricorrenti**



Vediamo adesso alcuni semplici esempi di reti neurali per la realizzazione di Porte Logiche

Porte logiche

Lavorando in modo adeguato sui pesi si possono realizzare porte logiche con una rete neurale formata da un solo neurone



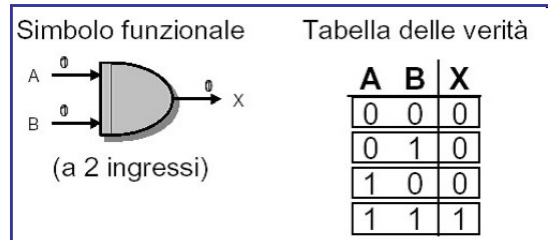
Funzionamento come porte logiche

$$in = \sum_{i=0}^2 W_i a_i = W_0 a_0 + W_1 a_1 + W_2 a_2$$

Porta AND

- Soglia=1
- $W_0=1.5$
- $W_1=1$
- $W_2=1$
- $a_0 = -1$
- Per $a_1=1$ e $a_2= 1$ si ha: $in=0.5 \Rightarrow g(in)=1$ (funzione g a gradino)
- Per $a_1=1$ e $a_2= 0$ si ha: $in=-0,5 \Rightarrow g(in)=0$

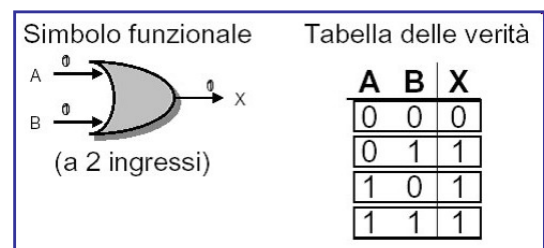
$$in = \sum_{i=0}^2 W_i a_i = -1.5 + W_1 a_1 + W_2 a_2$$



Porta OR

- Soglia=1
- $W_0=0.5$
- $W_1=1$
- $W_2=1$
- $a_0 = -1$
- Per $a_1=1$ e $a_2= 1$ si ha: $in=1.5 \Rightarrow g(in)=1$ (funzione g a gradino)
- Per $a_1=1$ e $a_2= 0$ si ha: $in=0.5 \Rightarrow g(in)=1$
- Per $a_1=0$ e $a_2= 0$ si ha: $in=-0.5 \Rightarrow g(in)=0$

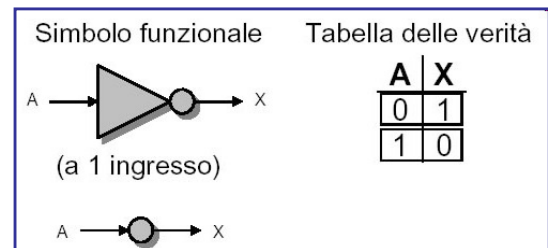
$$in = \sum_{i=0}^2 W_i a_i = -0.5 + W_1 a_1 + W_2 a_2$$



Porta NOT

- Soglia=1
- $W_0=-0.5$
- $W_1=-1$
- $a_0 = -1$
- Per $a_1=1 \Rightarrow g(\text{in})=0$ (funzione g a gradino)
- Per $a_1=0$ si ha: $\text{in}=0.5 \Rightarrow g(\text{in})=1$
-

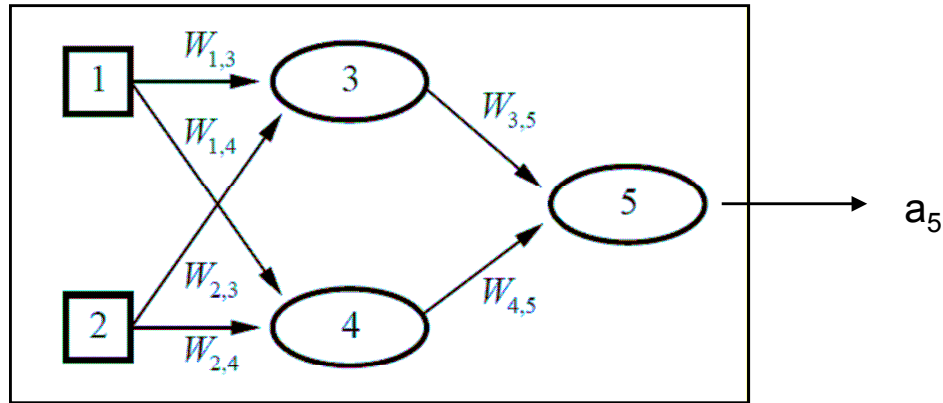
$$\text{in} = \sum_{i=0}^1 W_i a_i = 0.5 + W_1 a_1$$



