

<http://cialdea.dia.uniroma3.it/teaching/logica/>

- Programma del corso
- Materiale didattico:
 - Dispense (che non sono le slides)
 - Link ad altro materiale da utilizzare
 - Slides
 - Compiti d'esame di anni passati
 - ...
- ...

Logica: dal greco “Logos”, ovvero “parola, pensiero, idea, argomento, ragione”

Logica: dal greco “Logos”, ovvero “parola, pensiero, idea, argomento, ragione”

- Studio del **ragionamento**
- Un ragionamento è

Logica: dal greco “Logos”, ovvero “parola, pensiero, idea, argomento, ragione”

- Studio del **ragionamento**
- Un ragionamento è costituito da una serie di passaggi (**inferenze**), con ciascuno dei quali si **deriva** una **conclusione** da un insieme di **premesse**:

$$\frac{\text{Premessa}_1 \quad \dots \quad \text{Premessa}_k}{\text{Conclusione}} \quad (\text{inferenza})$$

- Obiettivo

Logica: dal greco “Logos”, ovvero “parola, pensiero, idea, argomento, ragione”

- Studio del **ragionamento**
- Un ragionamento è costituito da una serie di passaggi (**inferenze**), con ciascuno dei quali si **deriva** una **conclusione** da un insieme di **premesse**:

$$\frac{\text{Premessa}_1 \quad \dots \quad \text{Premessa}_k}{\text{Conclusione}} \quad (\text{inferenza})$$

- Obiettivo: determinare quali **forme** di ragionamento siano **corrette** e quali no
 - Penguin Encyclopedia: Logic is “the **formal** systematic study of the principles of valid inference and correct reasoning”
 - **forma**

Logica: dal greco “Logos”, ovvero “parola, pensiero, idea, argomento, ragione”

- Studio del **ragionamento**
- Un ragionamento è costituito da una serie di passaggi (**inferenze**), con ciascuno dei quali si **deriva** una **conclusione** da un insieme di **premesse**:

$$\frac{\text{Premessa}_1 \quad \dots \quad \text{Premessa}_k}{\text{Conclusione}} \quad (\text{inferenza})$$

- Obiettivo: determinare quali **forme** di ragionamento siano **corrette** e quali no
 - Penguin Encyclopedia: Logic is “the **formal** systematic study of the principles of valid inference and correct reasoning”
 - **forma** vs contenuto
 - **Logica formale**: astrazione dai contenuti
- Ragionamento corretto

Logica: dal greco “Logos”, ovvero “parola, pensiero, idea, argomento, ragione”

- Studio del **ragionamento**
- Un ragionamento è costituito da una serie di passaggi (**inferenze**), con ciascuno dei quali si **deriva** una **conclusione** da un insieme di **premesse**:

$$\frac{\text{Premessa}_1 \quad \dots \quad \text{Premessa}_k}{\text{Conclusione}} \quad (\text{inferenza})$$

- Obiettivo: determinare quali **forme** di ragionamento siano **corrette** e quali no
 - Penguin Encyclopedia: Logic is “the **formal** systematic study of the principles of valid inference and correct reasoning”
 - **forma** vs contenuto
 - **Logica formale**: astrazione dai contenuti
- Ragionamento corretto: se le premesse sono tutte **vere**, allora anche la conclusione è vera.

Logic concerns the **structure of statements and arguments**.

The concept of **logical form** is central to logic; it being held that the validity of an argument is determined by its logical form, not by its content (Wikipedia & al)

Logica “formale”: studio della forma del ragionamento, astrazione dal contenuto.

$$\frac{\text{se piove allora fa freddo} \quad \text{fa freddo}}{\text{piove}}$$
$$\frac{\text{se } 2+2=5 \text{ allora } 0=1 \quad 0=1}{2+2=5}$$

Logic concerns the **structure of statements and arguments**.

The concept of **logical form** is central to logic; it being held that the validity of an argument is determined by its logical form, not by its content (Wikipedia & al)

Logica “formale”: studio della forma del ragionamento, astrazione dal contenuto.

$$\frac{\text{se piove allora fa freddo} \quad \text{fa freddo}}{\text{piove}}$$
$$\frac{\text{se } 2+2=5 \text{ allora } 0=1 \quad 0=1}{2+2=5}$$
$$\frac{\text{se } A \text{ allora } B \quad A}{A}$$
$$\frac{A \rightarrow B \quad B}{A}$$

Astrarre significa semplificare: Sbarazzandosi dei dettagli, si guardano oggetti diversi da uno stesso punto di vista, e gli si può dare un trattamento uniforme.

