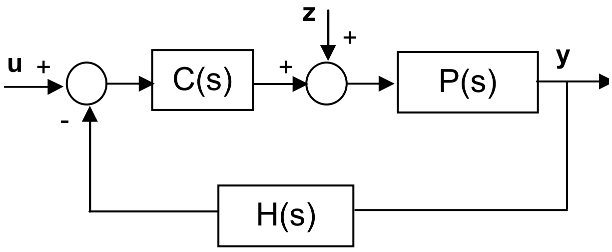
Esame di Fondamenti di Automatica ed Elementi di Regolazione
Ingegneria Meccanica
21 luglio 2003

Cognome:	**Nome**	**Matricola:**	**E-mail:**

1. Dato il sistema di controllo raffigurato, con **C(s)=3/s**, **P(s)=(s+1)/[s(s+3)]** e **H(s)=0.2**, determinare:
   a. Se il sistema sia stabile a ciclo chiuso con il criterio di Routh
   b. Il tipo di sistema di controllo
   c. Astatismo rispetto al disturbo costante **z**
   d. L'uscita permanente con **u(t)=5t**
   e. L'uscita permanente con **u(t)=3** e **z(t)=2t**



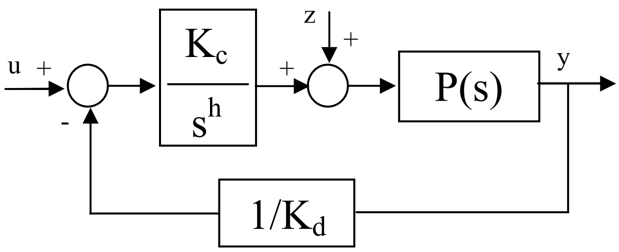
---

2. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{(s/200+1)^2}{(s/50+1)(s/80+1)(s/100+1)}$$

Sintetizzare il sistema di controllo in figura (determinare **h** e **K_c**) in modo tale che:

- il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **2**
- l'errore per ingresso a rampa **u(t)=0.1t** sia minore o uguale a **0.01**



Scelto il valore **minimo** di **K_c** compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST** della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (ω_t) e, in caso di sistema stabile a ciclo chiuso, i margini di stabilità (**m_ϕ** e **m_g**).

Infine calcolare:

- l'effetto in uscita a regime di un disturbo **z(t)=5t**.
- fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide unitaria risulti minore di **0.2** (in uscita la sinusoide dovrebbe ovviamente avere ampiezza pari a Kd).

