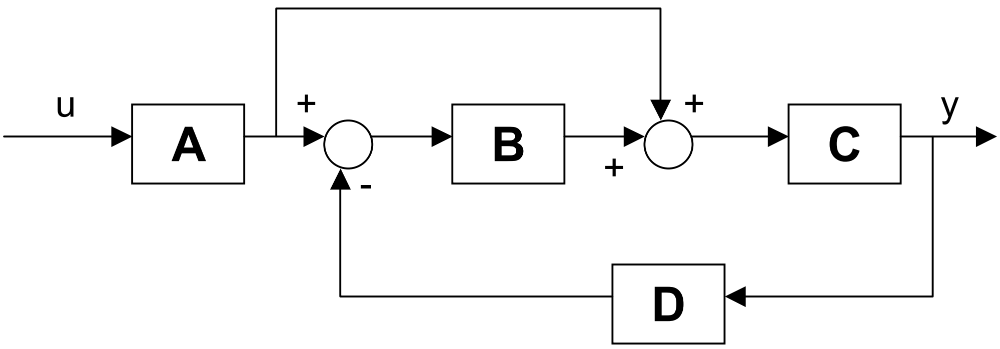
Esame di Elementi di Regolazione

Corso di Laurea Nuovo Ordinamento in Ingegneria Meccanica

27 marzo 2002 – Compito **A**

1. Ricavare la funzione di trasferimento tra **u** ed **y** nel seguente schema a blocchi:



---

2. Dato il sistema **G(s)=(s+1)/[s(s+3)]** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso **u(t) = t - 2(t-1)δ_{-1}(t-1) + (t-2)δ_{-1}(t-2)**. Determinarne, quindi, il limite per **t** tendente all'infinito. Tracciare, inoltre, l'andamento dell'ingresso.

---

3. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{10(s/10+1)}{((s/200)^2 + (0.6/200)s + 1)(s/40+1)}$$

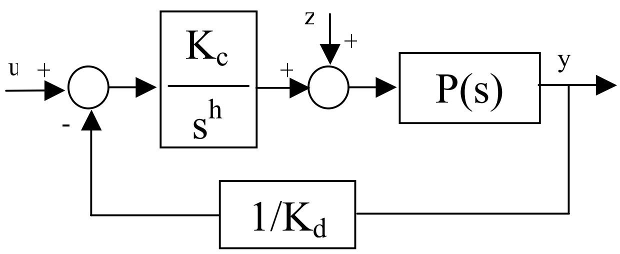
Sintetizzare il sistema di controllo in figura (determinare **h** e **K_c**) in modo tale che:

- il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **4**
- l'errore per ingresso a parabola **u(t)=2t** sia minore o uguale a **0.32**
- il sistema a ciclo chiuso sia stabile (verificare con **Routh**)

Scelto il valore **minimo** di **K_c** compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST** della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (ω_t) e i margini di stabilità (**m_ϕ** e **m_g**).

Infine calcolare:

- l'effetto in uscita a regime di un disturbo **z(t)=1.5t**.
- fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide risulti minore del **4%**.

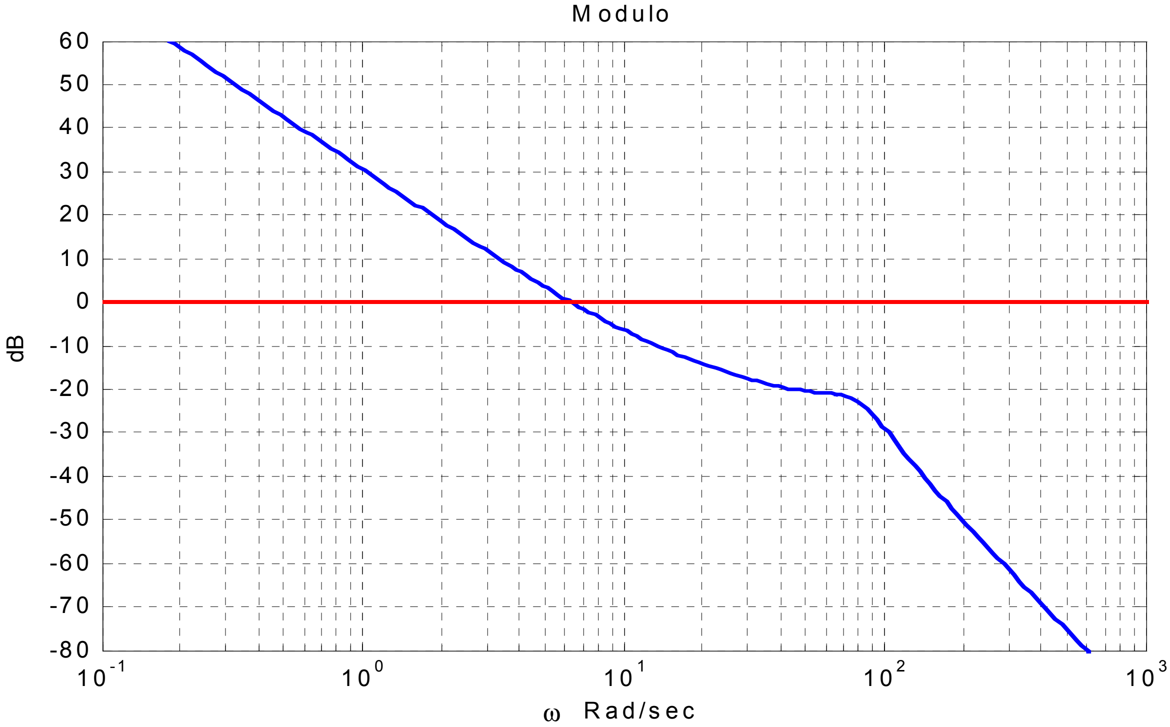


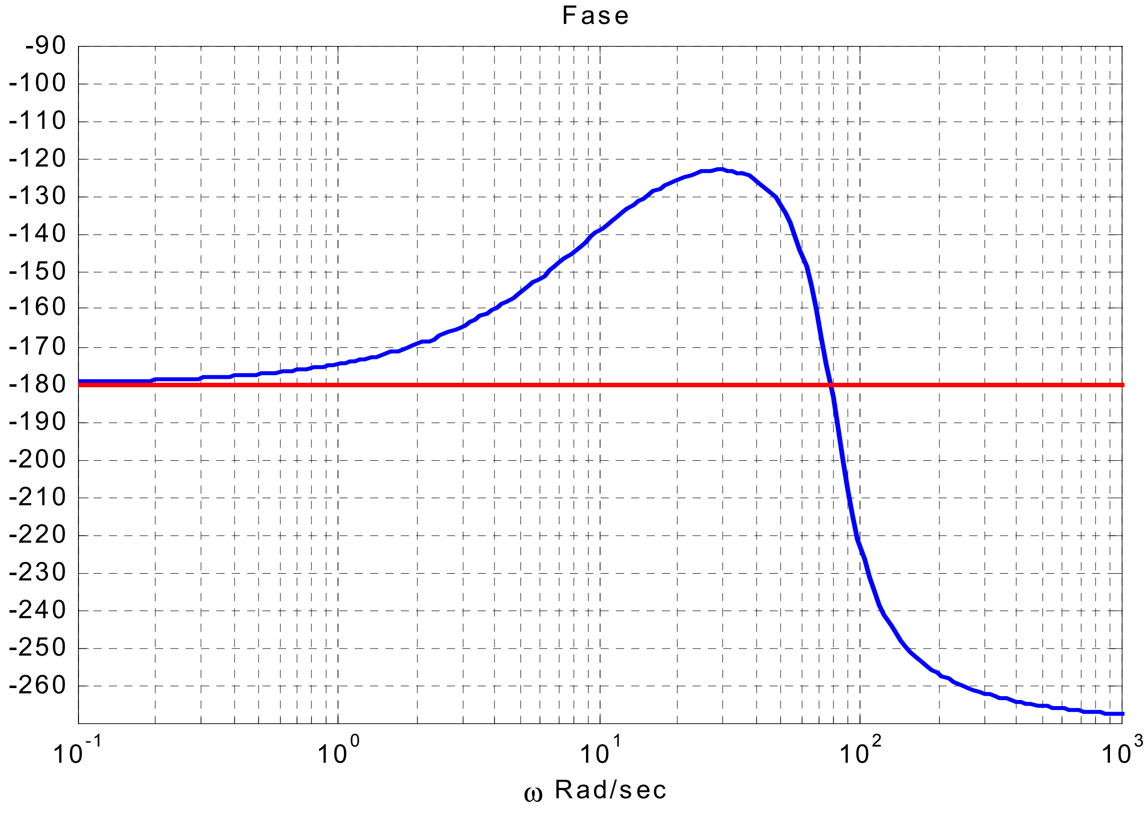
---

4. Enunciare il Criterio di Nyquist ed illustrare a grandi linee la sua dimostrazione (supporre di non avere poli sull'asse immaginario).

Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

5. Dato il diagramma di **BODE** della funzione di trasferimento a ciclo aperto **F(s)** sotto riportata determinare la rete compensatrice **R(s)** tale da assicurare ω_t**>10** Rad/sec e **m**$_\phi$>50°. Tracciare quindi il diagramma di **NICHOLS** della funzione compensata **F'(s)=F(s)R(s)** e determinare su di esso il modulo alla risonanza **Mr** e la banda passante a –3 Decibel (ω_{-3}).





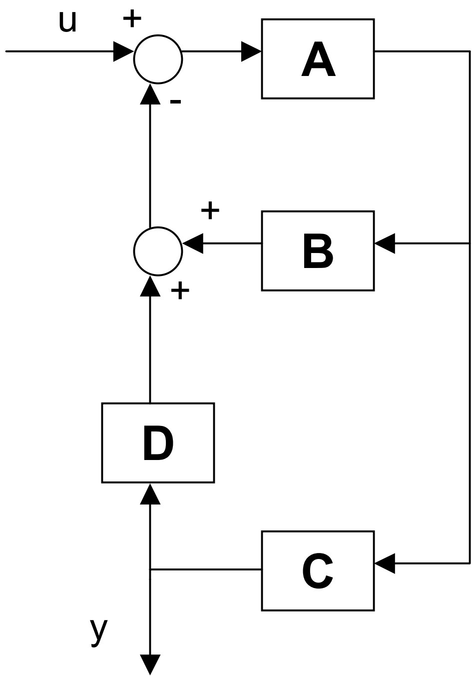
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

Esame di Elementi di Regolazione

Corso di Laurea Nuovo Ordinamento in Ingegneria Meccanica

27 marzo 2002 – Compito **B**

1. Ricavare la funzione di trasferimento tra **u** ed **y** nel seguente schema a blocchi:



---

2. Dato il sistema **G(s)=(s+2)/(s+4)** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso $\mathbf{u(t) = \delta_{-1}(t) - t\ \delta_{-1}(t) + (t-1)\ \delta_{-1}(t-1)}$. Determinarne, quindi, il limite per **t** tendente all'infinito. Tracciare, inoltre, l'andamento dell'ingresso.

---

3. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{(s/30)^2 + (0.6/30)s + 1}{(s/70+1)(s/300+1)(s/800+1)}$$

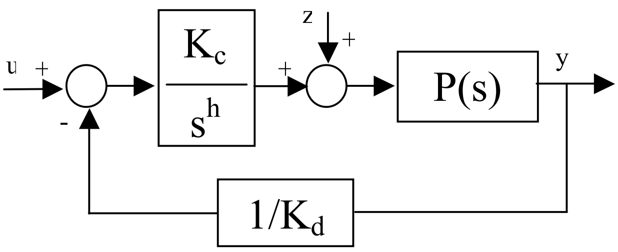
Sintetizzare il sistema di controllo in figura (determinare **h** e $\mathbf{K_c}$) in modo tale che:

- il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **2**
- l'errore per ingresso a parabola $\mathbf{u(t)=2t^2}$ (attenzione: $U(s)=4/s^3$) sia minore o uguale a **0.032**
- il sistema a ciclo chiuso sia stabile (verificare con **Routh**)

Scelto il valore **minimo** di $\mathbf{K_c}$ compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST** della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (ω_t) e i margini di stabilità ($\mathbf{m_\phi}$ e $\mathbf{m_g}$).

Infine calcolare:

- l'effetto in uscita a regime di un disturbo $\mathbf{z(t)=4t^2}$.
- fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide risulti minore del **2%**.

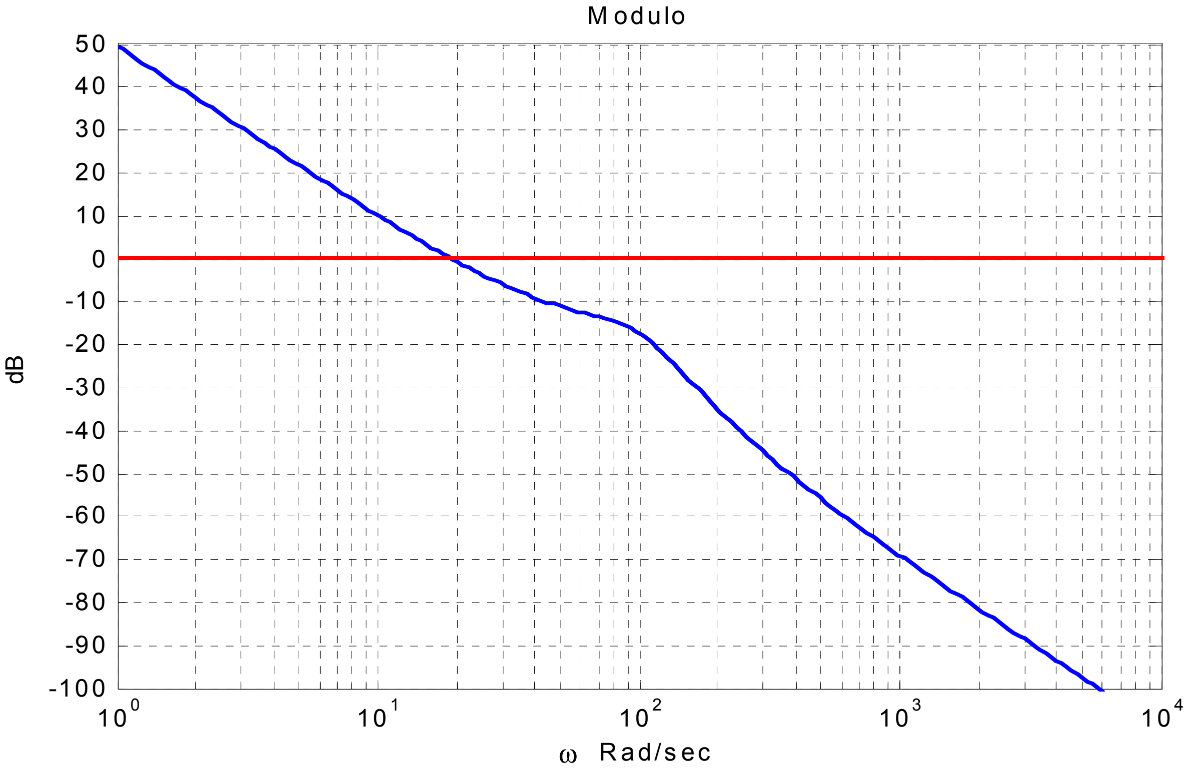


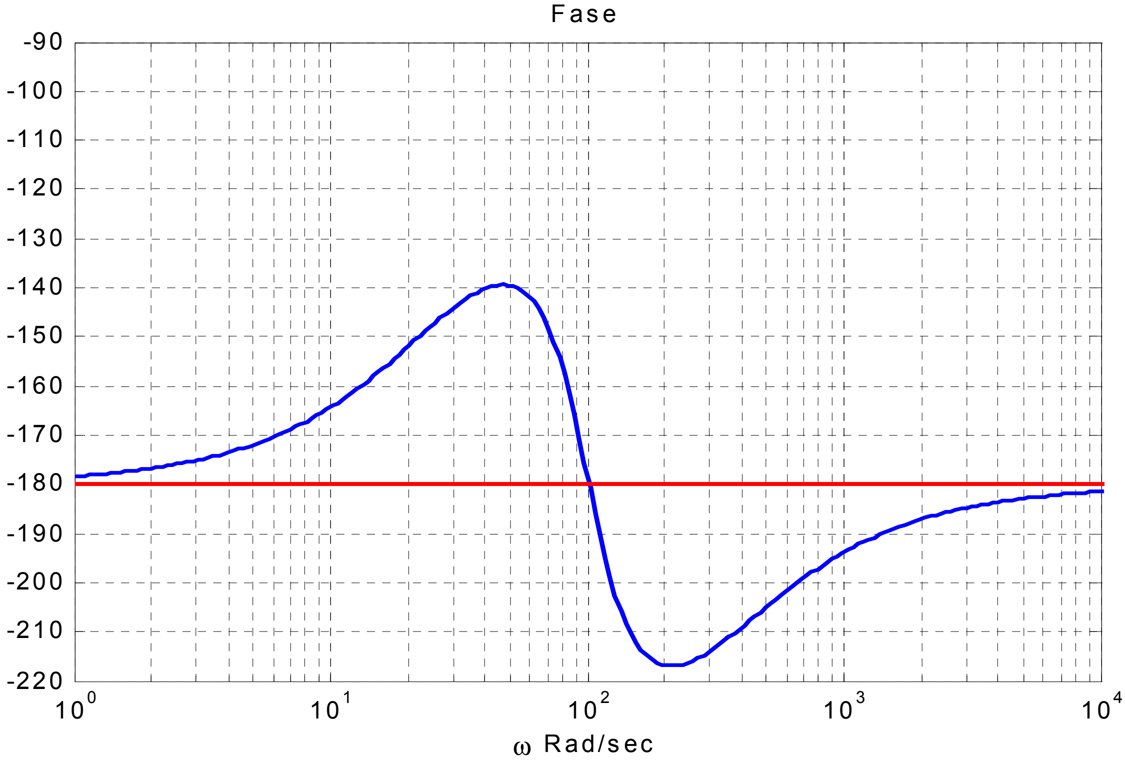
---

4. Descrivere il regolatore PID ed illustrare vantaggi e svantaggi dei singoli componenti proporzionale, integrale, derivatore.