*Studiamo adesso architetture più complesse
di reti neurali:
Reti feed-forward*

Reti feed-forward

- E' una tipologia di rete neurale caratterizzata dall'aver un verso delle sinapsi, dallo strato di input allo strato di output
- Una rete alimentata in avanti rappresenta una funzione dei suoi input
- Esempio:



$$\begin{aligned} a_5 &= g(W_{3,5} \cdot a_3 + W_{4,5} \cdot a_4) \\ &= g(W_{3,5} \cdot g(W_{1,3} \cdot a_1 + W_{2,3} \cdot a_2) + W_{4,5} \cdot g(W_{1,4} \cdot a_1 + W_{2,4} \cdot a_2)) \end{aligned}$$

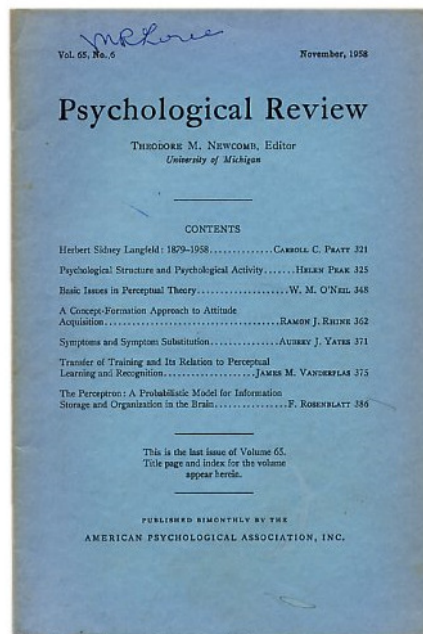
Reti feed-forward

- L'output dell'intera rete, a_5 è funzione dei suoi input \mathbf{a}
- I pesi \mathbf{W} agiscono da parametri della funzione
- La rete calcola una funzione $h_{\mathbf{W}}(\mathbf{x})$
- La funzione $h_{\mathbf{W}}$ rappresenta una funzione dello spazio delle ipotesi \mathbf{H} che può essere booleana o continua
- Se i pesi vengono modificati, cambia la funzione appresa

Rosemblatt

Feed-Forward a strato singolo: Il Percettrone di Rosemblatt

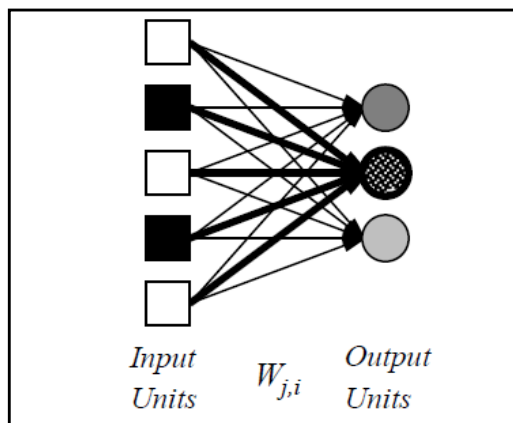
Frank Rosenblatt's introduction of the perceptron,
an important milestone in the field of artificial intelligence



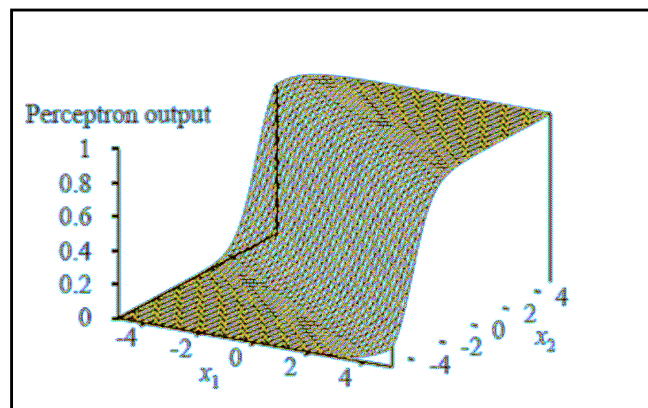
"The theory reported here clearly demonstrates the feasibility and fruitfulness of a quantitative statistical approach to the organization of cognitive systems. By the study of systems such as the perceptron, it is hoped that those fundamental laws of organization which are common to all information handling systems, machines and men included, may eventually be understood."

Il Perceptrone di Rosemblatt

- Una rete feed-forward in cui **tutti** gli input sono collegati direttamente a **tutti** gli output
- Esempi:



- 3 unità di output
- 5 unità di input



- 1 unità di output
- 2 unità di input

Esempio: la *funzione di maggioranza*

- Perceptrone a soglia
- Restituisce 1 se e solo se più della metà dei suoi n input vale 1
- Basta porre: $W_j=1$ per ogni input e $W_0=n/2$

$$g\left(\sum_{i=1}^n w_i x_i - w_0\right) \Rightarrow g\left(\sum_{i=1}^n x_i - \frac{n}{2}\right)$$

$$\Rightarrow g > 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n x_i > \frac{n}{2}$$

- Un albero di decisione necessiterebbe di $O(2^n)$ nodi per rappresentare la stessa funzione