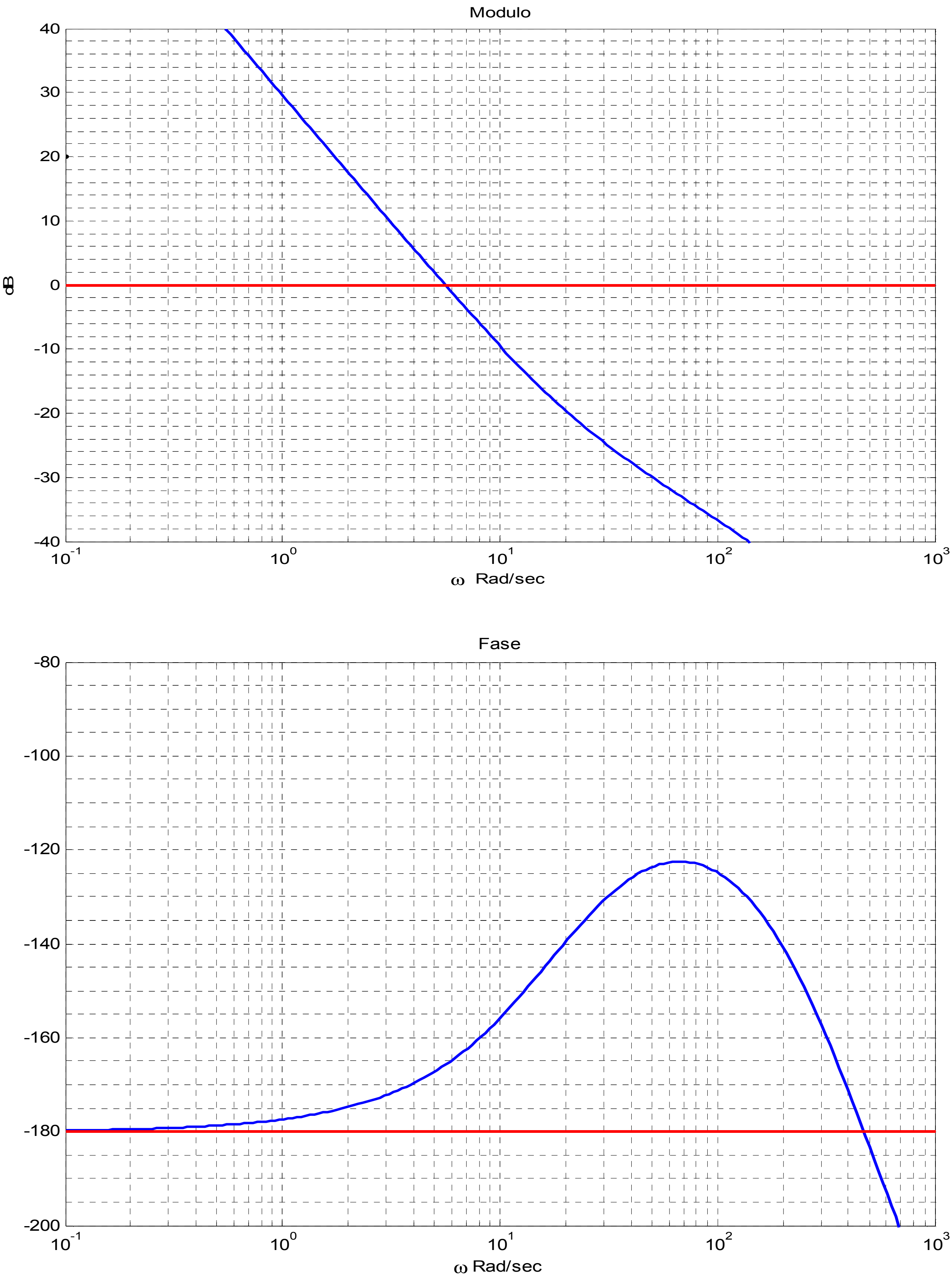
---

3. (Solo vecchio ordinamento) Dato il sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bu \\ y = Cx \end{cases} \text{ con } A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

già in forma canonica di Jordan, determinare la risposta forzata **y(t)** con **u(t)=δ_{-1}(t)** a condizioni iniziali nulle.

4. Dato il diagramma di **BODE** della funzione di trasferimento a ciclo aperto **F(s)** sotto riportata determinare la rete compensatrice **R(s)** tale da assicurare ω_t**>=10** Rad/sec e **m**$_\phi$>60°. Tracciare quindi il diagramma di **NICHOLS** della funzione compensata **F'(s)=F(s)R(s)** e determinare su di esso il modulo alla risonanza **Mr** e la banda passante a –3 Decibel.



La funzione di trasferimento dell'ingresso a ciclo chiuso vale

$$W(s) = \frac{15(s+1)}{5s^3 + 15s^2 + 3s + 3}$$

quella del disturbo:

$$W_z(s) = \frac{5s(s+1)}{5s^3 + 15s^2 + 3s + 3}$$

a) Scrivendo la tabella di Routh il denominatore di queste funzioni risulta stabile.

b) Il tipo di sistema di controllo è due per la presenza di due integratori in catena diretta.

c) Il sistema è astatico rispetto al disturbo costante in quanto c'è un integratore a monte del disturbo.