Cognome:	Nome:	Matricola:

5. Dato il diagramma di **BODE** della funzione di trasferimento a ciclo aperto **F(s)** sotto riportata determinare la rete compensatrice **R(s)** tale da assicurare ω_t**>20** Rad/sec e **m**$_\phi$>45°. Tracciare quindi il diagramma di **NICHOLS** della funzione compensata **F'(s)=F(s)R(s)** e determinare su di esso il modulo alla risonanza **Mr** e la banda passante a –3 Decibel (ω_{-3}).





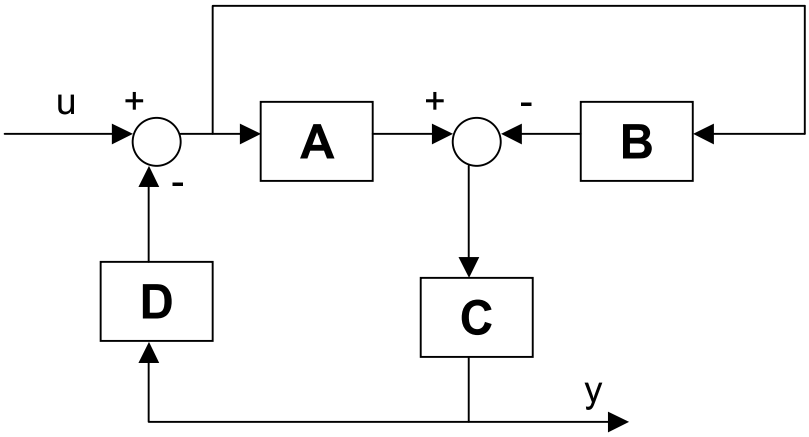
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

Esame di Elementi di Regolazione

Corso di Laurea Nuovo Ordinamento in Ingegneria Meccanica

27 marzo 2002 – Compito **C**

1. Ricavare la funzione di trasferimento tra **u** ed **y** nel seguente schema a blocchi:



---

2. Dato il sistema **G(s)=(s-1)/[s(s+2)]** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso **u(t) = -t + 2(t-1)**$\boldsymbol{\delta_{-1}}$**(t-1) - (t-3)**$\boldsymbol{\delta_{-1}}$**(t-3)**. Determinarne, quindi, il limite per **t** tendente all'infinito. Tracciare, inoltre, l'andamento dell'ingresso.

---

3. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{10(s/10+1)}{s((s/80)^2 + (0.6/80)s + 1)}$$

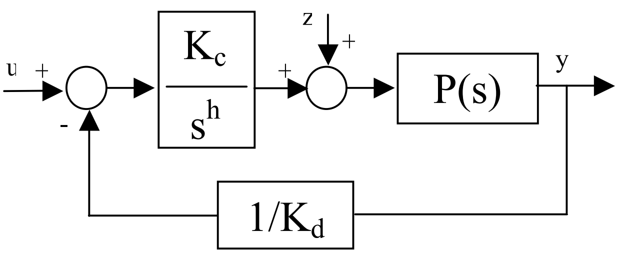
Sintetizzare il sistema di controllo in figura (determinare **h** e $\mathbf{K_c}$) in modo tale che:

- il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **3**
- l'errore per ingresso a parabola $\mathbf{u(t)=t^2}$ (attenzione: $U(s)=2/s^3$) sia minore o uguale a **0.18**
- il sistema a ciclo chiuso sia stabile (verificare con **Routh**)

Scelto il valore **minimo** di $\mathbf{K_c}$ compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST** della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (ω_t) e i margini di stabilità ($\mathbf{m_\phi}$ e $\mathbf{m_g}$).

Infine calcolare:

- l'effetto in uscita a regime di un disturbo **z(t)=3t**.
- fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide risulti minore del **3%.**

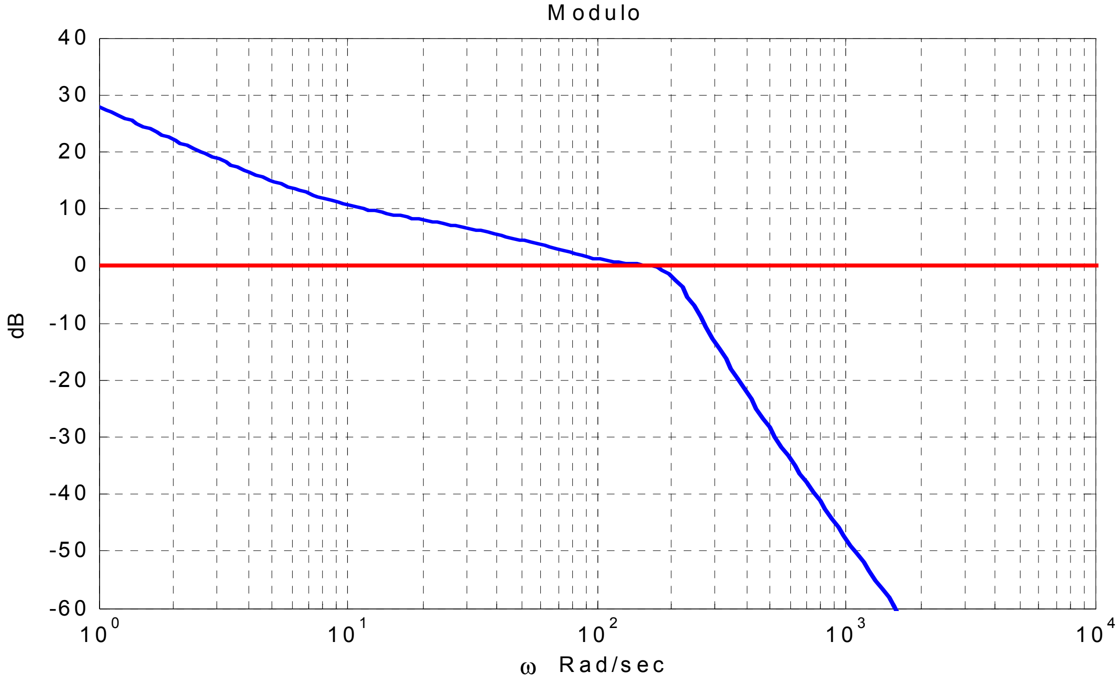


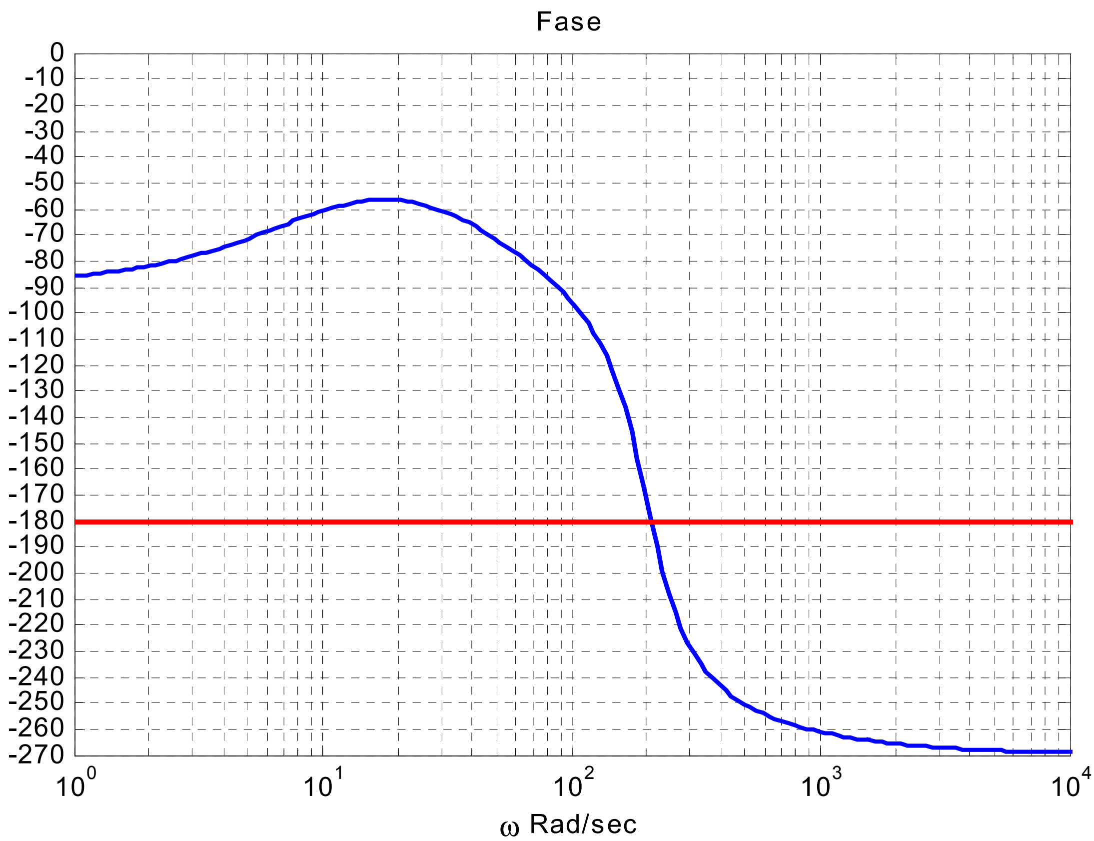
---

4. Definire tipo di ingresso e tipo di sistema di controllo e calcolare l'espressione dell'errore a regime permanente per varie accoppiate di questi.

Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

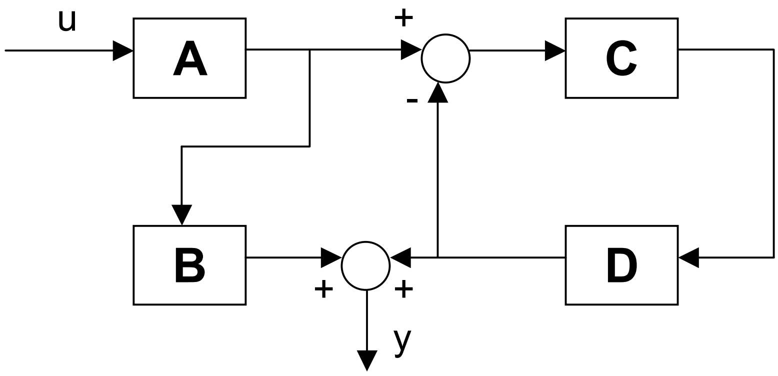
5. Dato il diagramma di **BODE** della funzione di trasferimento a ciclo aperto **F(s)** sotto riportata determinare la rete compensatrice **R(s)** tale da assicurare **$60<\omega_t<90$** Rad/sec e **m_ϕ**>40°. Tracciare quindi il diagramma di **NICHOLS** della funzione compensata **F'(s)=F(s)R(s)** e determinare su di esso il modulo alla risonanza **Mr** e la banda passante a –3 Decibel (ω_{-3}).





Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

1. Ricavare la funzione di trasferimento tra **u** ed **y** nel seguente schema a blocchi:



2. Dato il sistema **G(s)=3/[(s+1)(s+2)]** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso **$u(t) = -t + 2(t-1)\delta_{-1}(t-1) - (t-3)\delta_{-1}(t-3)$**. Determinarne, quindi, il limite per **t** tendente all'infinito. Tracciare, inoltre, l'andamento dell'ingresso.

3. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{20(s/30+1)(s/300+1)}{(s/100)^2 + (0.8/100)s + 1}$$

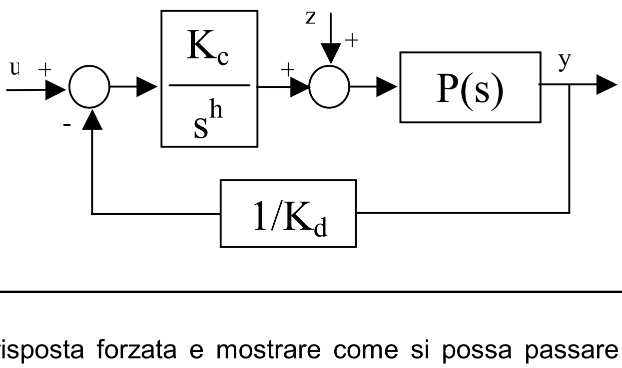
Sintetizzare il sistema di controllo in figura (determinare **h** e **K_c**) in modo tale che:

- il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **2**
- l'errore per ingresso a parabola **$u(t)=t^2$** (attenzione: $U(s)=2/s^3$) sia minore o uguale a **0.0133**
- il sistema a ciclo chiuso sia stabile (verificare con **Routh**)

Scelto il valore **minimo** di **K_c** compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST** della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (**ω_t**) e i margini di stabilità (**m_ϕ** e **m_g**).

Infine calcolare:

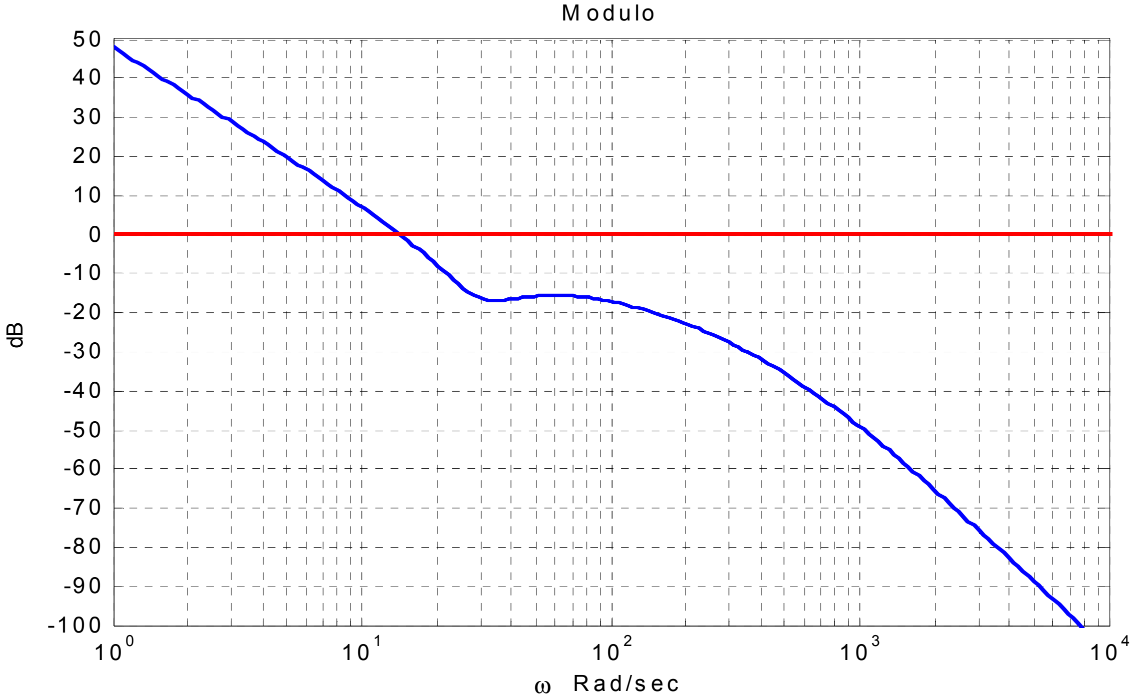
- l'effetto in uscita a regime di un disturbo **$z(t)=t^2$**.
- fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide risulti minore del **2%**.

