

Brevi appunti di Fondamenti di Automatica¹

prof. Stefano Panzieri, ing. Chiara Foglietta, ing. Cosimo Palazzo, ing. Dario Masucci
Dipartimento di Ingegneria
Università degli Studi “ROMA TRE”



21 maggio 2019

¹Rev. 0.3

Indice

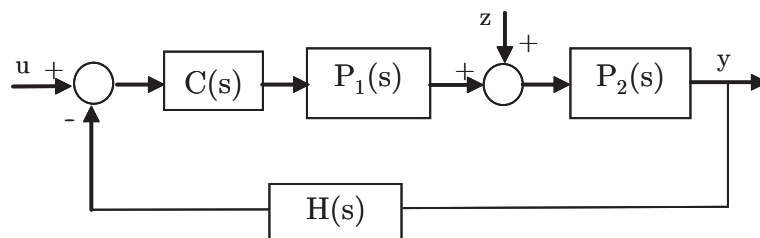
1	Esercizi	2
1.1	Analisi e stabilizzazione sistema di controllo a controreazione	2
1.1.1	Esercizio	2
1.1.2	Esercizio	4
1.1.3	Esercizio	5
1.2	Sintesi del regime permanente e analisi in frequenza della stabilit[Please insert into preamble] di un sistema di controllo a controreazione	6
1.2.1	Esercizio	6
1.2.2	Esercizio	8
1.2.3	Esercizio	10
1.3	Correzione dei parametri del ciclo aperto tramite rete compensatrice e valutazione del ciclo chiuso	12
1.3.1	Esercizio	12
1.3.2	Esercizio	15
1.3.3	Esercizio	17

Capitolo 1

Esercizi

1.1 Analisi e stabilizzazione sistema di controllo a controreazione

1.1.1 Esercizio



Esercizio 1 Dato il sistema riportato in figura con

$$C(s) = \frac{K_c}{s}; P_1(s) = \frac{(s+3)}{(s+10)}; P_2(s) = \frac{(s+1)}{s}; H(s) = 0.2$$

determinare:

a Per quali valori di K_c il sistema risulta stabile a ciclo chiuso

b Il tipo di sistema di controllo

c Astatismo rispetto al disturbo costante z

d L'uscita permanente $y_p(t)$ con $u(t) = t\delta_{-1}(t)$ e $z(t) = 0$

e L'uscita permanente $y_z(t)$ con $u(t) = 0$ e $z(t) = 3\delta_{-2}(t)$

Per rispondere alla domanda (a) dobbiamo applicare il criterio di Routh alla funzione di trasferimento a ciclo chiuso. Questa è data da

$$W(s) = \frac{C(s)P_1(s)P_2(s)}{1 + C(s)P_1(s)P_2(s)H(s)} = \frac{K_c(s+1)(s+3)}{5s^3 + (50 + K_c)s^2 + 4K_cs + 3K_c}$$

Costruiamo la tabellina di Routh

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 5 & 4K_c \\ 2 & 50 + K_c & 3K_c \\ 1 & \frac{K_c(185+4K_c)}{K_c+50} & 0 \\ 0 & 3K_c & \end{array}$$

dalla quale possiamo ricavare

$$\begin{cases} 50 + K_c > 0 \\ K_c(185 + 4K_c) > 0 \\ 3K_c > 0 \end{cases}$$

che fornisce, semplicemente, $K_c > 0$.

Per la domanda (b) abbiamo che il tipo del sistema di controllo è chiaramente 2 essendoci due integratori in catena diretta.

Alla domanda (c) si risponde semplicemente notando che c'è in catena diretta un integratore a monte dell'ingresso del disturbo e pertanto il disturbo costante viene rigettato. Il sistema [U+FFFD] Astatico rispetto a questo disturbo.

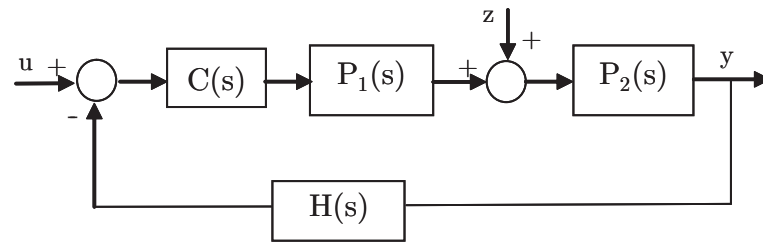
Poiché il sistema riproduce esattamente gli ingressi di tipo 1, alla domanda (d) si risponde semplicemente dicendo che l'uscita al permanente sarà ottenuta moltiplicando l'ingresso per il guadagno del sistema a ciclo chiuso:

$$y_p(t) = u(t)K_d = u(t)\frac{1}{K_h} = 5t\delta_{-1}(t).$$

Il disturbo a rampa, invece, malgrado il sistema di controllo sia di tipo 2, non viene rigettato completamente in quanto c'è [U+FFFD] solo un integratore prima del suo ingresso nell'anello. Dovremo calcolare il suo effetto, sicuramente costante per lo stesso motivo, usando il teorema del valore finale:

$$\begin{aligned} y_z(\infty) &= \lim_{t \rightarrow \infty} y_z(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sW_z(s)\frac{3}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{3}{s} \frac{P_2}{1 + CP_1P_2H} = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{3}{s} \frac{\frac{(s+1)}{s}}{1 + \frac{K_c}{s} \frac{(s+3)}{(s+10)} \frac{(s+1)}{s} 0.2} = \frac{50}{K_c} \end{aligned}$$