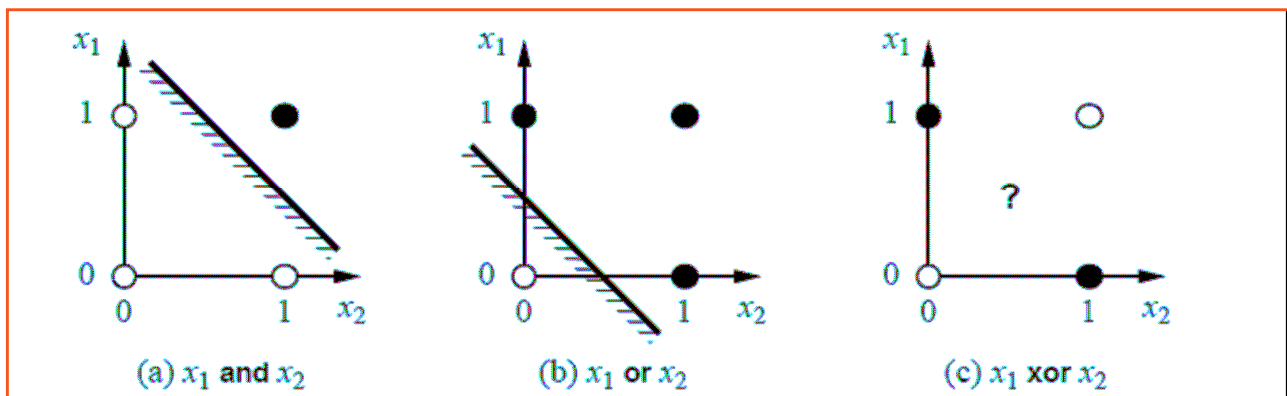
Separabilità lineare di un perceptrone a soglia

- Un perceptrone a soglia **non può** rappresentare tutte le funzioni booleane
- Infatti un perceptrone a soglia restituisce 1 se e solo se la somma pesata dei suoi input x_j positiva:
- Questa equazione definisce un **iperpiano** nello spazio degli input
- Il perceptrone restituisce 1 se e solo se l'input si trova da una parte ben precisa rispetto all'iperpiano
- Il perceptrone a soglia è chiamato quindi **separatore lineare**

$$\sum_{j=0}^n W_j x_j > 0 \Rightarrow \vec{W} \bullet \vec{x} > 0$$

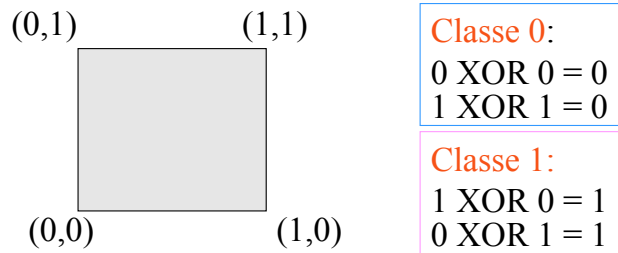
Equazione di un iperpiano

Problema dello XOR



- Perceptrone elementare (senza strati nascosti): non può classificare pattern che non siano linearmente separabili.
- Questi casi però sono frequenti: ad esempio **problema dello XOR**.
- Caso particolare della classificazione di punti nell'ipercubo unitario: ogni punto è in classe 0 o in classe 1.
- Per lo XOR si considerano gli angoli del quadrato unitario (i pattern $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$ e $(1,1)$)

Problema dello XOR



- Uso di un solo neurone (due ingressi e una uscita)



- retta che divide lo spazio di input: i punti nello stesso lato forniscono lo stesso output (0 o 1).
 - Posizione e orientamento della retta dipendono dai pesi sinaptici.
 - **MA** (0,0) e (1,1) [(1,0) e (0,1)] sono su angoli opposti del quadrato unitario \Rightarrow non posso costruire una retta che separi i punti lasciando (0,0) e (1,1) da un lato, (1,0) e (0,1) dall'altro
- \Rightarrow un perceptrone elementare non risolve il problema dello XOR
 \Rightarrow **Perceptrons: Introduction to Computational Geometry (Minsky & Papert, 1963)**

Conclusioni

- Una rete neurale è un insieme di unità elementari chiamate **neuroni**
- I neuroni sono collegati tra loro da sinapsi, rappresentate attraverso **pesi reali**
- Una rete neurale può essere utilizzata per problemi di **classificazione** o **regressione**:
 - Classificazione booleana con output continui: una singola unità di output con valore superiore a 0.5 come assegnamento ad una classe ed un valore sotto 0.5 come un assegnamento all'altra
 - Nella classificazioni a k classi, si mettono k output booleani, uno per ciascuna classe
 - Regressione: dato l'insieme di addestramento X, la rete fornisce in output il valore della funzione in un punto non presente nell'insieme di addestramento (slides 7-21 di "Classificazione e Predizione")