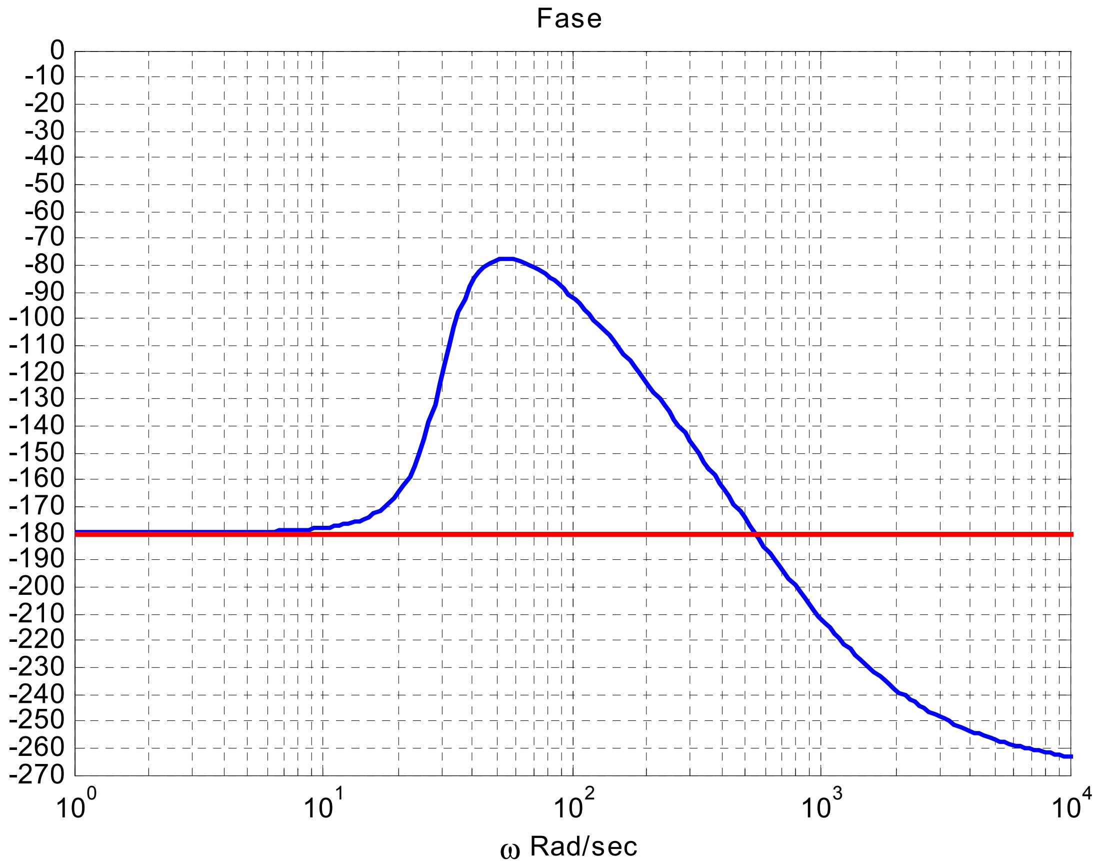


4. Definire risposta libera e risposta forzata e mostrare come si possa passare da un'equazione differenziale rappresentante un sistema dinamico alla sua funzione di trasferimento.

Cognome:	Nome:	Matricola:

5. Dato il diagramma di **BODE** della funzione di trasferimento a ciclo aperto **F(s)** sotto riportata determinare la rete compensatrice **R(s)** tale da assicurare ω_t**>20** Rad/sec e m_ϕ>45°. Tracciare quindi il diagramma di **NICHOLS** della funzione compensata **F'(s)=F(s)R(s)** e determinare su di esso il modulo alla risonanza **Mr** e la banda passante a –3 Decibel (ω_{-3}).



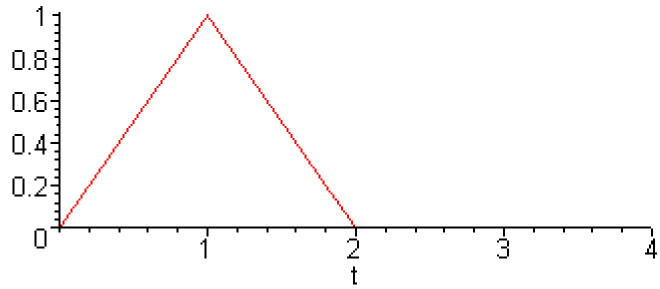


Cognome:	Nome:	Matricola:

Compito A: Schema a Blocchi & Laplace

$$\boxed{W(s) = \frac{AC(1+B)}{1+BCD}}$$

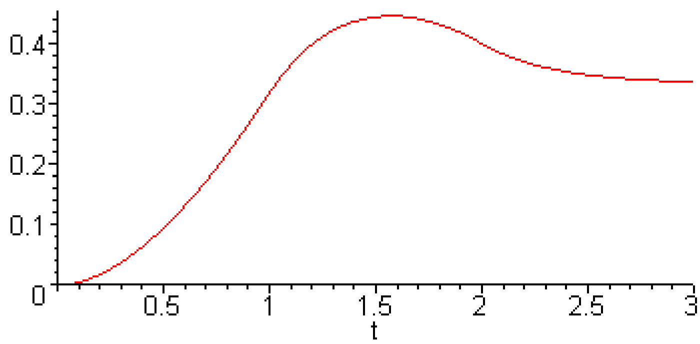
$$U(s) := \frac{1}{s^2} - 2\frac{e^{(-s)}}{s^2} + \frac{e^{(-2s)}}{s^2}$$



$$G(s) := \frac{s+1}{s(s+3)} \qquad Y\_1(s) := \frac{s+1}{s^3(s+3)}$$

$$y\_1(t) := \frac{1}{6}t^2 + \frac{2}{9}t - \frac{2}{27} + \frac{2}{27}e^{(-3t)}$$

$$y(t) := y\_1(t) - 2\,y\_1(t-1)\,\delta_{-1}(t-1) + y\_1(t-2)\,\delta_{-1}(t-2)$$



$$y(\infty) := \frac{1}{3}$$

Compito A: Sintesi (1)

Kd=4 per avere il guadagno a ciclo chiuso richiesto, h=1 per avere un sistema di controllo di tipo 1 (errore finito per ingresso a rampa) e Kc>= 10 in conseguenza della specifica sull'errore. Per determinare i valori di Kc che danno comunque un sistema stabile usiamo il criterio di Routh:

$$F(s)=\frac{K_c}{s}\frac{N_P(s)}{D_P(s)}\frac{1}{K_d},W(s)=\frac{K_cK_dN_P(s)}{sK_dD_P(s)+K_cN_P(s)}$$

$$D_w(s)=\frac{1}{400000}s^4+0.0004s^3+0.112s^2+(4+K_c)s+10K_c$$

$$\begin{array}{llll}
4 & \frac{1}{400000} & 0.112 & 10K_c \\
3 & 0.0004 & (4+K_c) & \\
2 & 0.087\text{-}0.00625\mathrm{K_c} & 10K_c & \\
1 & -\frac{0.004\mathrm{K_c}-(4+\mathrm{K_c})(0.087-0.00625\mathrm{K_c})}{0.087\text{-}0.00625\mathrm{K_c}} & & \\
0 & 10K_c & &
\end{array}$$

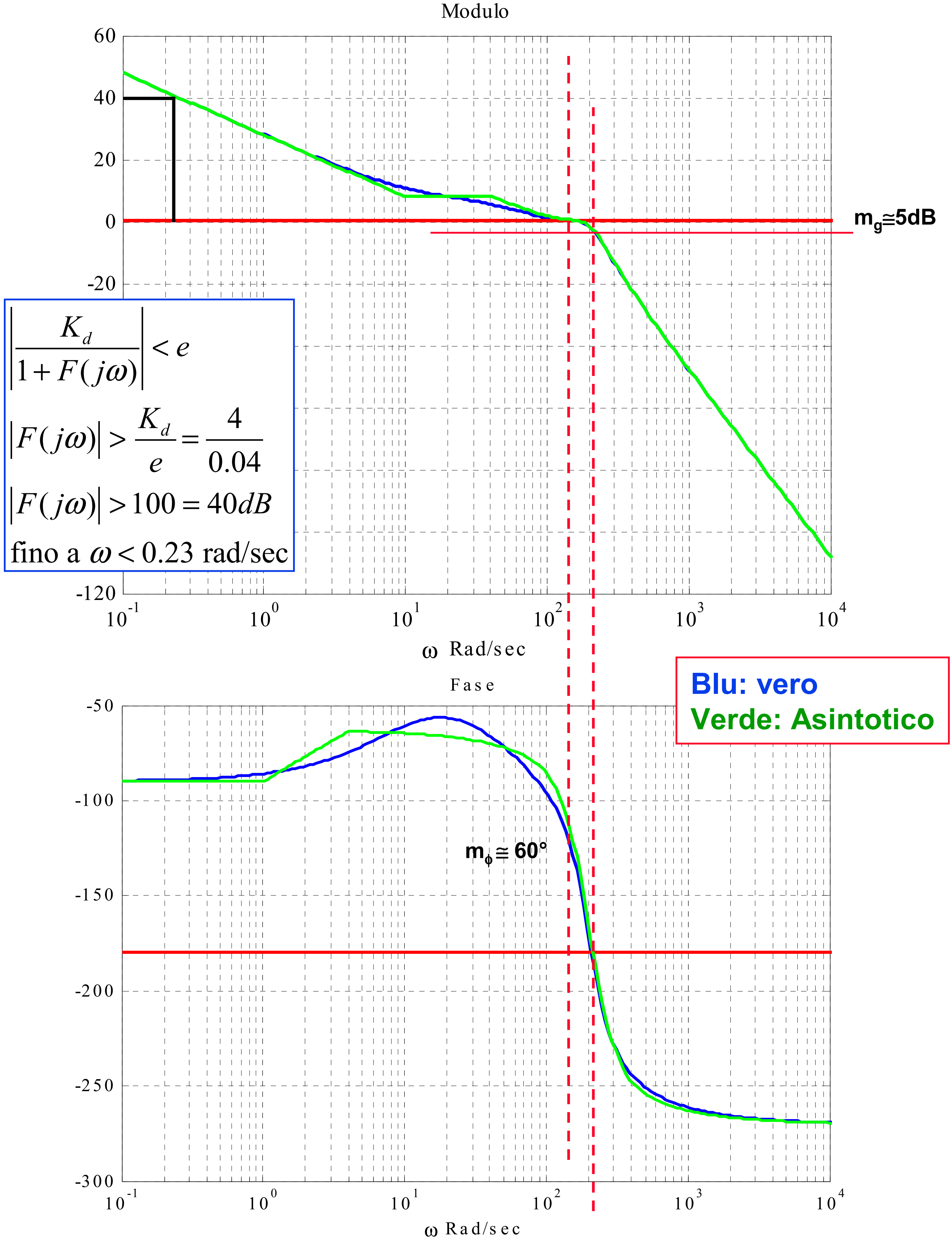
$$0<\mathrm{K_c}<13.42689934$$

$$W_z(s)=\frac{sK_dN_P(s)}{sK_dD_P(s)+K_cN_P(s)}$$

$$z(s)=\frac{1.5}{s^2}$$

$$z(\infty)=\lim_{s\to 0}sW_z(s)z(s)=0.6$$

Compito A: Sintesi (1)



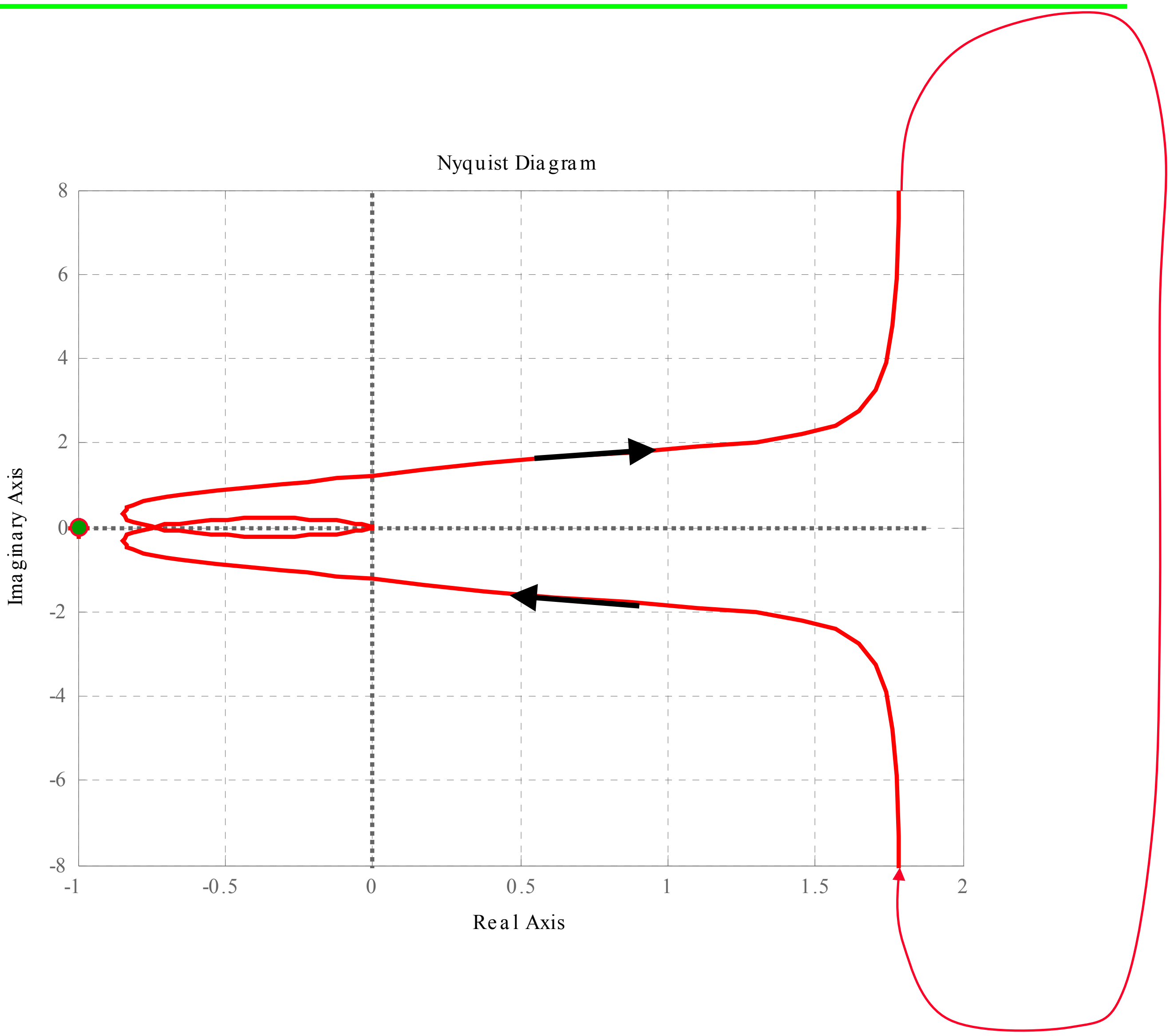
$$\left|\frac{K_d}{1+F(j\omega)}\right| < e$$