1.1.2 Esercizio



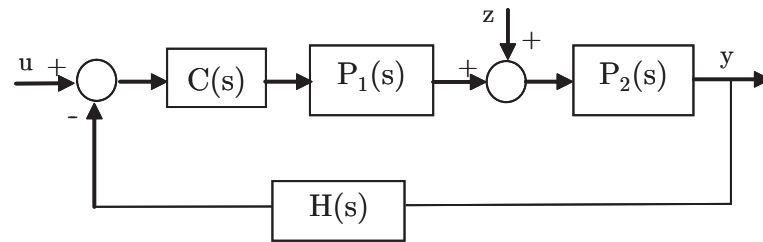
Esercizio 2 Dato il sistema riportato in figura con

$$C(s) = K_c; P_1(s) = \frac{2}{(s+2)}; P_2(s) = \frac{1}{(s+3)}; H(s) = 0.1$$

determinare:

- Per quali valori di K_c il sistema risulta stabile a ciclo chiuso
- Il tipo di sistema di controllo
- Astaticismo rispetto al disturbo costante z
- L'uscita permanente $y_p(t)$ con $u(t) = 3\delta_{-1}(t)$ e $z(t) = 0$
- L'uscita permanente $y_z(t)$ con $u(t) = 0$ e $z(t) = 2\delta_{-1}(t)$

1.1.3 Esercizio



Esercizio 3 Dato il sistema riportato in figura con

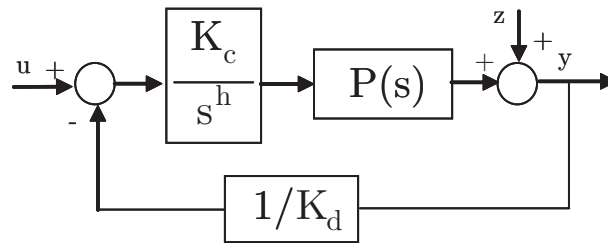
$$C(s) = \frac{K_c}{s}; P_1(s) = \frac{(s+1)}{(s+3)}; P_2(s) = \frac{1}{s}; H(s) = 0.5$$

determinare:

- Per quali valori di K_c il sistema risulta stabile a ciclo chiuso
- Il tipo di sistema di controllo
- Astaticismo rispetto al disturbo costante z
- L'uscita permanente $y_p(t)$ con $u(t) = 5\delta_{-2}(t)$ e $z(t) = 0$
- L'uscita permanente $y_z(t)$ con $u(t) = 0$ e $z(t) = 2\delta_{-1}(t)$

1.2 Sintesi del regime permanente e analisi in frequenza della stabilit  [U+FFFD] di un sistema di controllo a controreazione

1.2.1 Esercizio



Esercizio 4 Sia dato un processo $P(s)$ descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{10(s/3 + 1)(s/100 + 1)}{(s^2/400 + 0.4s/20 + 1)(s/200 + 1)}$$

Sintetizzare il sistema di controllo in figura determinando

- h
- K_c

con K_d uguale a 4, in modo tale che l'errore per ingresso a rampa $u(t) = 5t$ sia minore o uguale a 0.16 . Scelto il valore minimo di K_c compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di

- BODE
- NYQUIST

della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la

- pulsazione di attraversamento ω_t

e, in caso di sistema stabile a ciclo chiuso, i

- margini di stabilit  [U+FFFD] (m_g e m_ϕ)

Per cominciare notiamo che viene richiesto di sintetizzare un sistema di controllo di tipo 1 in quanto la specifica sull'errore a regime permanente [U+FFFD] del tipo errore costante per ingresso a rampa. Nel processo non ci sono integratori e, pertanto, per raggiungere il tipo 1 bisogner  [U+FFFD] introdurne uno nel controllore: $h = 1$.

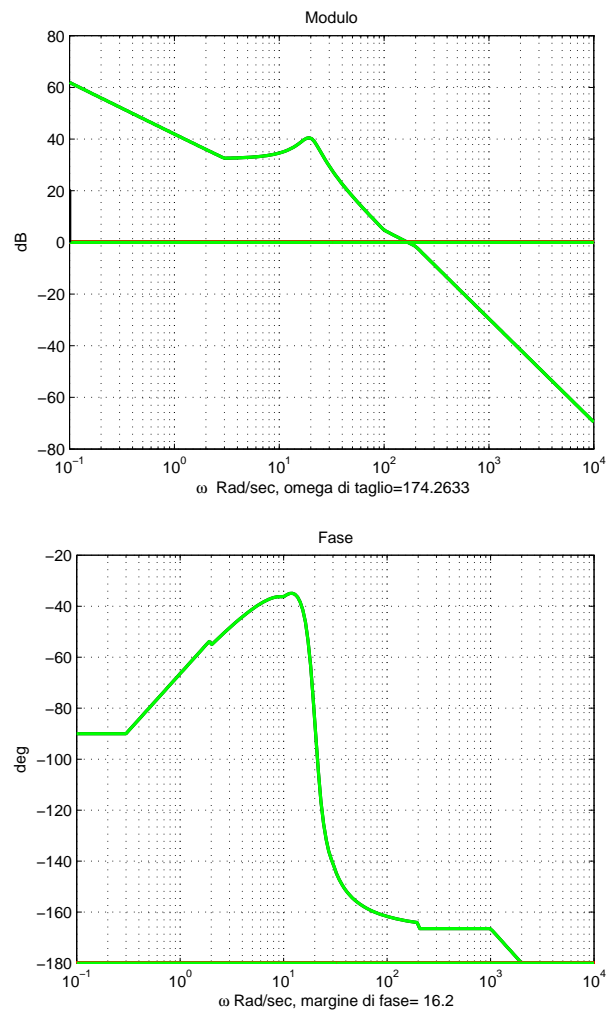
Il calcolo del K_c procede sfruttando l'espressione dell'errore che [U+FFFD]