d) Il sistema, esaurito il transitorio, riproduce correttamente ingressi a rampa:

$$u(t) = 5t\delta_{-1}(t) \;\Rightarrow\; y_p(t) = 5/0.2\ t\delta_{-1}(t) \;= 25t\delta_{-1}(t)$$

e) Il sistema riproduce correttamente l'iingresso a gradino:

$$u(t) = 3\delta_{-1}(t) \Rightarrow\; y_p(t) = 3/0.2\delta_{-1}(t) \;= 15\delta_{-1}(t)$$

ed ha errore finito per disturbo a rampa che può essere ottenuto con il teorema del valore finale:

$$\lim_{s\to 0} sW_z(s)Z(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{5s(s+1)}{5s^3 + 15s^2 + 3s + 3}\frac{2}{s^2} = \frac{10}{3} = 3.33$$

quindi:

$$y_p(t) = 15\delta_{-1}(t) + 3.33\delta_{-1}(t) = 18.33\delta_{-1}(t)$$

- Kd=2 per avere il guadagno a ciclo chiuso richiesto,
- h=1 per avere un sistema di controllo di tipo 1 (errore finito per ingresso a rampa)
- Kc>= 40 in conseguenza della specifica sull'errore.

$$C(s)=\frac{K_c}{s}R(s)=\frac{K_c}{s}\frac{N_R(s)}{D_R(s)};P(s)=K_p\frac{N_p(s)}{D_p(s)}$$

$$W_z(s)=\frac{sK_dK_pN_P(s)N_R(s)}{sK_dD_P(s)D_R(s)+K_cK_pN_P(s)N_R(s)}$$

$$z(s)=\frac{5}{s^2}$$

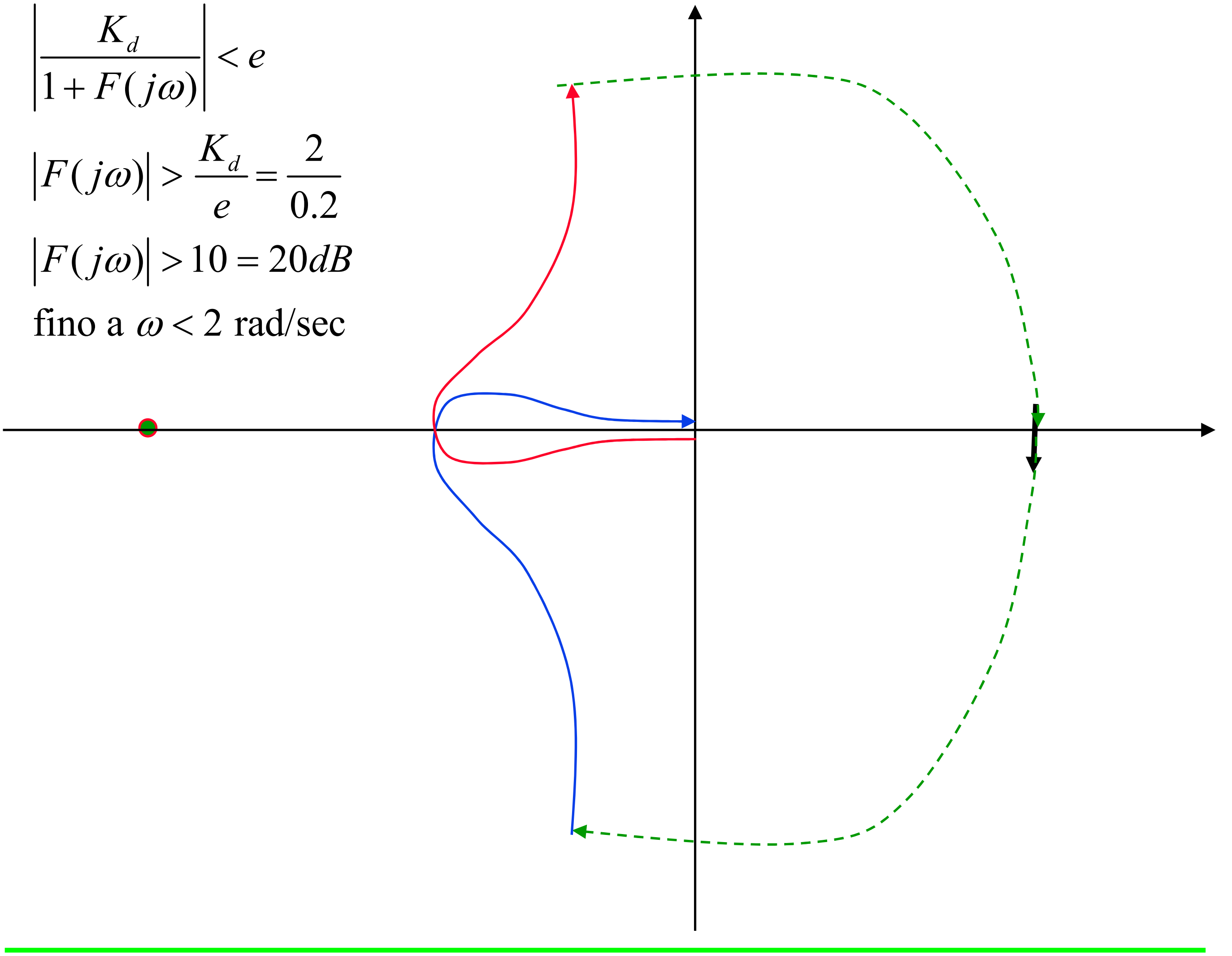
$$z(\infty)=\lim_{s\to 0}sW_z(s)z(s)=\lim_{s\to 0}\frac{K_d}{K_c}4=\frac{2}{40}5=0.25$$