$$|F(j\omega)| > \frac{K_d}{e} = \frac{4}{0.04}$$

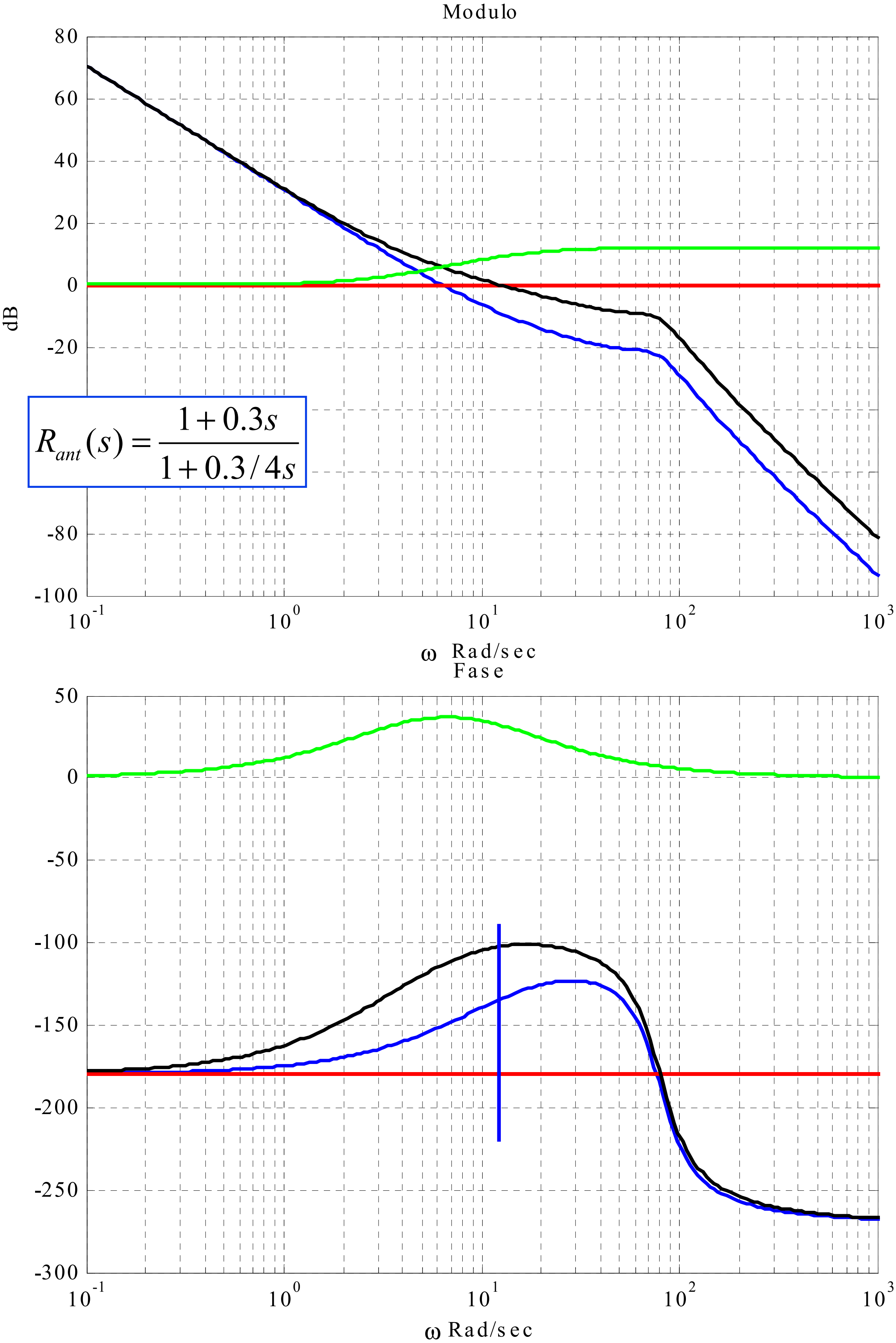
$$|F(j\omega)| > 100 = 40dB$$

fino a $\omega < 0.23$ rad/sec

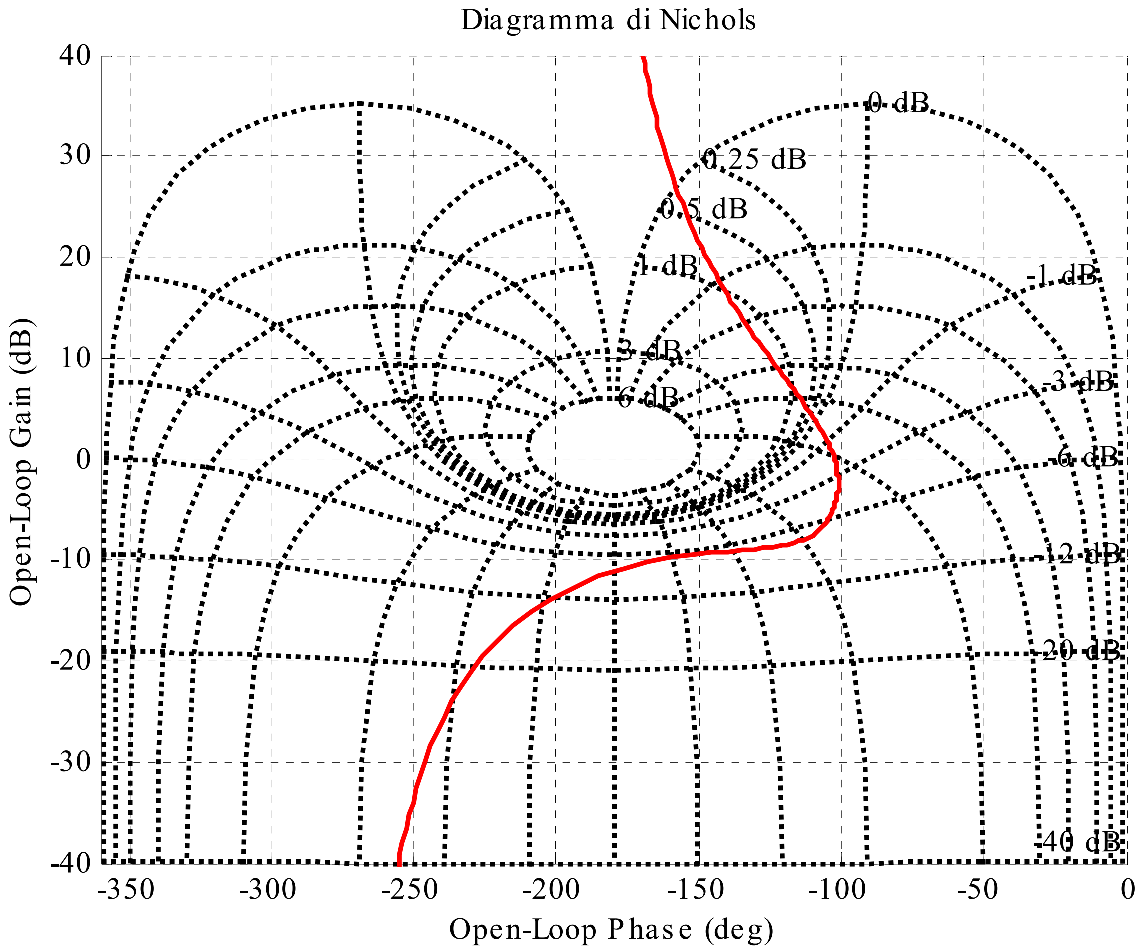
Compito A: Sintesi (1)

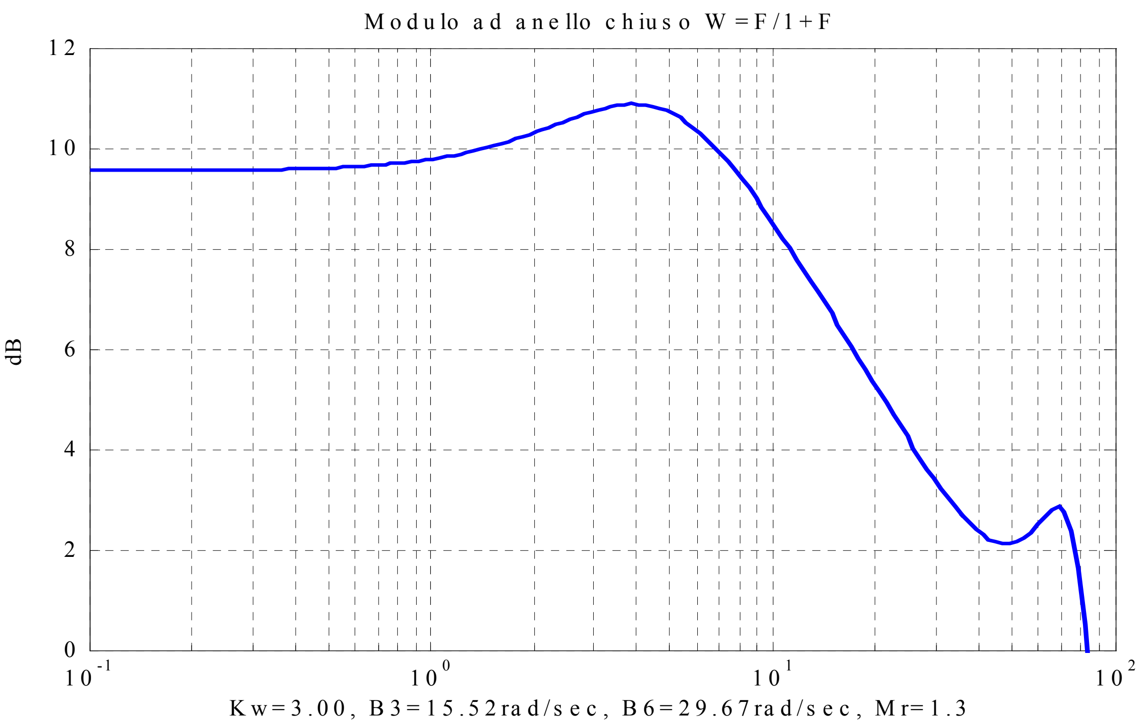


COMPITO A: SINTESI RETE



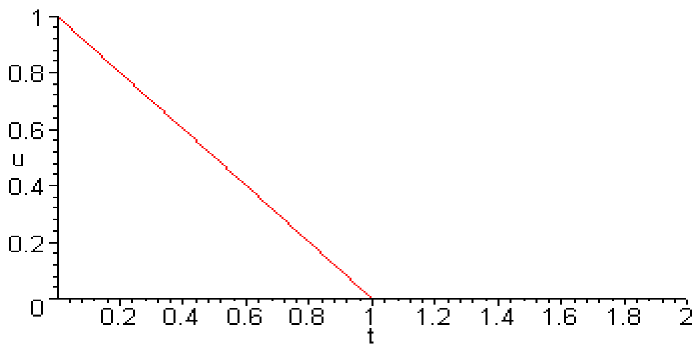
Compito A: Sintesi Rete





$$W(s) = \frac{AC}{1 + AB + ACD}$$

$$U(s) := \frac{1}{s} - \frac{1}{s^2} + \frac{e^{(-s)}}{s^2}$$

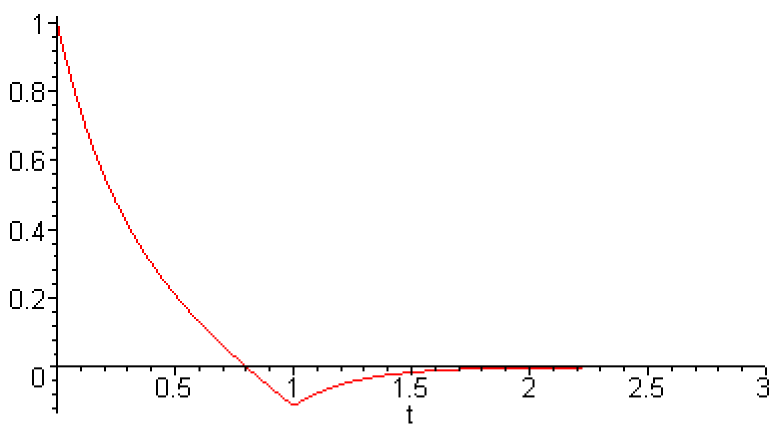


$$G(s) := \frac{s+2}{s+4}$$

$$Y\_1(s) := \frac{s+2}{(s+4)\,s} \qquad y\_1(t) := \frac{1}{2} e^{(-4\,t)} + \frac{1}{2}$$

$$Y\_2(s) := \frac{s+2}{(s+4)\,s^2} \qquad y\_2(t) := -\frac{1}{8} e^{(-4\,t)} + \frac{1}{2}\,t + \frac{1}{8}$$

$$y(t) := y\_1(t) - y\_2(t) + y\_2(t-1)\,\delta_{-1}(t-1)$$



$$y(\infty) := 0$$

Compito B: Sintesi (1)

Kd=2 per avere il guadagno a ciclo chiuso richiesto, h=2 per avere un sistema di controllo di tipo 1 (errore finito per ingresso a rampa) e Kc>= 500 in conseguenza della specifica sull'errore. Per determinare i valori di Kc che danno comunque un sistema stabile usiamo il criterio di Routh:

$$F(s) = \frac{K_c}{s^2}\frac{N_P(s)}{D_P(s)}\frac{1}{K_d}, W(s) = \frac{K_c K_d N_P(s)}{s^2 K_d D_P(s) + K_c N_P(s)}$$

$$D_w(s) = \frac{1}{8400000}s^5 + \frac{39}{280000}s^4 + \frac{317}{8400}s^3 + (2+\frac{1}{900}K_c)s^2 + 0.02K_c s + K_c$$

5	$\frac{1}{8400000}$	$\frac{317}{8400}$	$0.02K_c$
4	$\frac{39}{280000}$	$(2+\frac{1}{900}K_c)$	K_c
3	$\frac{11803}{327600} - \frac{K_c}{1053000}$	$0.01914529915K_c$	
2	$\frac{0.000002666 * K_c - (2+1/900K_c)(11803/327600-1/1053000K_c)}{11803/327600-1/1053000K_c}$	K_c	
1	$.6105006105e\text{-}13\frac{K_c(-.8855348324e29-.8121878858e27K_c+.2293200001e23*K_c^2)}{-.2352771000e16K_c-.4780215000e19+.7000000000e11K_c^2}$		
0	K_c		

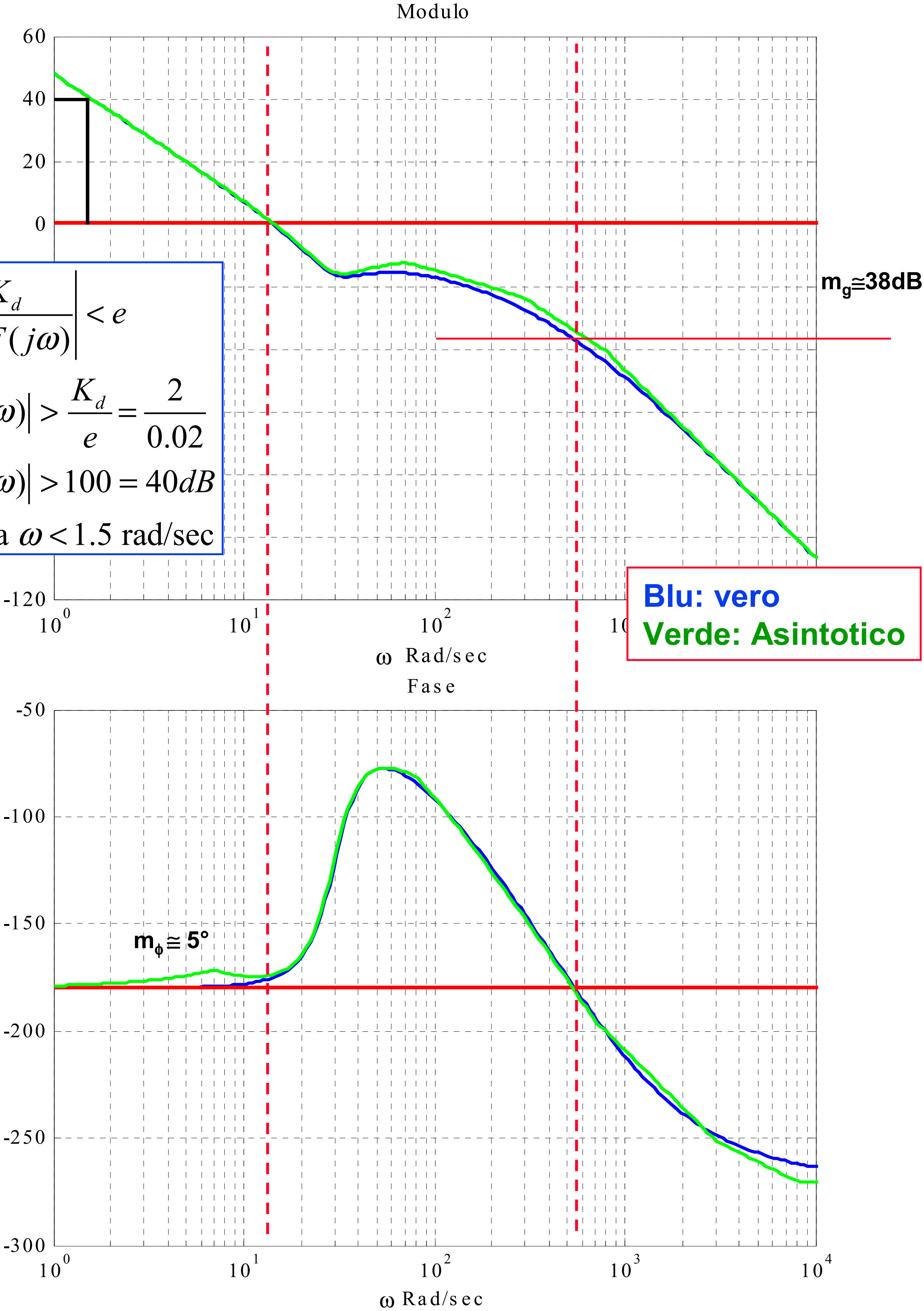
$0 < K_c < 35525.92576$

$$W_z(s) = \frac{s^2 K_d N_P(s)}{s^2 K_d D_P(s) + K_c N_P(s)}$$

$$z(s) = \frac{8}{s^3}$$

$$z(\infty) = \lim_{s\to 0} sW_z(s)z(s) = 0.032$$

COMPITO B: SINTESI (1)