$$\frac{K_d^2}{K_c K_p} 5 \leq 0.16$$

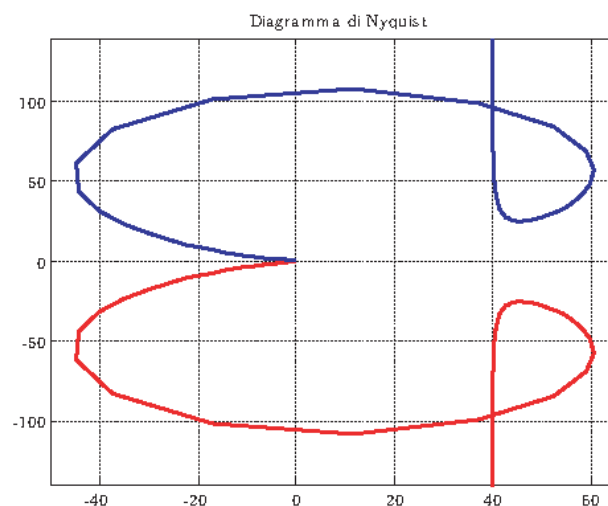
e che conduce a $K_c \geq 50$. Scegliamo $K_c = 50$ e procediamo al tracciamento della funzione di trasferimento a ciclo aperto

$$F(s) = \frac{K_c}{s} P(s) \frac{1}{K_d} = \frac{125(s/3 + 1)(s/100 + 1)}{s(s^2/400 + 0.4s/20 + 1)(s/200 + 1)}$$

I diagrammi di Bode asintotici sono i seguenti:

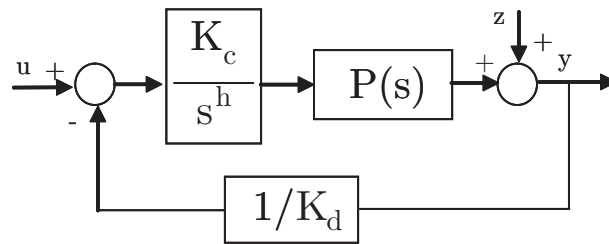


Con una pulsazione di taglio di circa 174 rad/sec. Il diagramma di Nyquist [U+FFFD], invece, questo:



e notiamo che non gira mai attorno al punto -1. Pertanto il sistema [U+FFFD] stabile a ciclo chiuso con un margine di fase di circa 16 gradi e un margine di guadagno infinito, visto che la fase non scende mai sotto i -180 gradi.

1.2.2 Esercizio



Esercizio 5 Sia dato un processo $P(s)$ descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{6(s/80 + 1)(s/200 + 1)}{(s/20 + 1)(s/800 + 1)(s/1000 + 1)}$$

Sintetizzare il sistema di controllo in figura determinando

- h
- K_c

con K_d uguale a 6, in modo tale che l'errore per ingresso a rampa $u(t) = 5t$ sia minore o uguale a 0.6. Scelto il valore minimo di K_c compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di

- BODE
- NYQUIST

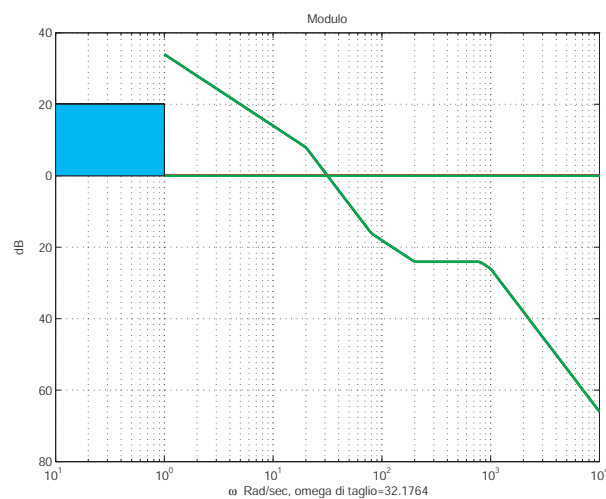
della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la