Logica “simbolica”: formalizzazione mediante simboli

Ragionamento

Esistono diversi tipi di ragionamento, tra cui:

- **Ragionamento induttivo:** si stabilisce la validità di una legge universale (“per ogni ... vale P”) a partire dall’osservazione di casi particolari (ed assenza di controesempi):

$$\frac{P(c_0) \quad \dots \quad P(c_n)}{\forall x P(x)}$$

(da non confondere con il principio di induzione matematica)

Ragionamento

Esistono diversi tipi di ragionamento, tra cui:

- **Ragionamento induttivo:** si stabilisce la validità di una legge universale (“per ogni ... vale P”) a partire dall’osservazione di casi particolari (ed assenza di controesempi):

$$\frac{P(c_0) \quad \dots \quad P(c_n)}{\forall x P(x)}$$

(da non confondere con il principio di induzione matematica)

- **Ragionamento abduttivo:** quando si osserva un fatto che non è una conseguenza di ciò che si conosce (la nostra “teoria del mondo”), si aggiunge alla teoria qualcosa di semplice che è sufficiente a spiegare il nuovo fatto

Queste due forme di ragionamento non sono **corrette**, nel senso che nuove osservazioni potrebbero invalidare il ragionamento.

Ragionamento

Esistono diversi tipi di ragionamento, tra cui:

- **Ragionamento induttivo**: si stabilisce la validità di una legge universale (“per ogni ... vale P”) a partire dall’osservazione di casi particolari (ed assenza di controesempi):

$$\frac{P(c_0) \quad \dots \quad P(c_n)}{\forall x P(x)}$$

(da non confondere con il principio di induzione matematica)

- **Ragionamento abduttivo**: quando si osserva un fatto che non è una conseguenza di ciò che si conosce (la nostra “teoria del mondo”), si aggiunge alla teoria qualcosa di semplice che è sufficiente a spiegare il nuovo fatto

Queste due forme di ragionamento non sono **corrette**, nel senso che nuove osservazioni potrebbero invalidare il ragionamento.

- **Ragionamento deduttivo**: la conclusione è “**contenuta implicitamente**” nelle premesse.

Nella deduzione: comunque si **interpreti** il significato delle parole (o dei simboli), in ogni situazione possibile in cui tutte le premesse del ragionamento sono **vere**, è **vera** anche la conclusione: la conclusione è una **conseguenza logica** delle premesse.

Componenti di una logica:

- **Sintassi**: insieme dei simboli utilizzato e regole sintattiche per la formazione delle espressioni del linguaggio (**formule**)
- **Semantica**: definizione e analisi dei concetti di **interpretazione** e **verità**, in base ai quali si definisce il concetto di **conseguenza logica** (“contenuta implicitamente”)
- **Sistema di inferenza**: insieme di “assiomi” e “regole di inferenza”, la cui applicazione genera **derivazioni**: da un insieme di **ipotesi**, applicando le regole un numero finito di volte, si arriva a una **conclusione**.

Proprietà importanti dei sistemi di inferenza:

- **completezza** (gli assiomi e le regole devono consentire di derivare tutte le conseguenze logiche delle ipotesi – il sistema è sufficientemente potente)
- **correttezza** (*soundness*) (tutto ciò che è derivabile dalle ipotesi è una loro conseguenza logica)

Queste proprietà devono essere **dimostrate** (mediante “metadimostrazioni”)

- Antica Grecia (IV secolo a.C):
 - Aristotele (sillogismi)
 - scuola Megarica (antinomia del mentitore: $A = \text{“la proposizione } A \text{ è falsa”}$)
 - scuola Stoica (logica proposizionale)
- Logica medievale: analisi dei quantificatori, teorema dello pseudo-Scoto (da una contraddizione segue qualsiasi cosa).
- Prima metà dell'800: Boole (legame con la matematica, fondamenti della logica formale e della logica delle proposizioni) e De Morgan
- Seconda metà dell'800:
 - Peirce e Frege (calcolo dei predicati). “Ideografia” di Frege: ogni procedimento dimostrativo è condotto come un vero e proprio calcolo, in cui si prescinde dal significato delle formule che vi intervengono.
 - Legame con la matematica:
 - Cantor (teoria degli insiemi),
 - Peano (assiomatizzazione dei numeri naturali),
 - Frege (teoria dei numeri naturali fondata sulla teoria degli insiemi – antinomia di Russell “esiste l'insieme di tutti gli insiemi che non sono elementi di se stessi”).