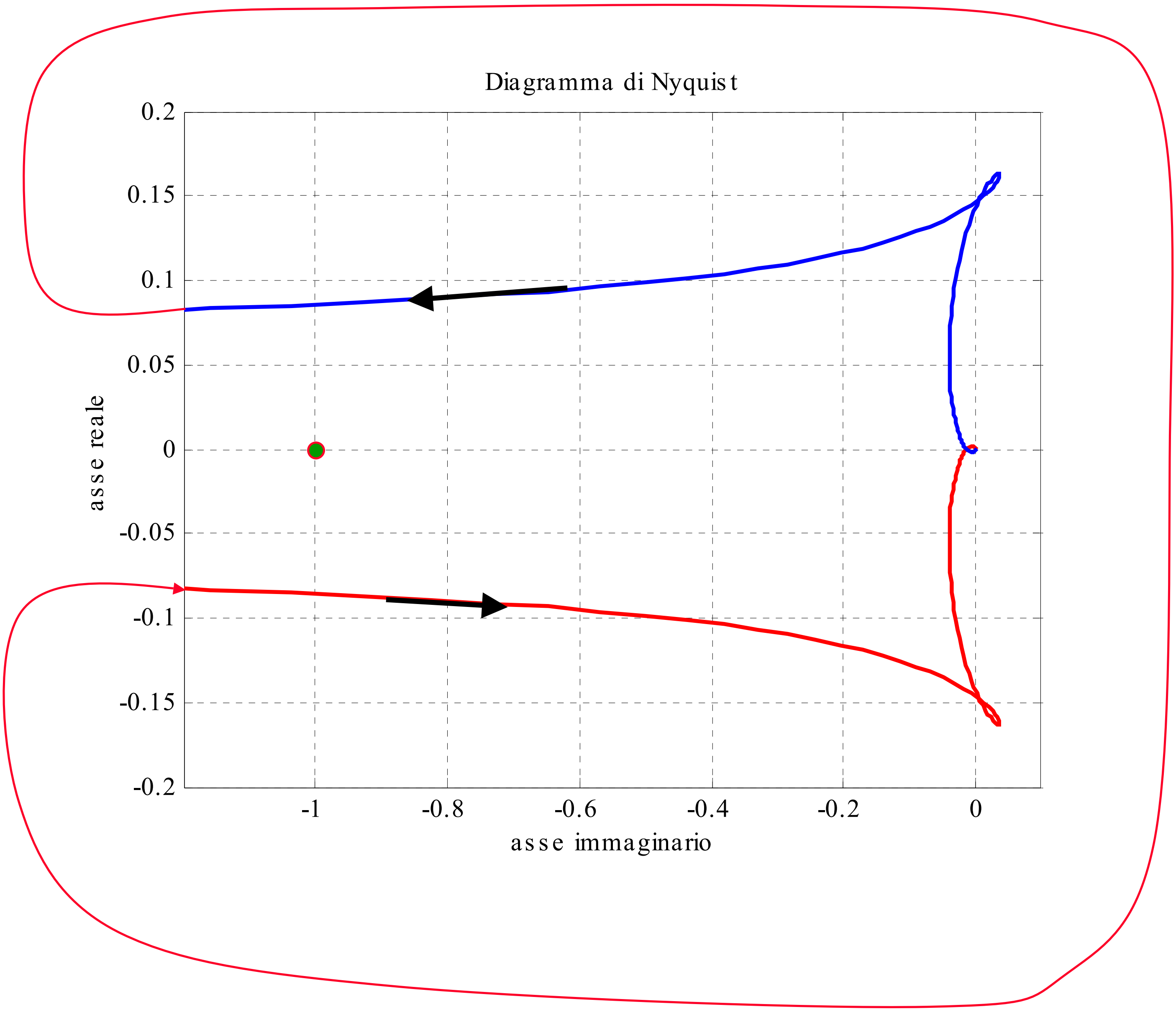
$$\left|\frac{K_d}{1+F(j\omega)}\right| < e$$

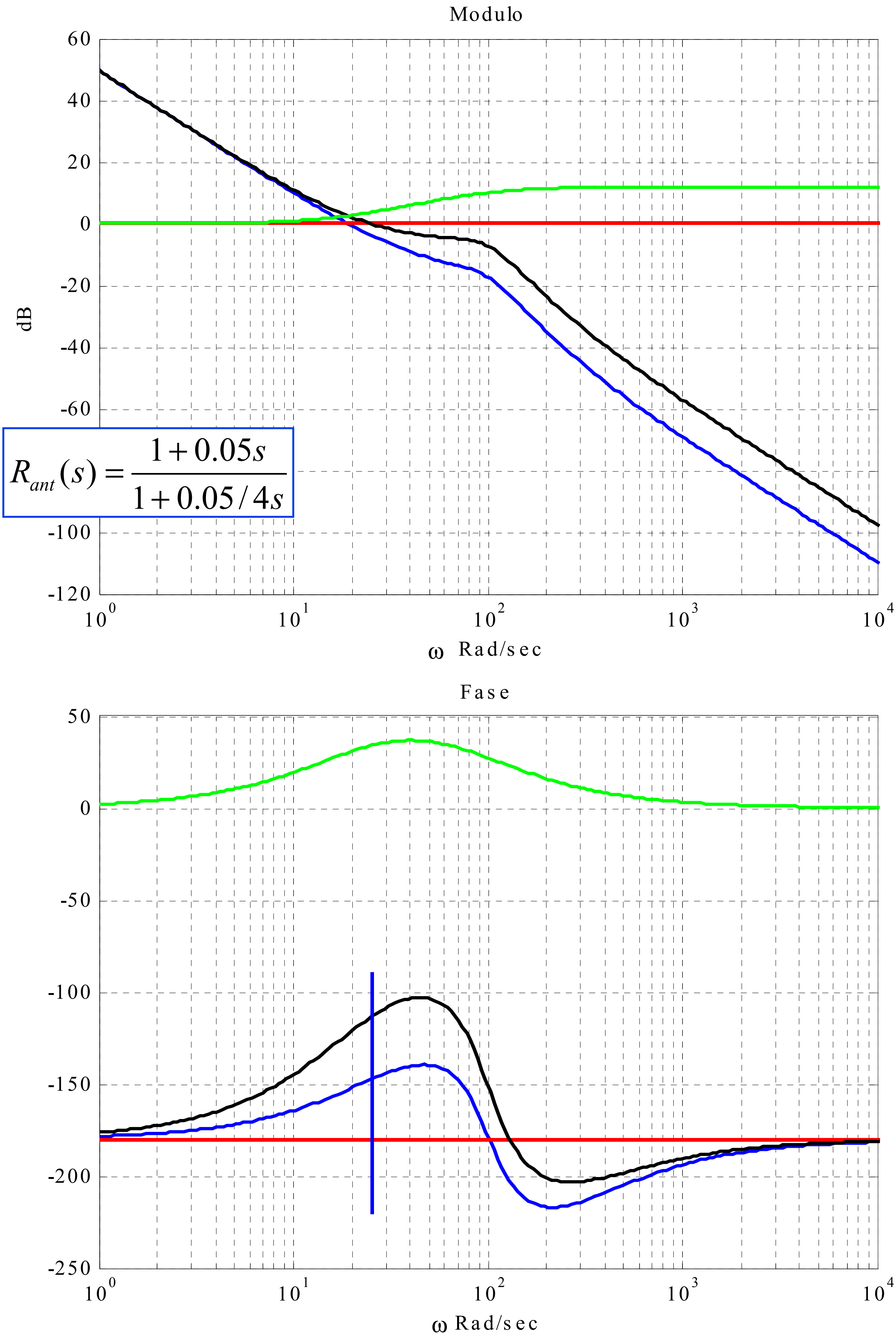
$$|F(j\omega)| > \frac{K_d}{e} = \frac{2}{0.02}$$

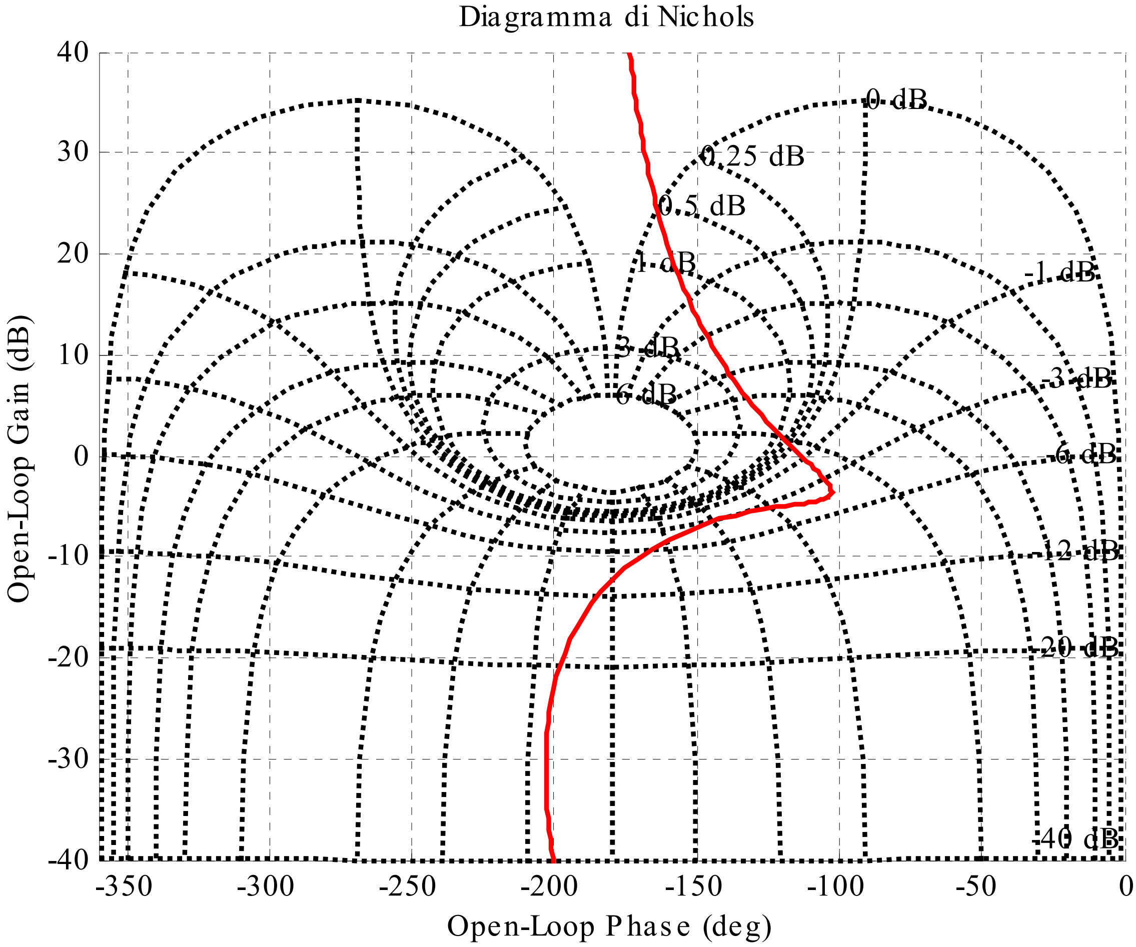
$$|F(j\omega)| > 100 = 40dB$$

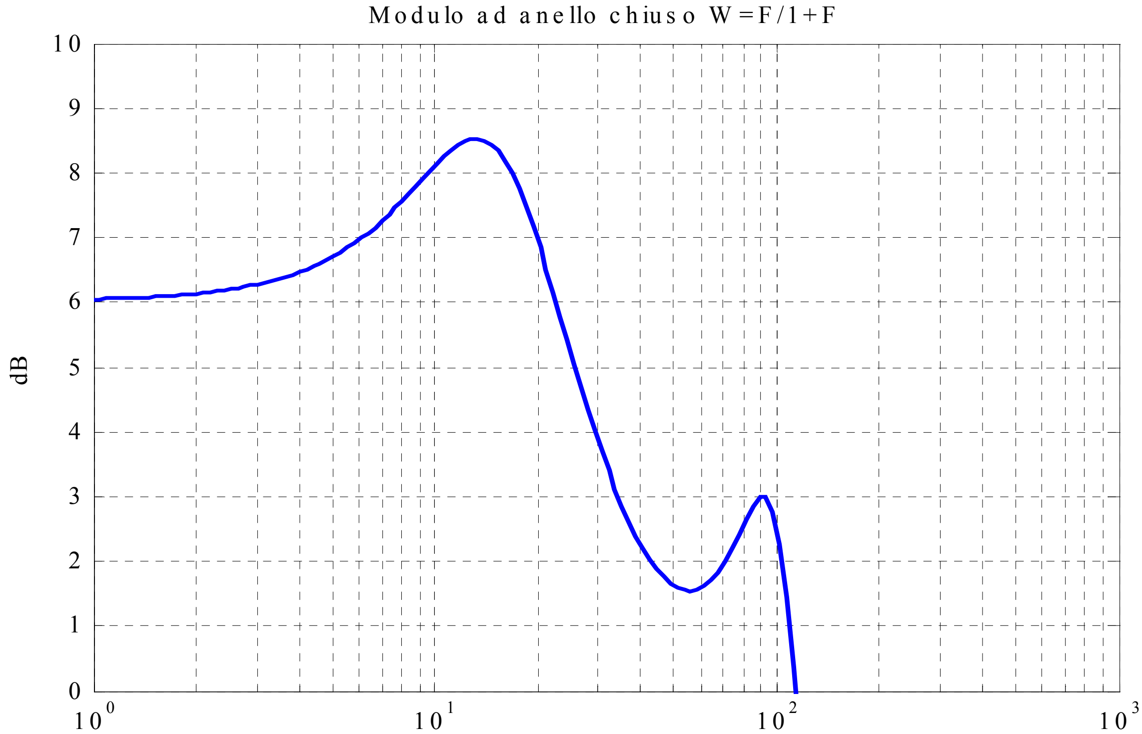
fino a $\omega < 1.5$ rad/sec

Compito B: Sintesi (1)




Modulo
60
40
20
0
-20
-40
-60
-100
-120
dB
$R_{ant}(s) = \frac{1+0.05s}{1+0.05/4s}$
10^0
10^1
10^2
10^3
10^4
ω Rad/sec
Fase
50
0
-50
-100
-150
-200
-250
10^0
10^1
10^2
10^3
10^4
ω Rad/sec