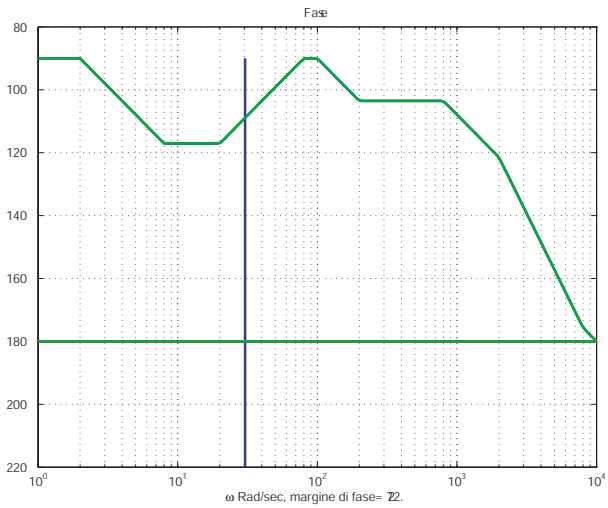
- pulsazione di attraversamento ω_t

e, in caso di sistema stabile a ciclo chiuso, i

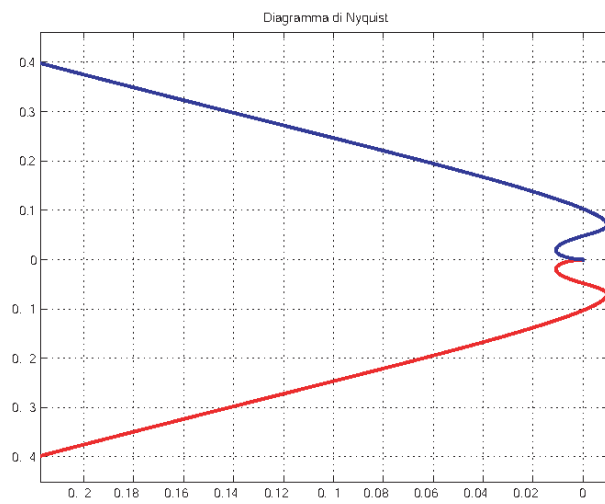
- margini di stabilit[**U+FFD**] (m_g e m_ϕ)

I diagrammi di Bode asintotici sono i seguenti:

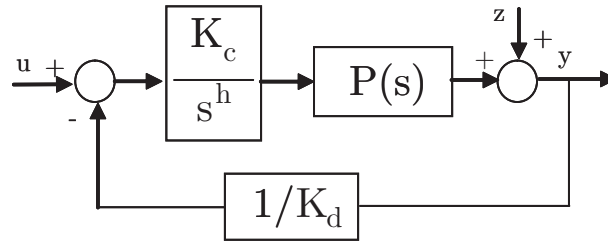




Con una pulsazione di taglio di circa 32 rad/sec. Il diagramma di Nyquist [U+FFFD], invece, questo:



1.2.3 Esercizio



Esercizio 6 Sia dato un processo $P(s)$ descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{10(s/20 + 1)(s/80 + 1)}{(s/2 + 1)(s/300 + 1)(s/900 + 1)}$$

Sintetizzare il sistema di controllo in figura determinando

- h
- K_c

con K_d uguale a 3, in modo tale che l'errore per ingresso a rampa $u(t) = 2t$ sia minore o uguale a 0.27. Scelto il valore minimo di K_c compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di

- BODE
- NYQUIST

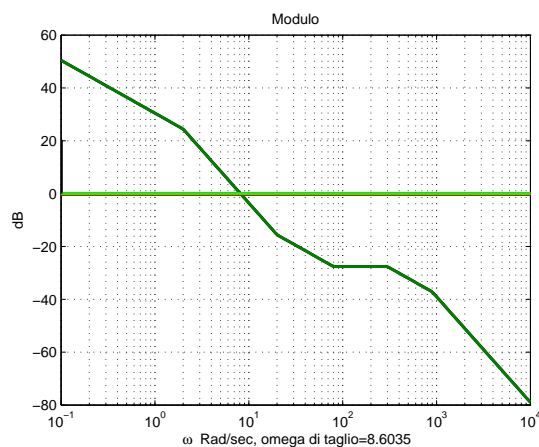
della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la