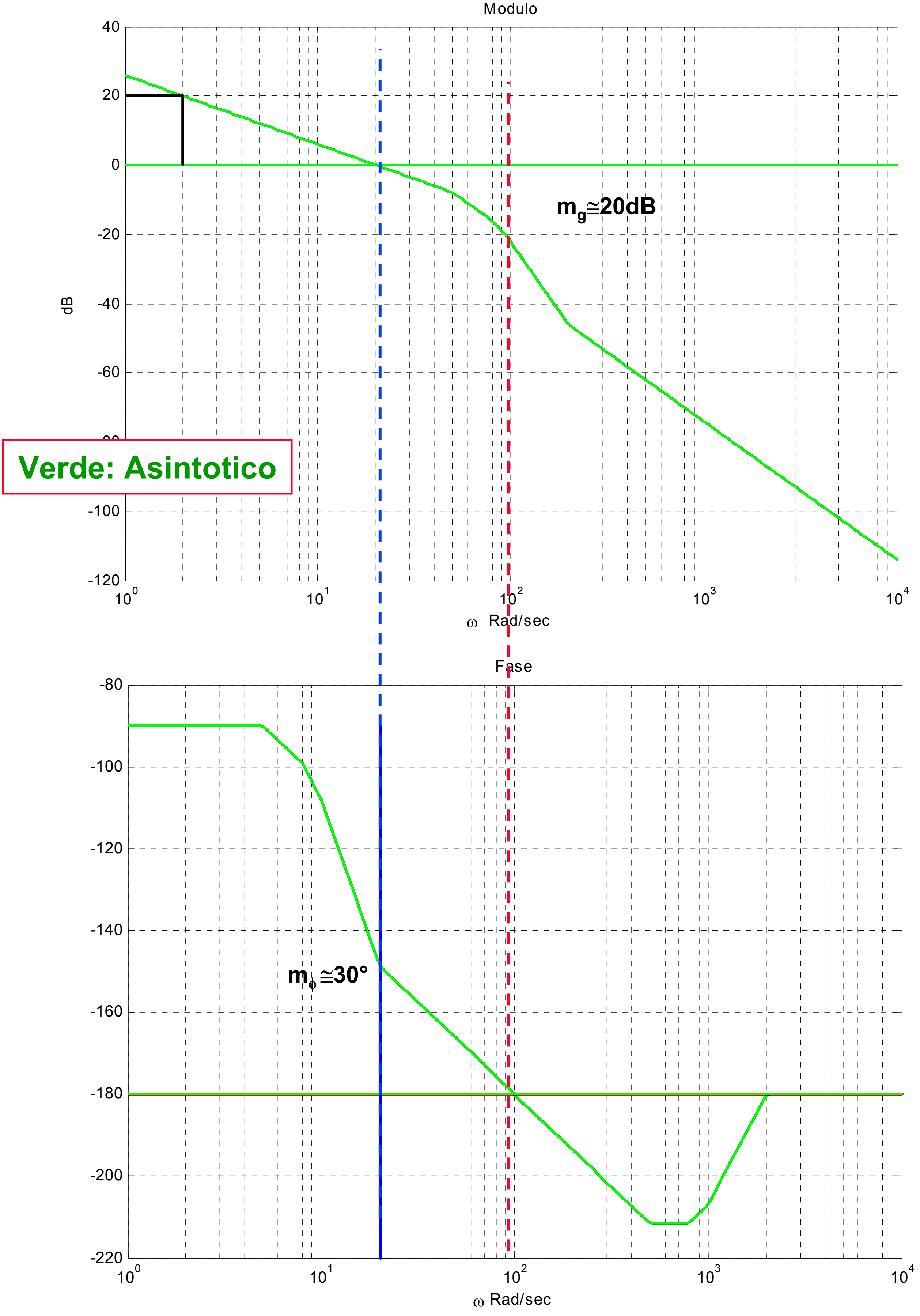
$$\left|\frac{K_d}{1+F(j\omega)}\right|<e$$