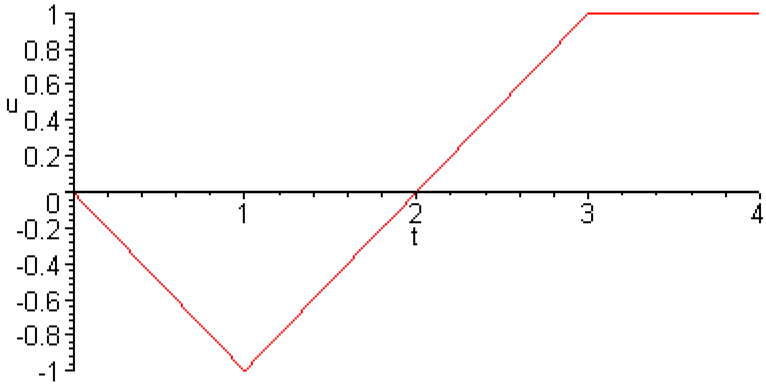




Kw=2.01, B3=35.30rad/sec, B6=117.58rad/sec, Mr=2.5

$$\boxed{W(s)=\frac{(A-B)C}{1+(A-B)CD}}$$

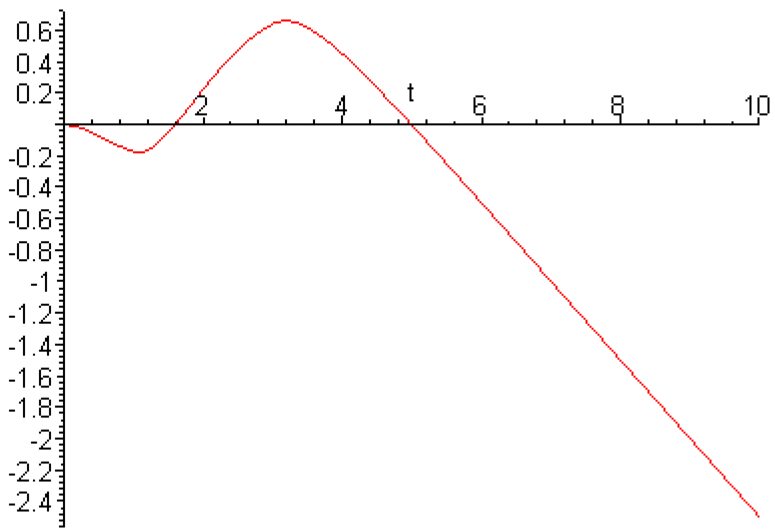
$$\mathrm{U}(s) := -\frac{1}{s^2}+2\frac{\mathbf{e}^{(-s)}}{s^2}-\frac{\mathbf{e}^{(-3\,s)}}{s^2}$$



$$\mathrm{G}(s) := \frac{s-1}{s\,(s+2)}$$

$$\mathrm{Y\_1}(s) := \frac{s-1}{s^3\,(s+2)} \qquad \mathrm{y\_1}(t) := -\frac{1}{4}t^2+\frac{3}{4}t-\frac{3}{8}+\frac{3}{8}\mathbf{e}^{(-2\,t)}$$

$$\mathrm{y}(t) := -\mathrm{y\_1}(t)+2\,\mathrm{y\_1}(t-1)\,\delta_{-1}(t-1)-\mathrm{y\_1}(t-3)\,\delta_{-1}(t-3)$$



$$\mathrm{y}(\infty) := -\infty$$

Compito C: Sintesi (1)

Kd=3 per avere il guadagno a ciclo chiuso richiesto, h=1 per avere un sistema di controllo di tipo 1 (c'è già un polo nella P(s)) e Kc>= 10 in conseguenza della specifica sull'errore. Per determinare i valori di Kc che danno comunque un sistema stabile usiamo il criterio di Routh:

$$F(s) = \frac{K_c}{s}\frac{N_P(s)}{D_P(s)}\frac{1}{K_d}, W(s) = \frac{K_c K_d N_P(s)}{sK_d D_P(s) + K_c N_P(s)}$$

$$D_w(s) = \frac{3}{6400}s^4 + 0.0225 s^3 + 3s^2 + K_c s + 10K_c$$

4	$\frac{3}{6400}$	3	$10K_c$
3	0.0225	K_c	
2	$-0.020833\mathrm{K}_c+3$	$10K_c$	
1	$-\frac{0.225*\mathrm{K}_c-\mathrm{K}_c(-0.020833\mathrm{K}_c+3)}{-0.020833\mathrm{K}_c+3}$		
0	$10K_c$		

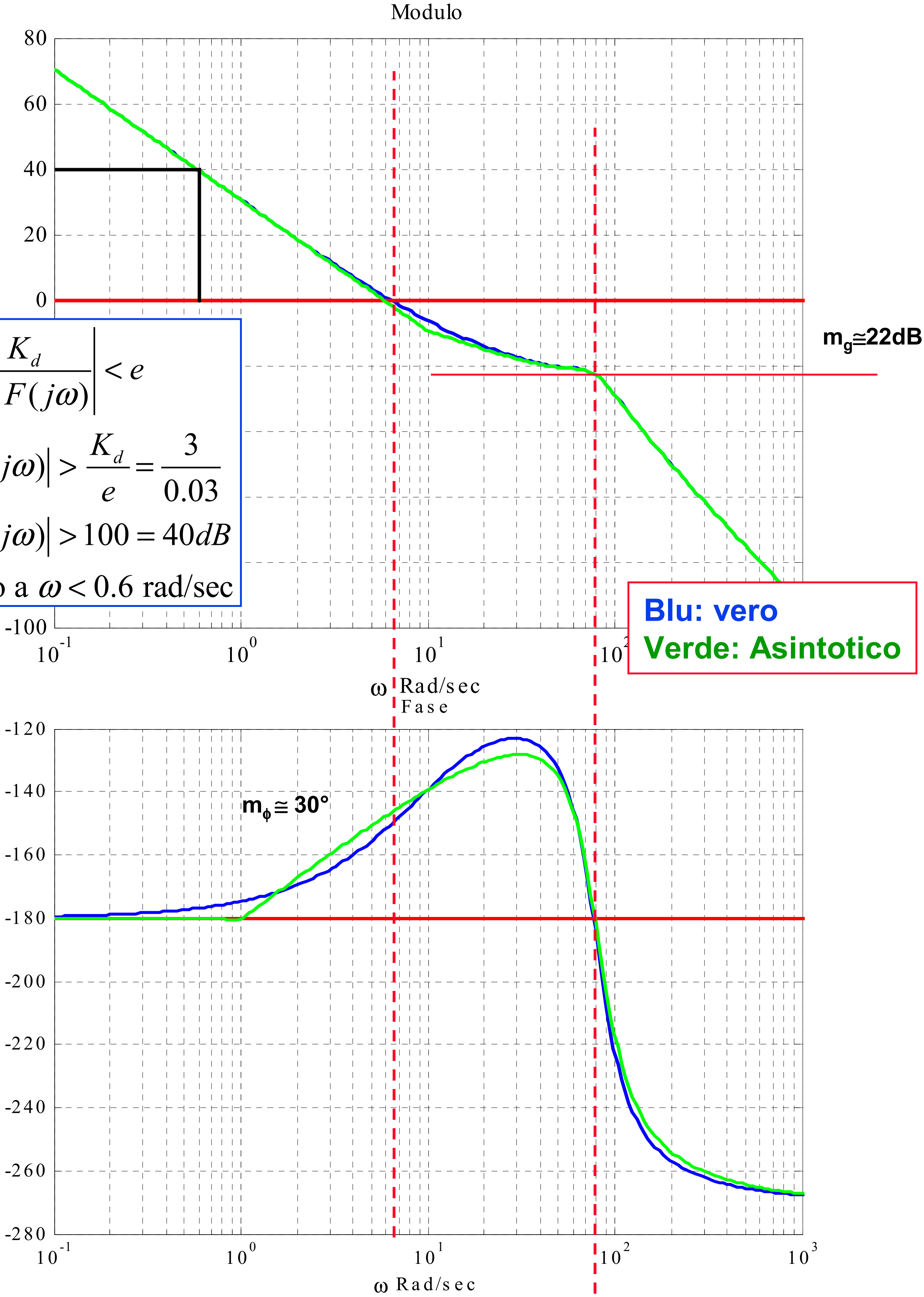
$$0 < \mathrm{K}_c < 133.2$$

$$W_z(s) = \frac{sK_d N_P(s)}{sK_d D_P(s) + K_c N_P(s)}$$

$$z(s) = \frac{3}{s^2}$$

$$z(\infty) = \lim_{s\to 0} sW_z(s)z(s) = 0.9$$

Compito C: Sintesi (1)



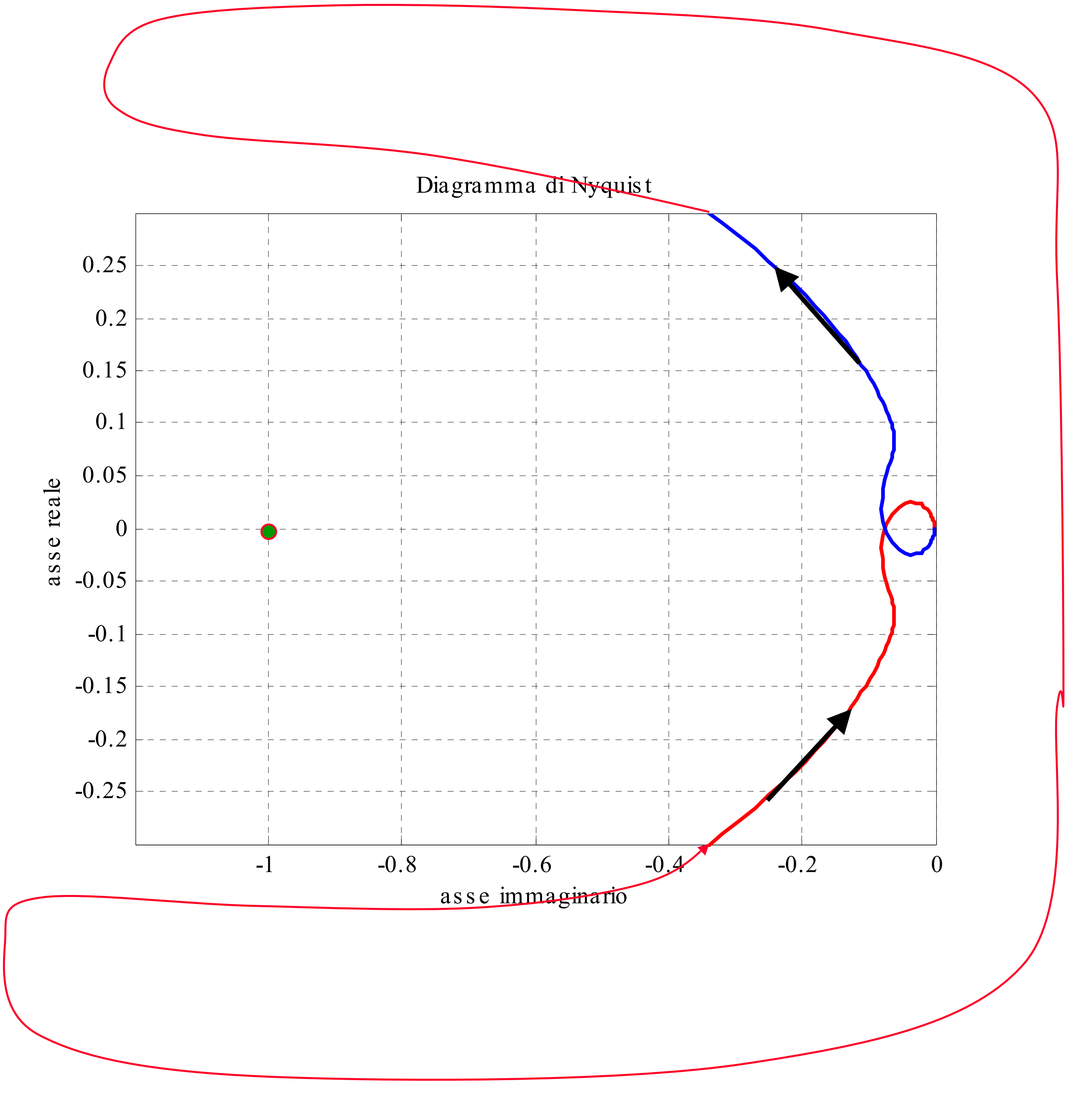
$$\left|\frac{K_d}{1+F(j\omega)}\right| < e$$

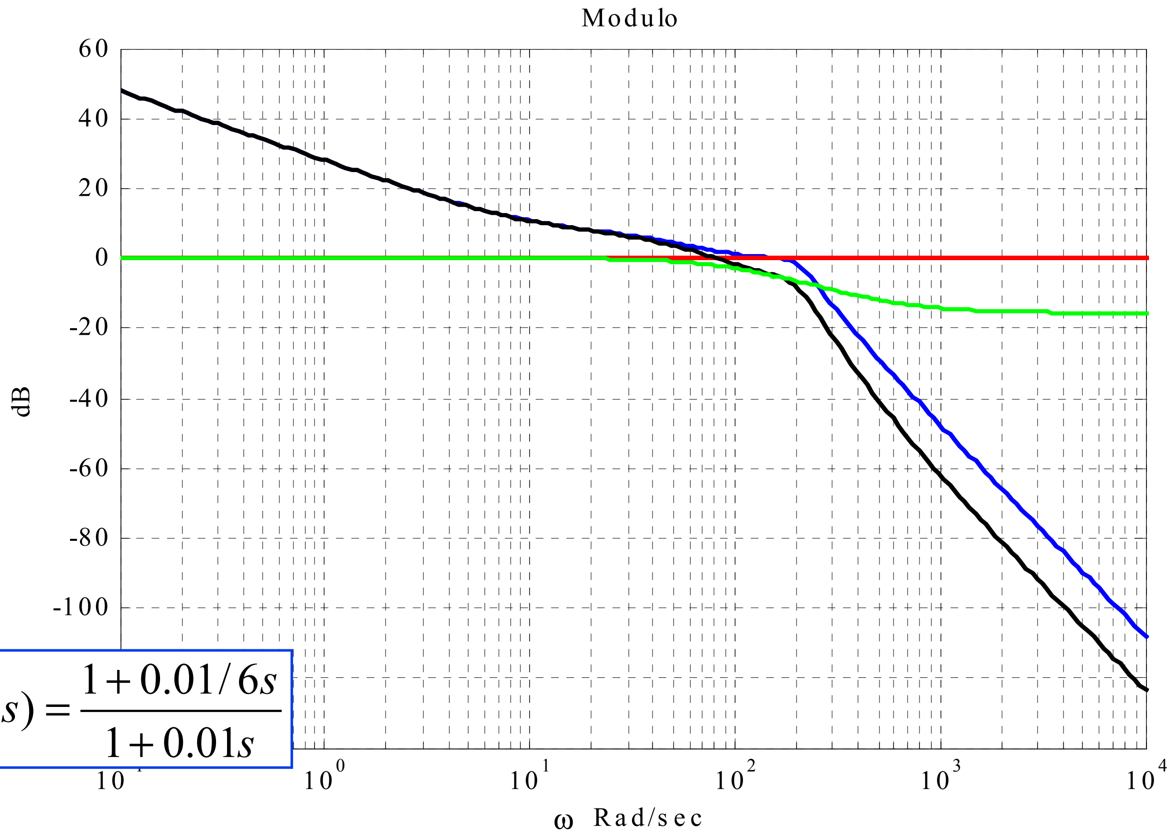
$$|F(j\omega)| > \frac{K_d}{e} = \frac{3}{0.03}$$

$$|F(j\omega)| > 100 = 40dB$$

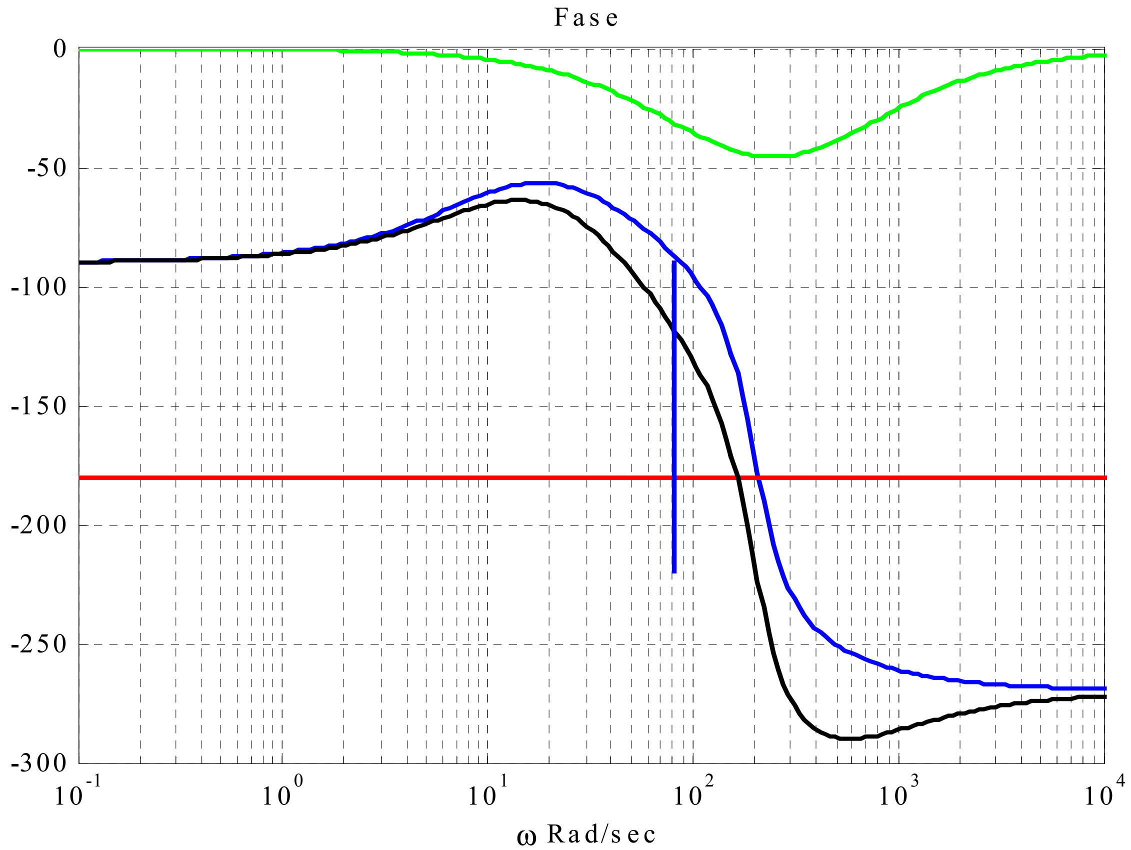
fino a $\omega < 0.6$ rad/sec

Compito C: Sintesi (1)