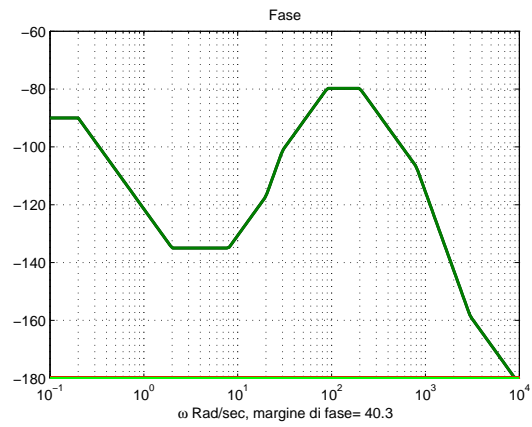
- pulsazione di attraversamento ω_t

e, in caso di sistema stabile a ciclo chiuso, i

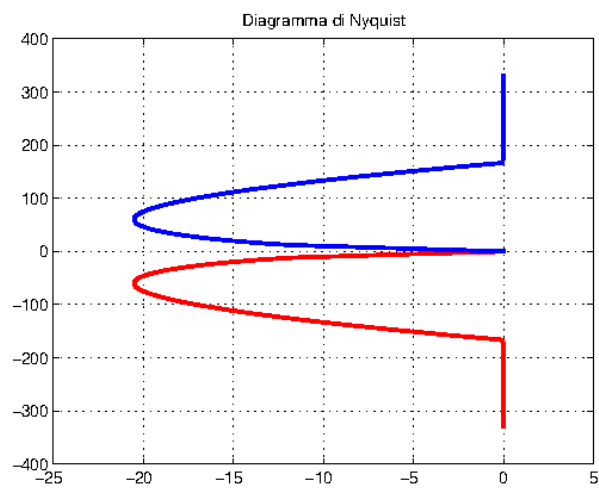
- margini di stabilit[$U+FFD$] (m_g e m_ϕ)

I diagrammi di Bode asintotici sono i seguenti:



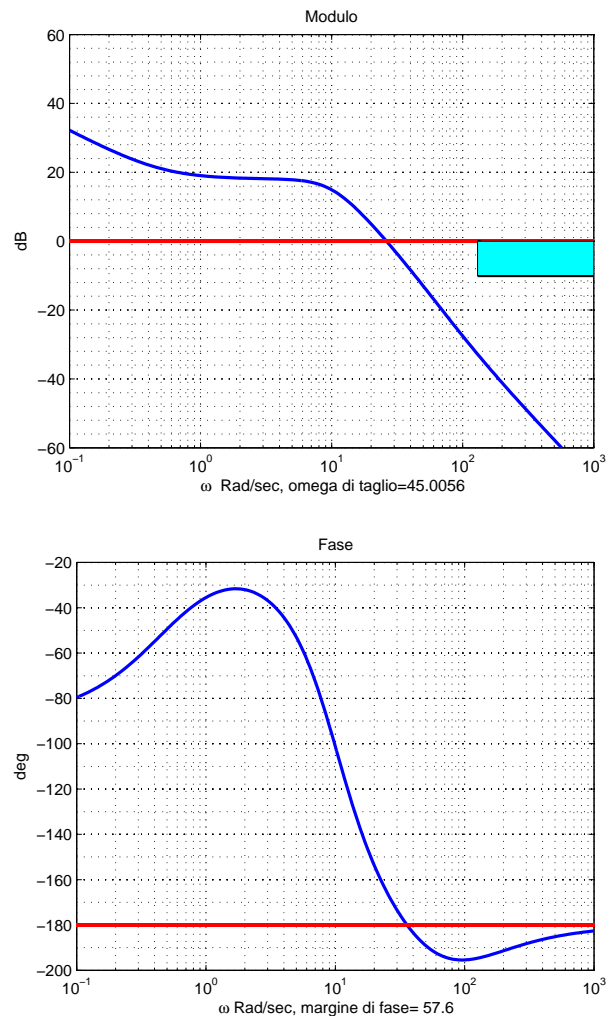


Con una pulsazione di taglio di circa 8.6 rad/sec. Il diagramma di Nyquist [U+FFFD], invece, questo:



1.3 Correzione dei parametri del ciclo aperto tramite rete compensatrice e valutazione del ciclo chiuso

1.3.1 Esercizio



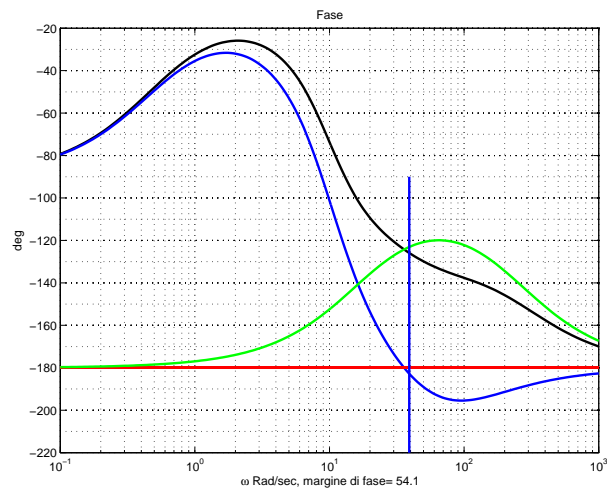
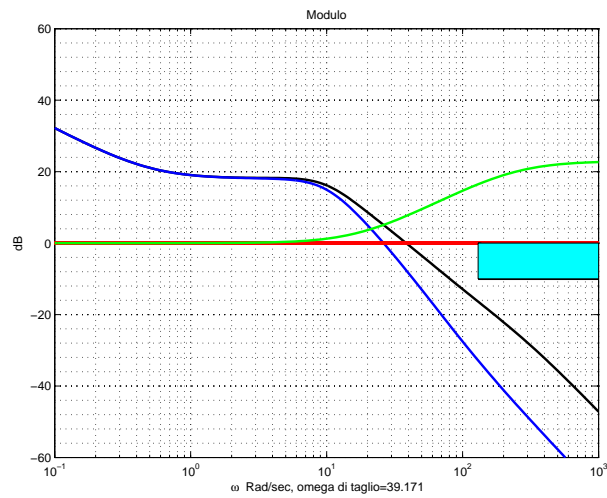
Esercizio 7 Dato il diagramma di BODE della funzione di trasferimento a ciclo aperto $F(s)$ sopra riportato (non ci sono poli a parte reale positiva) determinare la rete compensatrice $R(s)$ tale da assicurare $\omega_t \geq 30$ rad/sec, $m_\phi \geq 50^\circ$, e il rispetto della finestra proibita indicata in figura. Tracciare quindi il diagramma di NICHOLS della funzione compensata $F'(s) = F(s)R(s)$ e determinare su di esso il modulo alla risonanza M_r e la banda passante a -3 Decibel ω_{-3} .