$$\left|F(j\omega)\right|>\frac{K_d}{e}=\frac{2}{0.2}$$

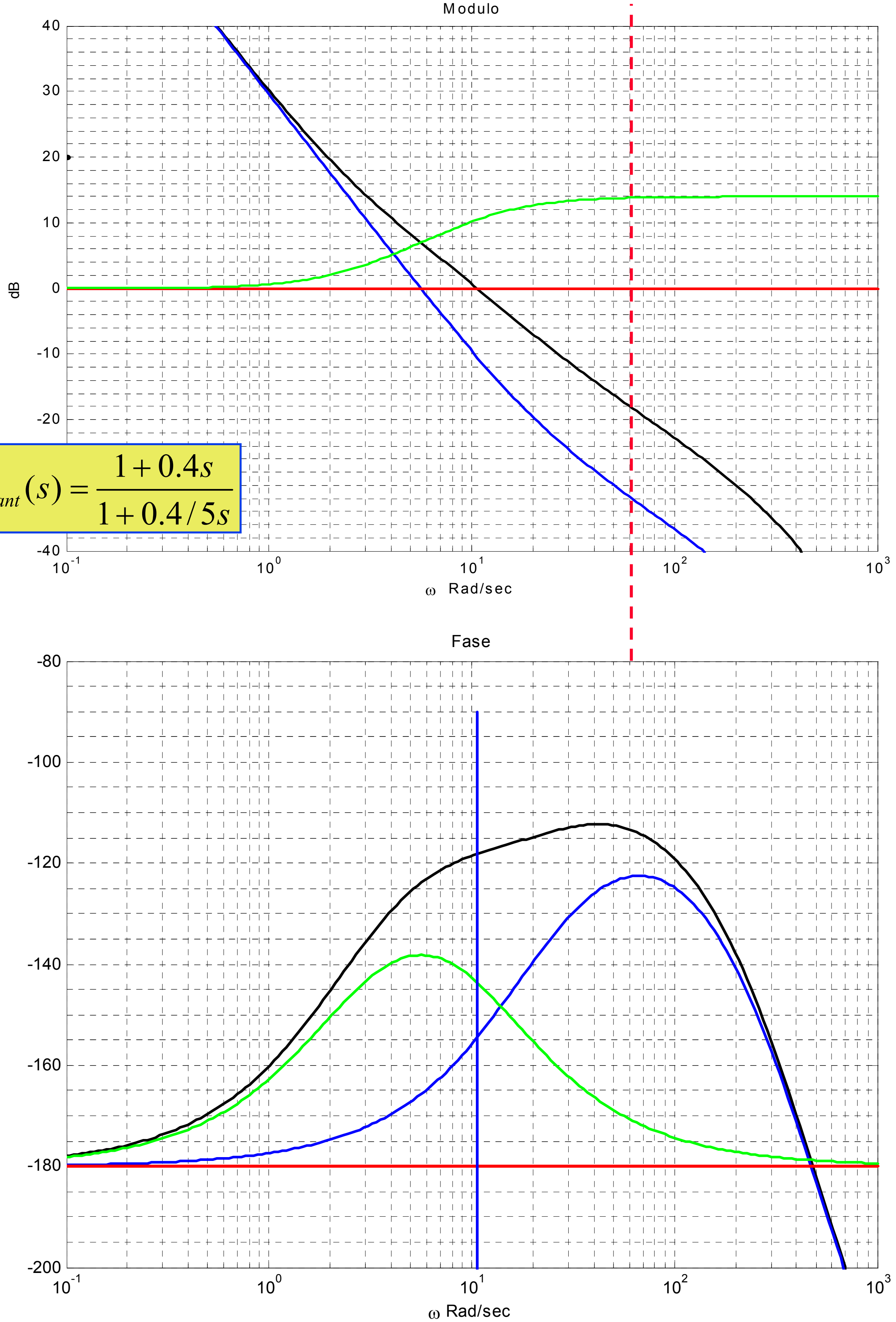