La logica moderna ('900)

- Frege (**calcolo dei predicati**)
- Russell e Whitehead (*Principia Mathematica*): tentativo di fondare sulla logica tutta la matematica
- Hilbert: fondamenti del **metodo assiomatico** (assiomatizzazione della geometria). Con Ackermann pubblica il primo manuale di logica, in cui viene per la prima volta sollevato il problema della *decidibilità*
- Gödel (1930): se T è una teoria matematica coerente e sufficientemente espressiva da contenere l'aritmetica, allora:
 - esiste una formula (vera) G tale che in T non si può dimostrare né G né la sua negazione (G rappresenta l'enunciato: "G non è dimostrabile")
 - non è possibile provare la coerenza di T all'interno di T
- Nasce la **teoria dei modelli**, con lo studio delle nozioni di interpretazione, verità, validità, conseguenza logica, . . .
- Problema della **decidibilità**: esiste un algoritmo che, data una qualsiasi formula F , permette di decidere se F è derivabile (o valida)?

Diversi tentativi di formalizzare il concetto di algoritmo (o di "funzione effettivamente calcolabile"), funzioni ricorsive, macchine di Turing, lambda-calcolo, . . . , caratterizzano lo stesso insieme (tesi di Church).
Strumenti per lo studio della **complessità dei problemi**.

1 Ruolo esterno e teorico: logica come meta-informatica

- definizione della nozione di calcolabilità
- risultati di indecidibilità
- classificazione dei problemi secondo la loro complessità

2 Ruolo interno e pratico:

- Fondamento di paradigmi di programmazione
 - programmazione logica (basata su metodi di dimostrazione automatica): il programmatore specifica CHE COSA si deve calcolare, senza occuparsi di COME
 - programmazione funzionale (basata sul lambda-calcolo)
- Semantica di linguaggi di programmazione
- Linguaggi di specifica formale
- Specifica algebrica di tipi astratti di dati
- Verifica di proprietà di programmi (correttezza, terminazione, ...), verifica dell'affidabilità di sistemi hardware e software
- Linguaggio di rappresentazione e ragionamento in IA. Definizione e studio di diverse logiche. Applicazione, ad esempio, alla pianificazione automatica

1 Ruolo esterno e teorico: logica come meta-informatica

- definizione della nozione di calcolabilità
- risultati di indecidibilità
- classificazione dei problemi secondo la loro complessità

2 Ruolo interno e pratico:

- Fondamento di paradigmi di programmazione
 - **programmazione logica** (basata su metodi di dimostrazione automatica): il programmatore specifica CHE COSA si deve calcolare, senza occuparsi di COME
 - programmazione funzionale (basata sul lambda-calcolo)
- Semantica di linguaggi di programmazione
- Linguaggi di specifica formale
- Specifica algebrica di tipi astratti di dati
- **Verifica di proprietà di programmi (correttezza, terminazione, ...), verifica dell'affidabilità di sistemi hardware e software**
- Linguaggio di rappresentazione e ragionamento in IA. Definizione e studio di diverse logiche. Applicazione, ad esempio, alla pianificazione automatica

- 1 Logica dei predicati classica
 - Sintassi e semantica della logica dei predicati
- 2 Deduzione automatica in logica classica
 - Il metodo di risoluzione e la programmazione logica
 - Tableaux per la logica proposizionale
- 3 Il linguaggio Prolog (cenni)
- 4 Metodi formali per la verifica di sistemi mediante l'uso della Logica Temporale Lineare (LTL):
 - Sintassi e semantica di LTL
 - Il metodo dei tableaux per LTL
 - Modellazione di sistemi mediante ω -automi (automi a stati finiti che leggono parole infinite)
 - Costruzione di un automa da un tableau per LTL
 - Verifica mediante operazioni su automi