L'attuale omega di taglio si trova circa in 27 rad/sec e vediamo subito che abbiamo bisogno di una rete anticipatrice dovendo aumentarla. Anche la fase ha bisogno di un anticipo e pertanto procediamo a individuare una nuova ω_t^* . Questa potrebbe essere posta, ad esempio, in 40 rad/sec dove il modulo deve essere alzato esattamente di 8dB e la fase di almeno 55° .

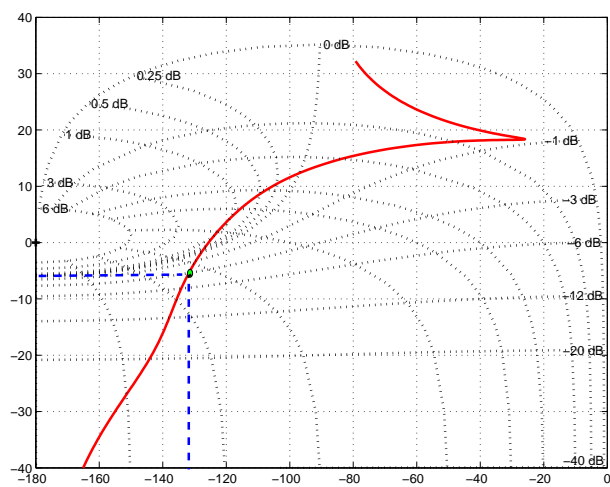
Procedendo all'analisi del diagramma delle reti compensatrici, notiamo che per $\omega\tau = 2.3$ e $m = 14$ abbiamo proprio la correzione ricercata. Dovendo far coincidere $\omega\tau = 2.3$ con $\omega_t^* = 40$ rad/sec baster [U+FFFD] prendere $\tau = (\omega\tau)/\omega_t^* = 2.3/40 = 0.0575$. Notiamo che, con questa correzione, in $\omega = 130$ rad/sec (ovvero $\omega\tau =$

$130 \cdot 0.0575 = 7.47$), dove comincia la finestra proibita, la correzione sar [U+FFFD] di circa 17 dB che porta il modulo ben al di sotto del limite definito dalla finestra.

Applicando la correzione otteniamo i seguenti grafici:

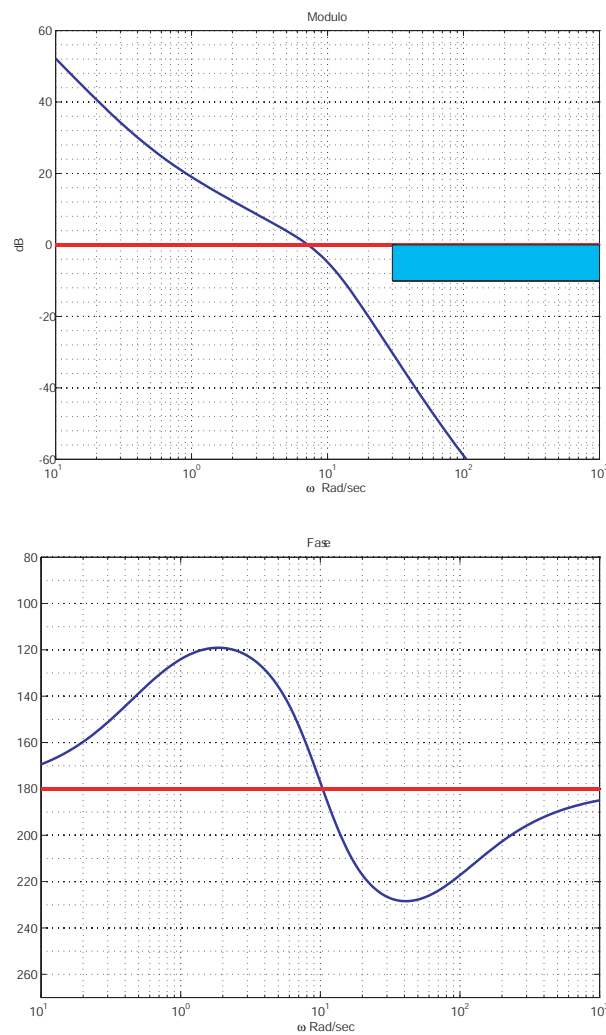


Riportando la funzione corretta sulla carta di Nichols si ottiene:



Dalla carta di Nichols deduciamo che il modulo alla risonanza M_r vale poco più di un Decibel e che la banda passante coincide con fase pari a circa -132° per il ciclo aperto e quindi, dal diagramma di Bode, con 50 rad/sec : $\omega_{-3} = 50 \text{ rad/sec}$.

