Esercitazione: Diagrammi di Bode e Nyquist

Riccardo Santini

riccardo.santini@uniroma3.it

University of ''Roma TRE''

Overview

- Nyquist: Comportamento al variare di w
- Esercizio 1: Bode + Nyquist
- Esercizio 2.a: Bode + Nyquist
- Esercizio 2.b: Nyquist
- Esercizio 3: Esercizio 2 Esame

Nyquist

Comportamento per $\omega \to 0^+$

$$\lim_{\omega \to 0^+} |G(j\omega)| = \lim_{\omega \to 0^+} \left| \frac{K}{(j\omega)^{h_2 - h_1}} \right| = \begin{cases} 0, \text{ se } h_2 - h_1 < 0 \\ |K|, \text{ se } h_2 - h_1 = 0 \\ \infty, \text{ se } h_2 - h_1 > 0 \end{cases}$$

$$\lim_{\omega \to 0^+} \angle G(j\omega) = \lim_{\omega \to 0^+} \angle \frac{K}{(j\omega)^{h_2 - h_1}} = -\frac{\pi}{2}(h_2 - h_1) + \angle K$$

Dove: h2 #poli origine
h1 #zeri origine
K guadagno statico

Nyquist

Comportamento per $\omega \to \infty$

$$\lim_{\omega\to\infty}|G(j\omega)| = \lim_{\omega\to\infty}\left|\frac{K}{(j\omega)^{n-m}}\right| = \begin{cases} \infty, \text{ se } n-m<0 \\ |K|, \text{ se } n-m=0 \\ 0, \text{ se } n-m>0 \end{cases}$$

$$\lim_{\omega\to\infty}\angle G(j\omega) = \lim_{\omega\to\infty}\angle\frac{K}{(j\omega)^{n-m}} = -\frac{\pi}{2}(\mathrm{n}-\mathrm{m}) + \angle K$$

Dove: n poli p.r.n. (e zeri a parte reale positiva)
m zeri p.r.n. (poli a parte reale positiva)
K guadagno statico

NOTA

Conversione Rad - Deg

- Da Rad a Deg

$$\alpha^{\deg} = \frac{360}{2\pi}\alpha^{rad}$$

- Da Deg a Rad

$$\alpha^{rad} = \frac{2\pi}{360}\alpha^{\deg}$$

Esercizio 1

- Data la seguente Funzione F(s) ricavare i diagrammi di Bode e Nyquist

$$F(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s^2+4s+5)}$$

- Eseguiamo i passi necessari al diagramma di Bode

Esercizio 1

- Calcolo del Guadagno Statico:

$$\lim_{s\to 0} F(\mathrm{s}) = \lim_{s\to 0} \frac{s+1}{(s+2)(s^2+4s+5)} = \frac{1}{10} = 0.1 = K_P$$

- Trasformazione in DB:

$$K_{Db} = 20\log_{10} K_P \simeq -20$$

Esercizio 1

- Numeratore:

$$(s+1) \rightarrow \tau = 1, \frac{1}{\tau} = 1 \Rightarrow \begin{cases} Modulo: +20Db / Decade \\ Fase: +90° / 2Decadi \end{cases}$$

- Denominatore:

$$(s+2) = \left(\frac{s}{2}+1\right) \rightarrow \tau = \frac{1}{2}; \frac{1}{\tau} = 2 \Rightarrow \begin{cases} Modulo: -20Db / \text{Decade} \\ Fase: -90° / 2Decadi \end{cases}$$

Esercizio 1

- Denominatore: Verifico il pox trinomio

$$\left(s^2+4s+5\right)\rightarrow\left(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n{}^2\right)$$

$$\omega_n=2.23$$

$$\zeta=\frac{4}{2\cdot 2.23}=0.89$$

$$\begin{cases} Modulo: -40db/\text{Decade} \\ Fase: -180°/2\,\text{Decadi} \end{cases}$$

Esercizio 1

MATLAB DEMO

Esercizio 2.a

- Data la seguente Funzione F(s) ricavare i diagrammi di Bode e Nyquist

$$F(s) = \frac{10}{s(s+1)}$$

- Eseguiamo i passi necessari al diagramma di Bode

Esercizio 2.a

- Calcolo del Guadagno Statico:

$$\lim_{s \to 0} s \bullet F(\mathrm{s}) = \lim_{s \to 0} \frac{10}{(s+1)} = 10 = K_P$$

- Trasformazione in DB:

$$K_{Db} = 20 \log_{10} K_P = 20$$

Esercizio 2.a

- Numeratore:

$$10$$

- Denominatore:

$$s = \begin{cases} Modulo: -20Db/\text{Decade} \\ Fase: -90° \text{ fissa} \end{cases}$$

$$(s+1) \rightarrow \tau = 1; \frac{1}{\tau} = 1 \begin{cases} Modulo: -20Db/\text{Decade} \\ Fase: -90°/2Decadi \end{cases}$$