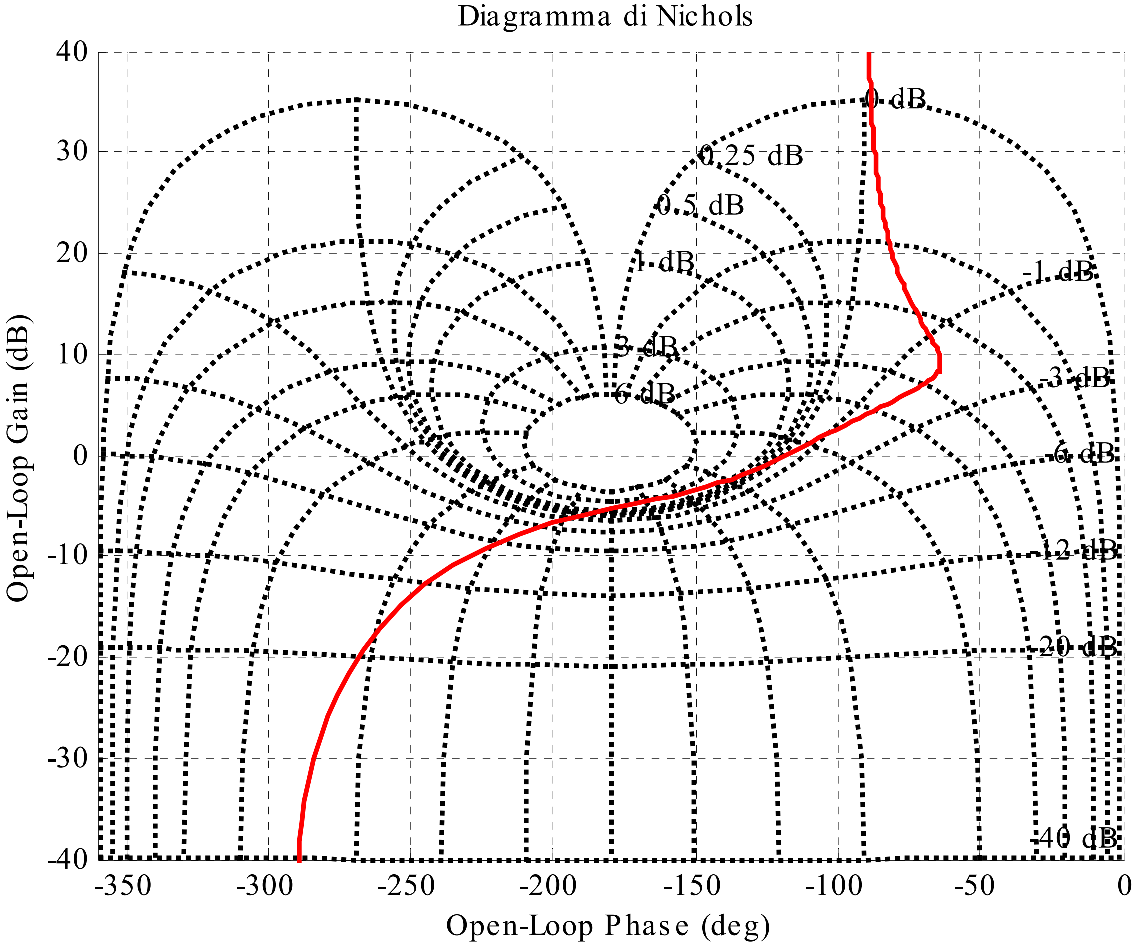


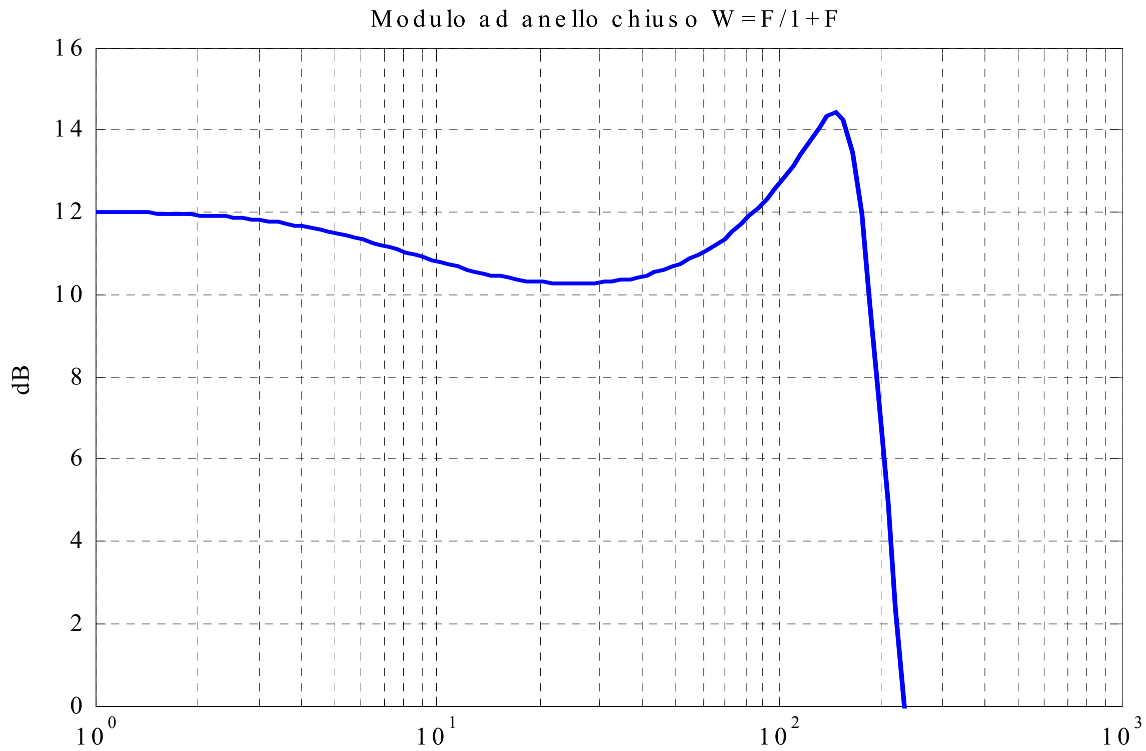


$$R_{att}(s) = \frac{1 + 0.01/6s}{1 + 0.01s}$$



Compito C: Sintesi Rete

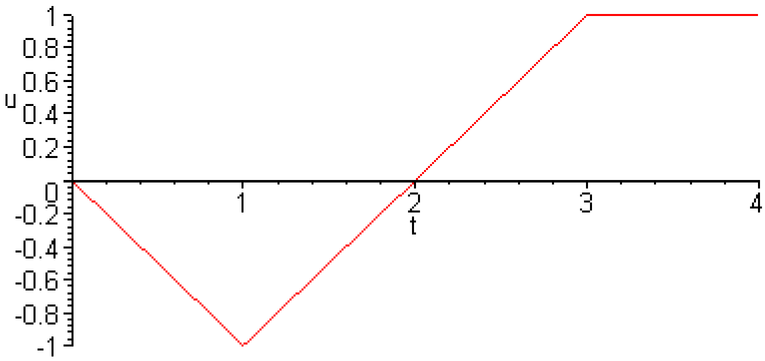




Kw=4.00, B3=195.64rad/sec, B6=207.29rad/sec, Mr=2.4

$$\boxed{W(s) = A\left(\frac{B + BCD + CD}{1 + CD}\right)}$$

$$U(s) := -\frac{1}{s^2} + 2\frac{e^{(-s)}}{s^2} - \frac{e^{(-3s)}}{s^2}$$

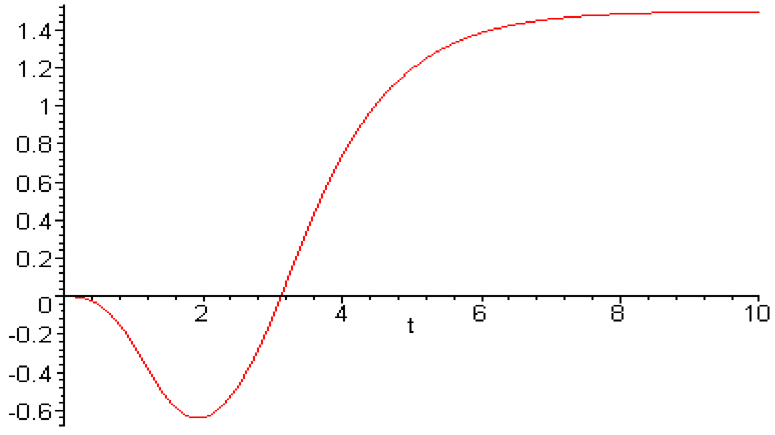


$$G(s) := 3\frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

$$Y\_1(s) := 3\frac{1}{(s+1)(s+2)s^2}$$

$$y\_1(t) := \frac{3}{2}t - \frac{9}{4} - \frac{3}{4}e^{(-2t)} + 3e^{(-t)}$$

$$y(t) := -y\_1(t) + 2\,y\_1(t-1)\,\delta_{-1}(t-1) - y\_1(t-3)\,\delta_{-1}(t-3)$$



$$y(\infty) := \frac{3}{2}$$

Kd=2 per avere il guadagno a ciclo chiuso richiesto, h=2 per avere un sistema di controllo di tipo 2 e Kc>= 30 in conseguenza della specifica sull'errore. Per determinare i valori di Kc che danno comunque un sistema stabile usiamo il criterio di Routh:

$$F(s) = \frac{K_c}{s^2}\frac{N_P(s)}{D_P(s)}\frac{1}{K_d}, W(s) = \frac{K_c K_d N_P(s)}{s^2 K_d D_P(s) + K_c N_P(s)}$$

$$D_w(s) = \frac{1}{5000}s^4 + 0.016s^3 + (2 + \frac{1}{450}K_c)s^2 + \frac{11}{15}K_c s + 20K_c$$

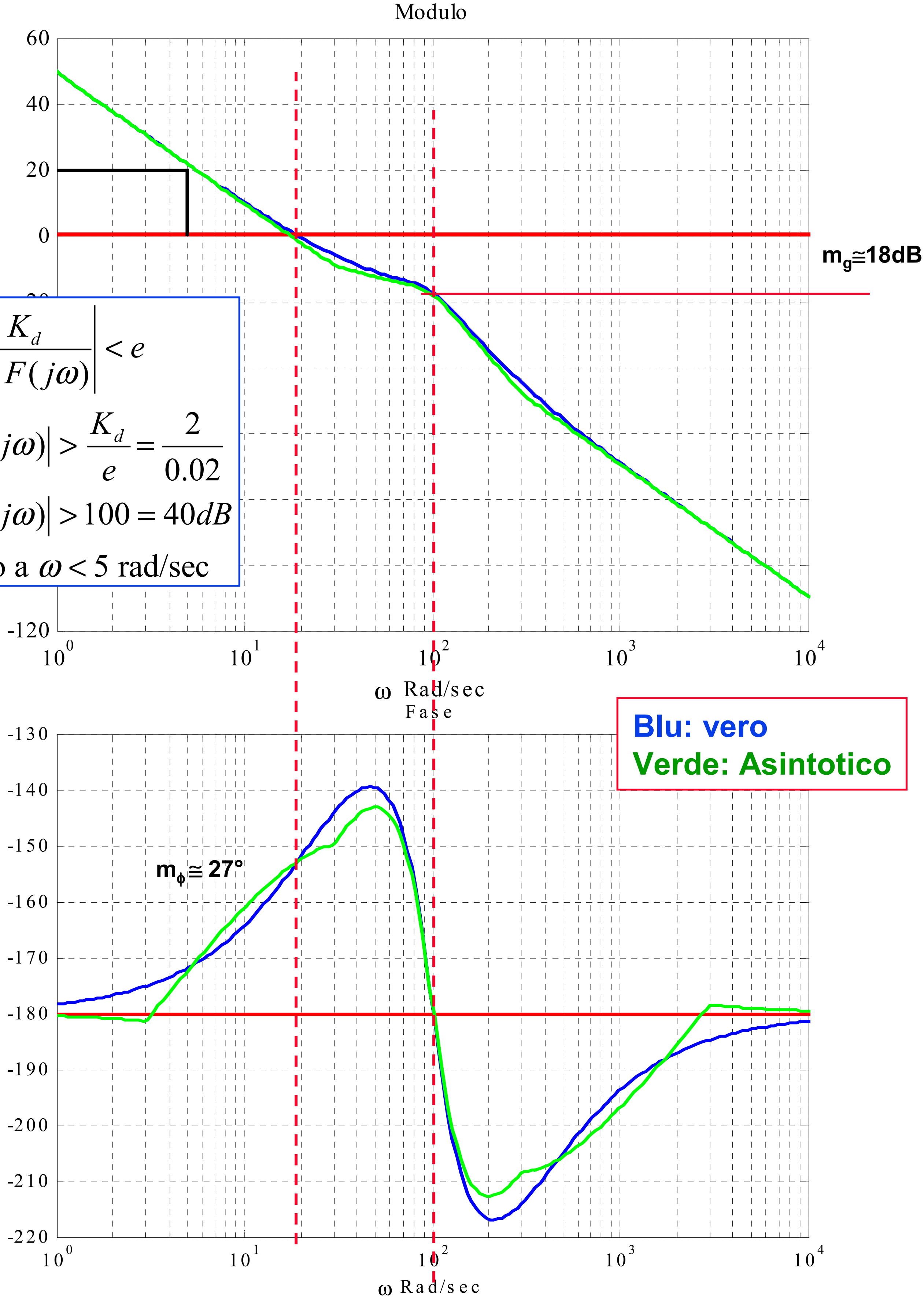
4	$\frac{1}{5000}$	$(2 + \frac{1}{450}K_c)$	$20K_c$
3	0.016	$\frac{11}{15}K_c$	
2	$-0.0069444\mathrm{K_c}+2$	$20K_c$	
1	$-\frac{0.32*\mathrm{K_c}-11/15\mathrm{K_c}(-0.0069444\mathrm{K_c}+2)}{-0.0069444\mathrm{K_c}+2}$		
0	$20K_c$		