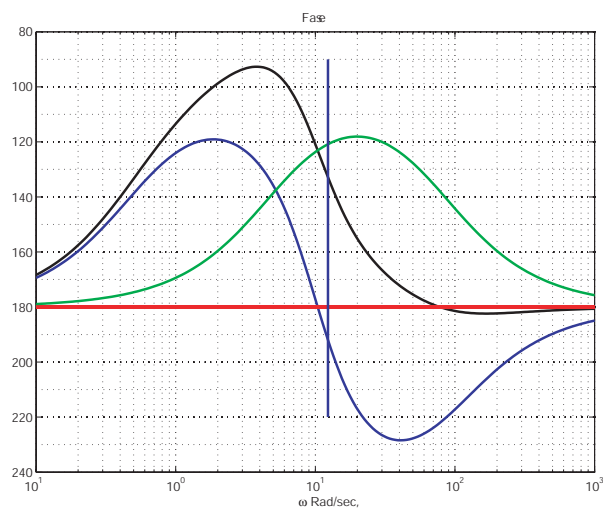
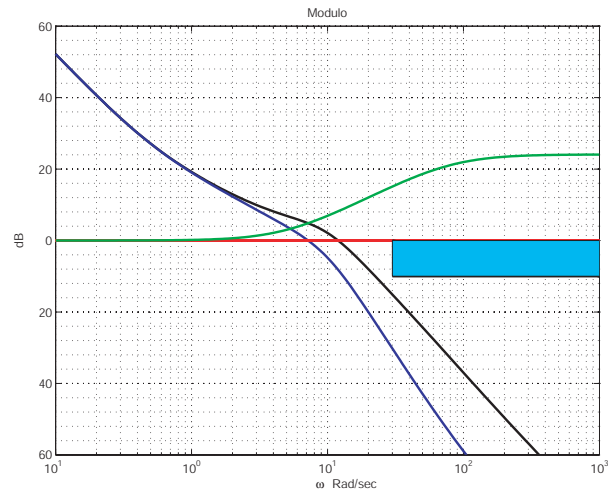
1.3.2 Esercizio



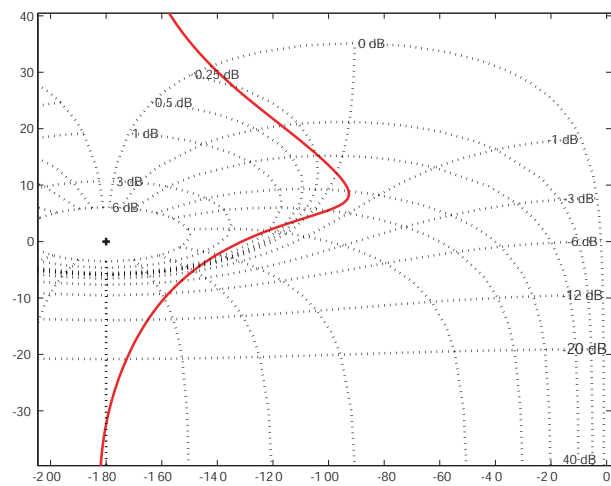
Esercizio 8 Dato il diagramma di BODE della funzione di trasferimento a ciclo aperto $F(s)$ sopra riportato (non ci sono poli a parte reale positiva) determinare la rete compensatrice $R(s)$ tale da assicurare $\omega_t \geq 10$ rad/sec, $m_\phi \geq 45^\circ$, e il rispetto della finestra proibita indicata in figura. Tracciare quindi il diagramma di NICHOLS della funzione compensata $F'(s) = F(s)R(s)$ e determinare su di esso il modulo alla risonanza M_r e la banda passante a -3 Decibel ω_{-3} .

Notiamo che l'omega di taglio si colloca a 7 rad/sec e pertanto [U+FFFD] troppo bassa. Lo stesso dicasi per la fase che ha bisogno comunque di essere alzata nella regione di interesse. Useremo, pertanto, una rete anticipatrice. L'omega di taglio desiderata potrebbe essere messa poco dopo i 10 rad/sec, ad esempio in 12. In quel punto abbiamo bisogno di aumentare il modulo di 8 decibel e la fase di 55 gradi almeno. A questo scopo possiamo usare una rete con $m = 16$ e $\omega\tau = 2.4$ che porta a $\tau = 0.2$.

Applicando la correzione otteniamo i seguenti grafici:

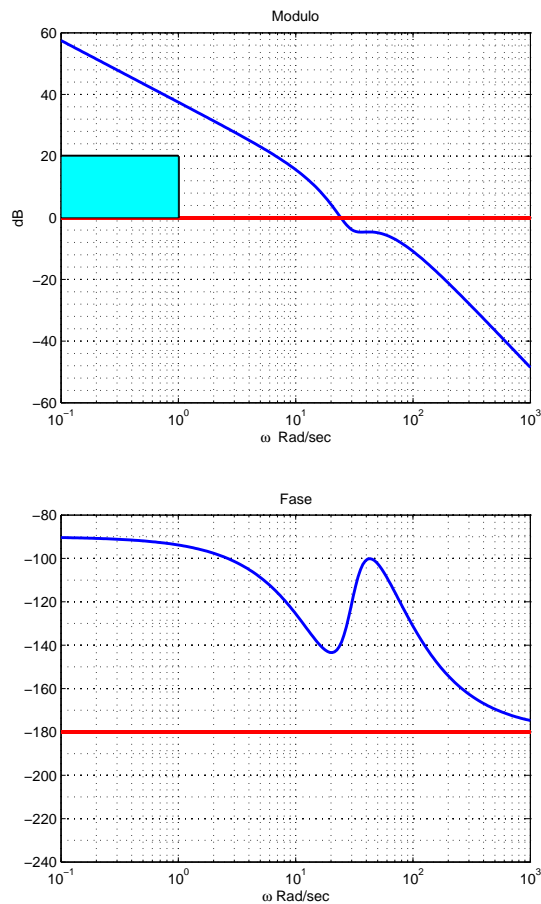


Riportando la funzione corretta sulla carta di Nichols si ottiene:



Dalla carta di Nichols deduciamo che il modulo alla risonanza M_r vale poco più di 2 dB e che la banda passante coincide con fase pari a circa -150° per il ciclo aperto e quindi, dal diagramma di Bode, con circa 18 rad/sec: $\omega_{-3} = 18 \text{ rad/sec}$.

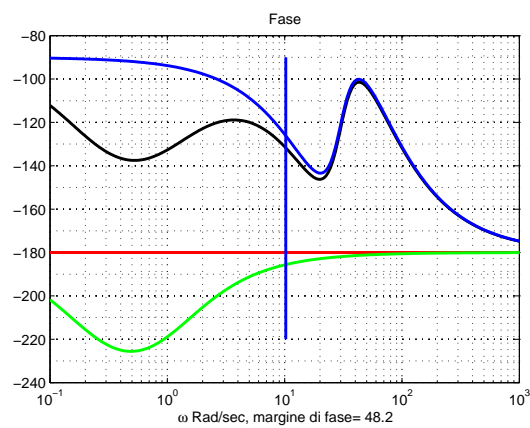
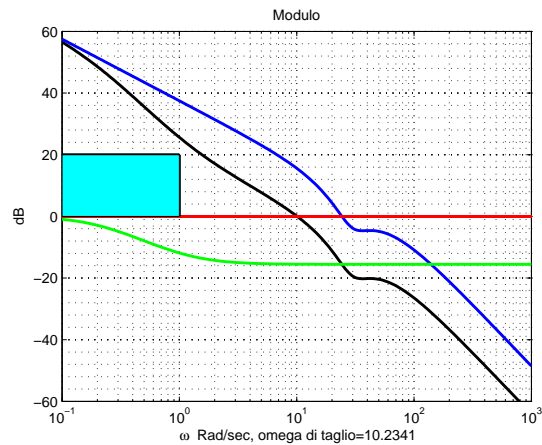
1.3.3 Esercizio



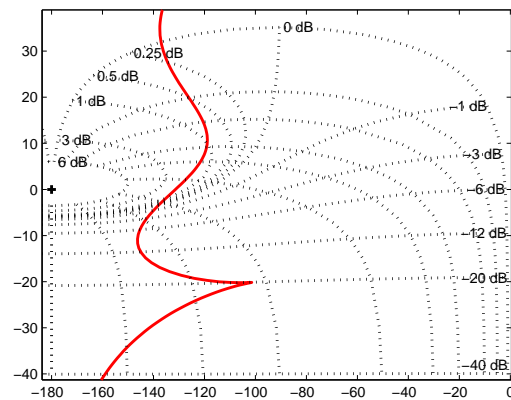
Esercizio 9 Dato il diagramma di BODE della funzione di trasferimento a ciclo aperto $F(s)$ sopra riportato (non ci sono poli a parte reale positiva) determinare la rete compensatrice $R(s)$ tale da assicurare $\omega_t \leq 10$ rad/sec, $m_\phi \geq 40^\circ$, e il rispetto della finestra proibita indicata in figura. Tracciare quindi il diagramma di NICHOLS della funzione compensata $F'(s) = F(s)R(s)$ e determinare su di esso il modulo alla risonanza M_r e la banda passante a -3 Decibel ω_{-3} .

Notiamo che l'omega di taglio si colloca a circa 23 rad/sec e pertanto [U+FFFD] troppo alta. La fase, fortunatamente, [U+FFFD] sopra i -180° e intorno ai 10 rad/sec [U+FFFD] 55° sopra i -180 . Useremo, pertanto, una rete attenuatrice. L'omega di taglio desiderata potrebbe essere messa esattamente in 10 rad/sec. In quel punto abbiamo bisogno di abbassare il modulo di 15 decibel e la fase di non pi[U+FFFD] di 15 gradi. A questo scopo possiamo usare una rete attenuatrice con $m = 6$ e $\omega\tau = 50$ che porta a $\tau = 5$.

Applicando la correzione otteniamo i seguenti grafici:



Riportando la funzione corretta sulla carta di Nichols si ottiene:



Dalla carta di Nichols deduciamo che il modulo alla risonanza M_r vale circa 2 dB e che la banda passante coincide con fase pari a circa -140° per il ciclo aperto e quindi, dal diagramma di Bode, con circa 18 rad/sec: $\omega_{-3} = 15$ rad/sec .