Esercizio 2.a

MATLAB DEMO

Esercizio 2.b

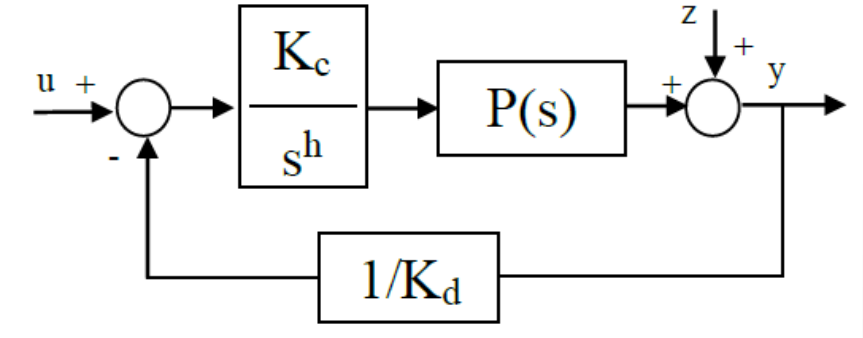
- Data la seguente Funzione F(s) ricavare i diagrammi di Bode e Nyquist

$$F(s) = \frac{10}{s^3(s+1)}$$

Esercizio 3

- Sia dato un processo P(s) e lo schema di controllo:

$$P(s) = \frac{3\left(\frac{s}{3}+1\right)\left(\frac{s}{200}+1\right)}{s\left(\frac{s}{50}+1\right)^2\left(\frac{s}{900}+1\right)}$$



Esercizio 3

- Sintetizzare il sistema di controllo determinando:
  - h
  - Kc
- Con Kd =2 in modo tale che l'errore per ingresso a rampa u(t)=9t sia minore o uguale a 0.4
- Scelto il valore minimo di Kc compatibile con le specifiche tracciare della funzione a ciclo aperto:
  - Diagramma di Bode
  - Diagramma di Nyquist
  - Pulsazione di attraversamento ωt
- In caso di sistema stabile a ciclo chiuso:
  - Margini di stabilità (mg,$m\varphi$)

Esercizio 3

- Calcolo dell'errore

$\Sigma \backslash u$	0	1	2
0	$\frac{kd^2}{k_d + k_G}$	∞	∞
1	0	$\frac{kd^2}{k_G}$	∞
2	0	0	$\frac{kd^2}{k_G}$

- Sistema di tipo 1, ingresso di tipo 1:

$$e(\infty) = \frac{kd^2}{k_G} \cdot |u| \leq 0.4$$

$$C(s) = Kc$$

Esercizio 3

- Calcolo di Kc:

$$e(\infty) = \frac{kd^2}{k_G} \cdot |u| \leq 0.4 \Rightarrow \frac{4}{Kc \cdot Kp} \cdot 9 \leq 0.4$$

- Calcolo Kp:

$$\lim_{s \to 0} s \cdot P(\mathrm{s}) = \lim_{s \to 0} \frac{3\left(\frac{s}{3}+1\right)\left(\frac{s}{200}+1\right)}{\left(\frac{s}{50}+1\right)^2\left(\frac{s}{900}+1\right)} = 3 = K_P \Rightarrow Kc \geq 30$$

Esercizio 3

- Calcolo della Funzione a ciclo aperto:

$$F(s) = P(s)\cdot C(s)\cdot H(s) = \frac{45\cdot\left(\frac{s}{3}+1\right)\cdot\left(\frac{s}{200}+1\right)}{s\left(\frac{s}{50}+1\right)^2\cdot\left(\frac{s}{900}+1\right)}$$

- Calcolo del guadagno statico:

$$\lim_{s\to 0} s\cdot F(\mathrm{s}) = \lim_{s\to 0}\frac{45\cdot\left(\frac{s}{3}+1\right)\cdot\left(\frac{s}{200}+1\right)}{\left(\frac{s}{50}+1\right)^2\cdot\left(\frac{s}{900}+1\right)} = 45 = K_P$$

$$K_{Db} = 20\cdot\log_{10}(45) \simeq 33\,\mathrm{Db}$$

Esercizio 3

- Numeratore:

$$\left(\frac{s}{3}+1\right) \rightarrow \tau = \frac{1}{3}; \frac{1}{\tau} = 3 \begin{cases} Modulo: +20db / Decade \\ Fase: +90° / 2Decadi \end{cases}$$

$$\left(\frac{s}{200}+1\right) \rightarrow \tau = \frac{1}{200}; \frac{1}{\tau} = 200 \begin{cases} Modulo: +20db / Decade \\ Fase: +90° / 2Decadi \end{cases}$$

Esercizio 3

- Denominatore:

$$\left(\frac{s}{50}+1\right)^2 \rightarrow \tau = \frac{1}{50}; \frac{1}{\tau} = 50 \begin{cases} Modulo: -40db / Decade \\ Fase: -180° / 2Decadi \end{cases}$$

Esercizio 3

- Denominatore:

$$\left(\frac{s}{900}+1\right)\rightarrow \tau=\frac{1}{900};\frac{1}{\tau}=900\begin{cases}Modulo:-20db/Decade\\ Fase:-90°/2Decadi\end{cases}$$

$$\frac{1}{s}=\begin{cases}Modulo:-20db/Decade\\ Fase:-90°\ fissa\end{cases}$$

Esercizio 3

MATLAB DEMO