$$0 < \mathrm{K_c} < 225.16$$

$$W_z(s) = \frac{s^2 K_d N_P(s)}{s^2 K_d D_P(s) + K_c N_P(s)}$$

$$z(s) = \frac{2}{s^3}$$

$$z(\infty) = \lim_{s \to 0} sW_z(s)z(s) = 0.1333$$



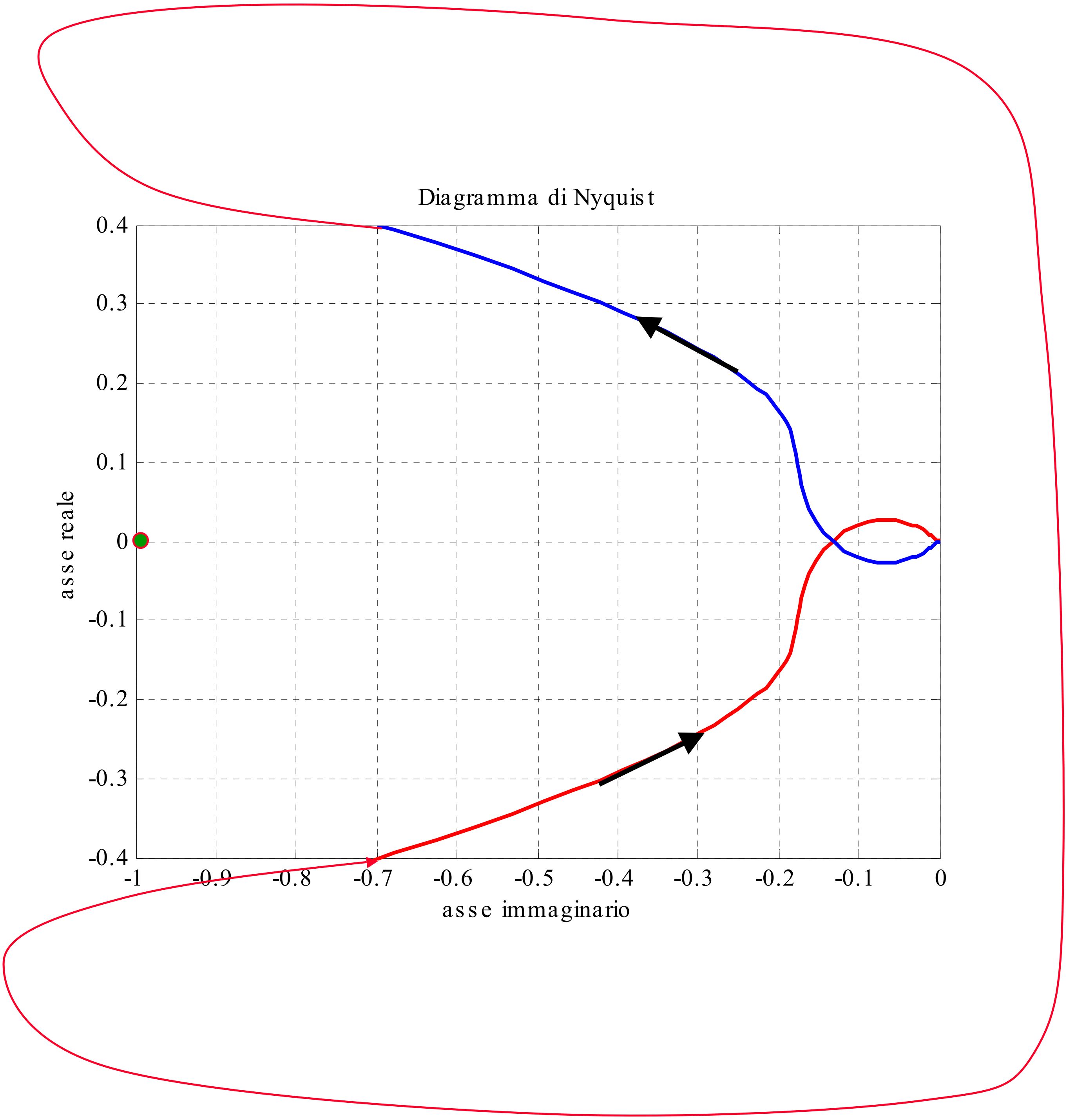
$$\left|\frac{K_d}{1+F(j\omega)}\right| < e$$

$$|F(j\omega)| > \frac{K_d}{e} = \frac{2}{0.02}$$

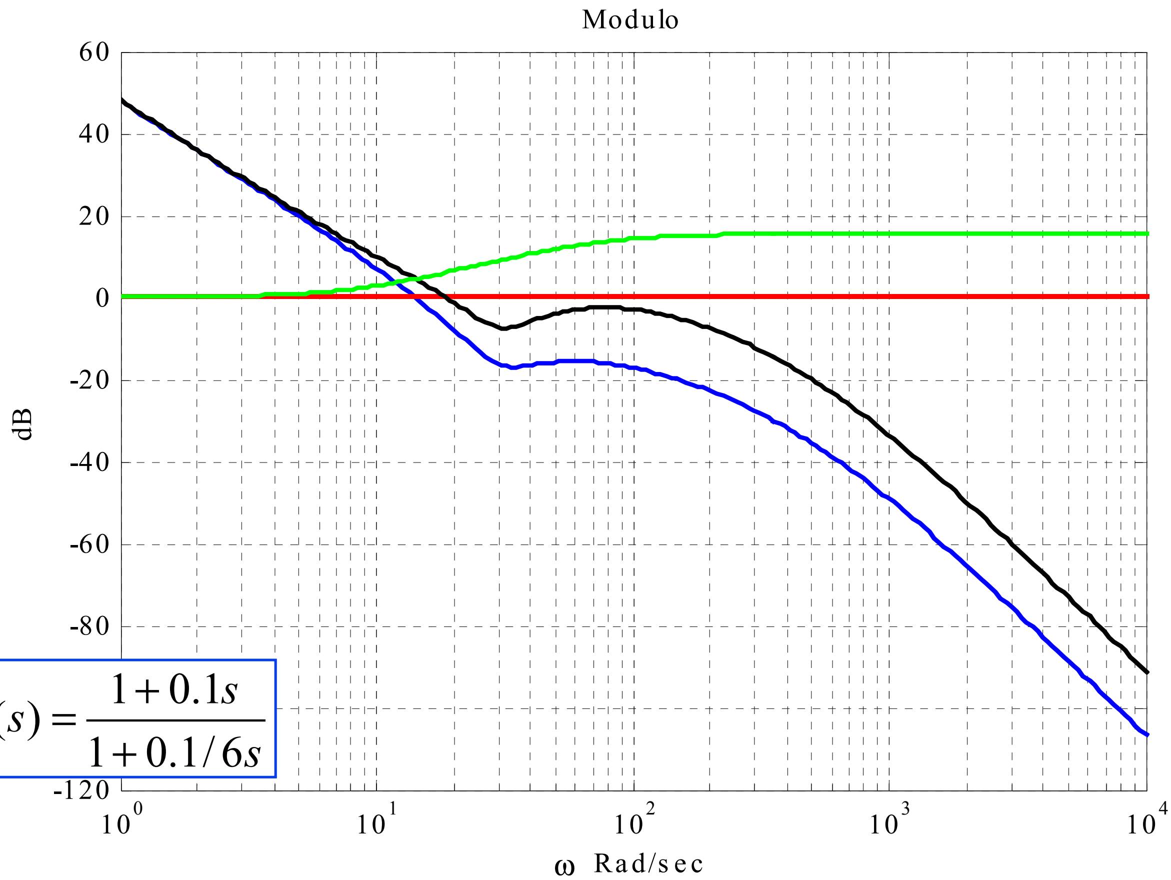
$$|F(j\omega)| > 100 = 40dB$$

fino a $\omega < 5$ rad/sec

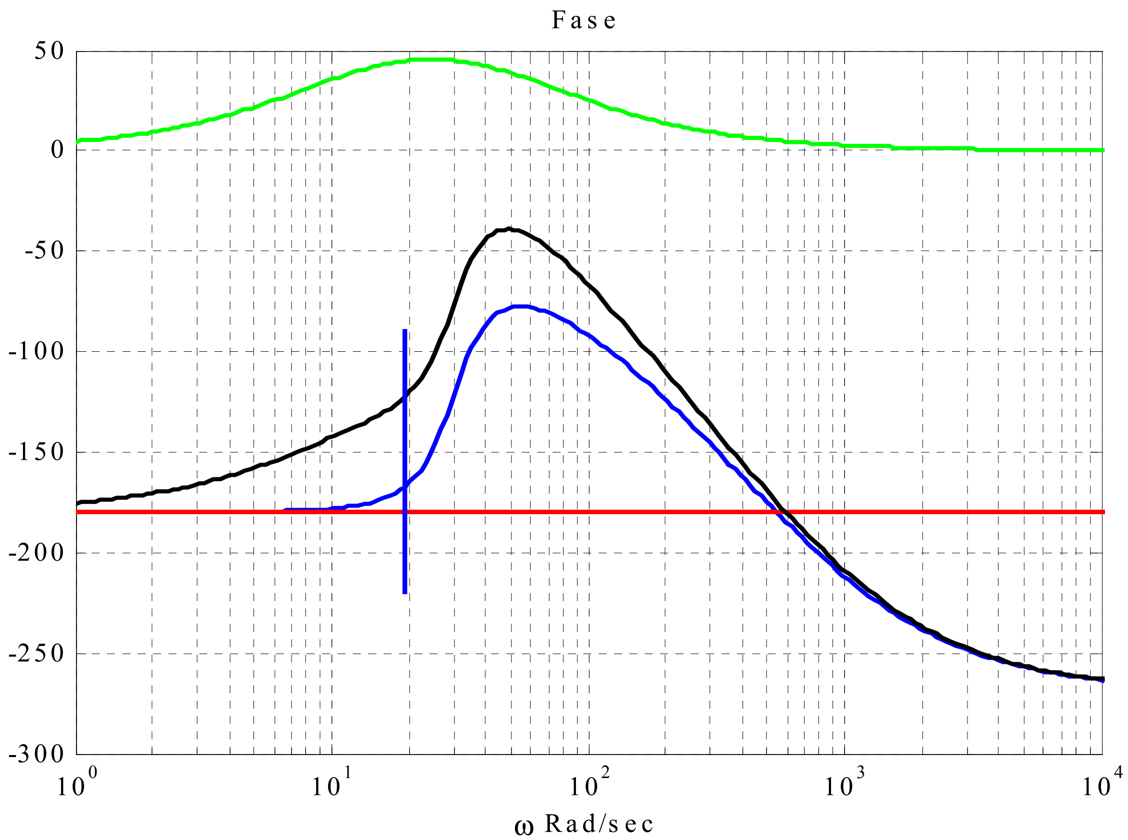
Compito D: Sintesi (1)

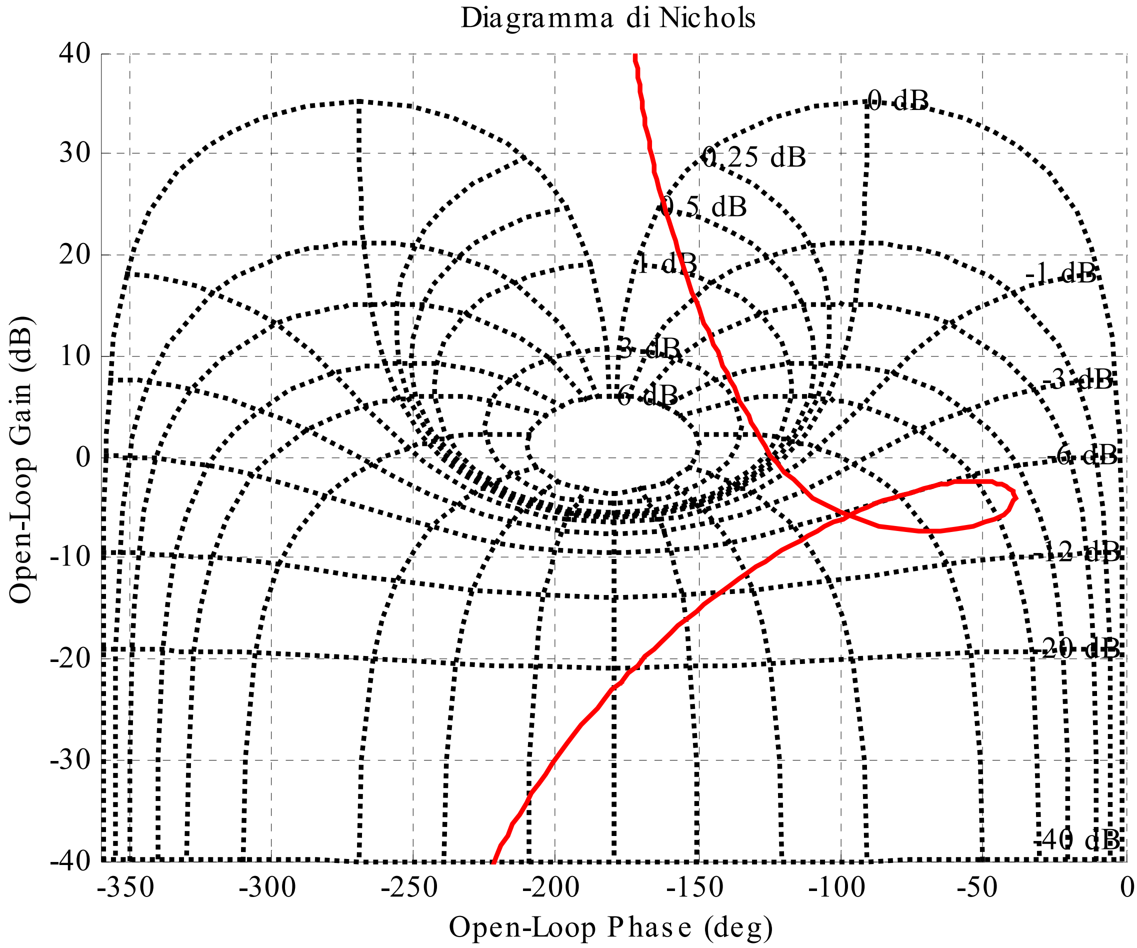


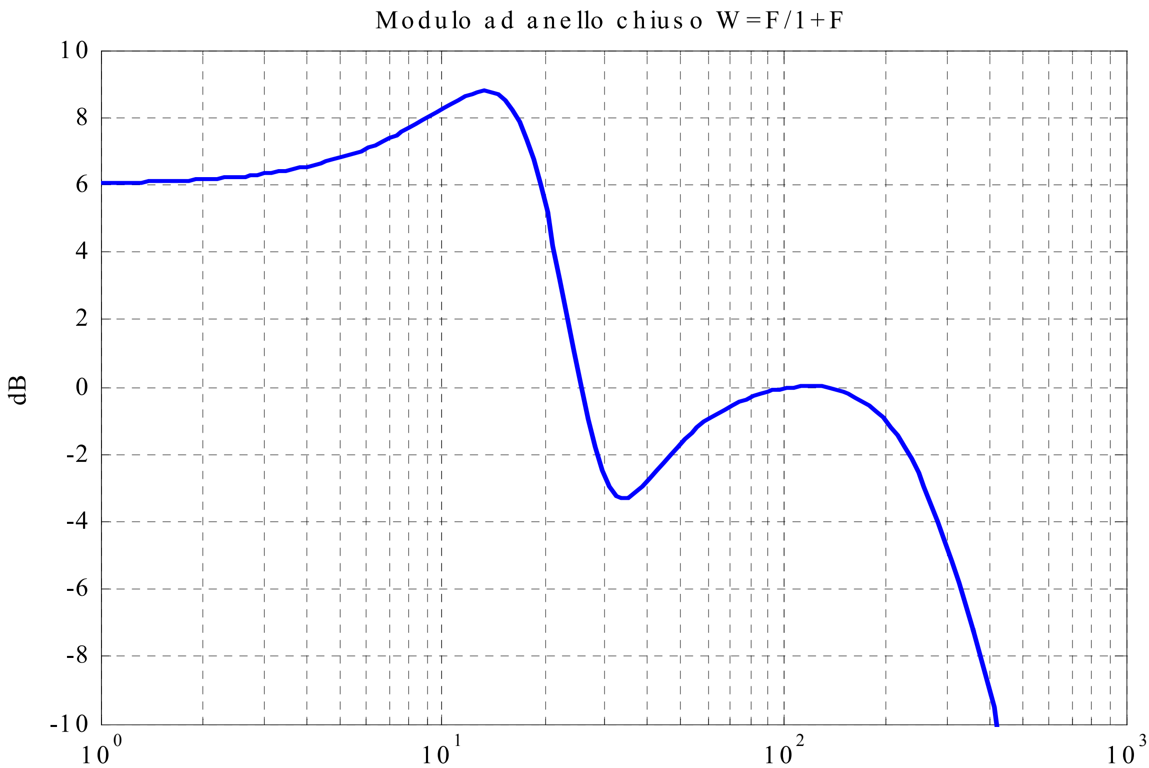
Compito D: Sintesi Rete



$$R_{att}(s) = \frac{1+0.1s}{1+0.1/6s}$$







Kw=2.01, B3=23.27rad/sec, B6=25.53rad/sec, Mr=2.7