$$\left|F(j\omega)\right|>10=20dB$$

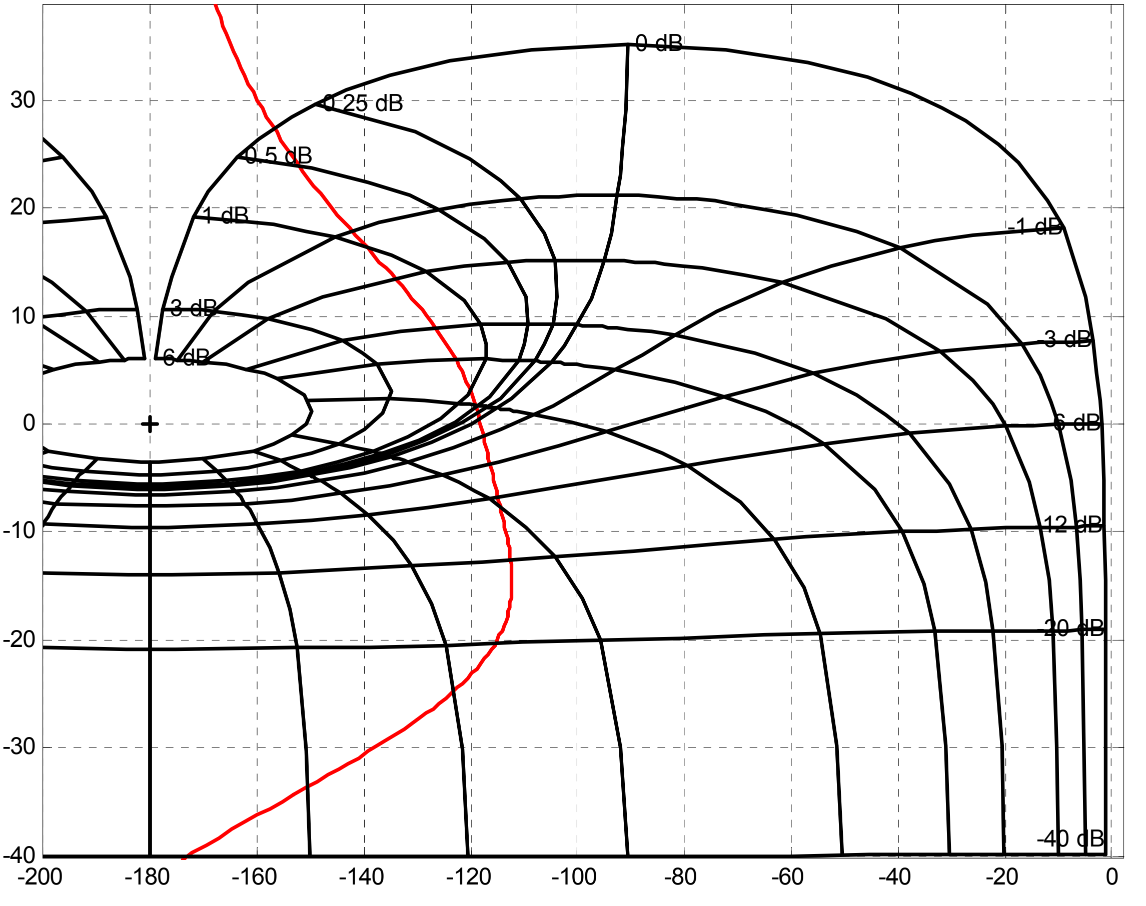
fino a $\omega<2$ rad/sec



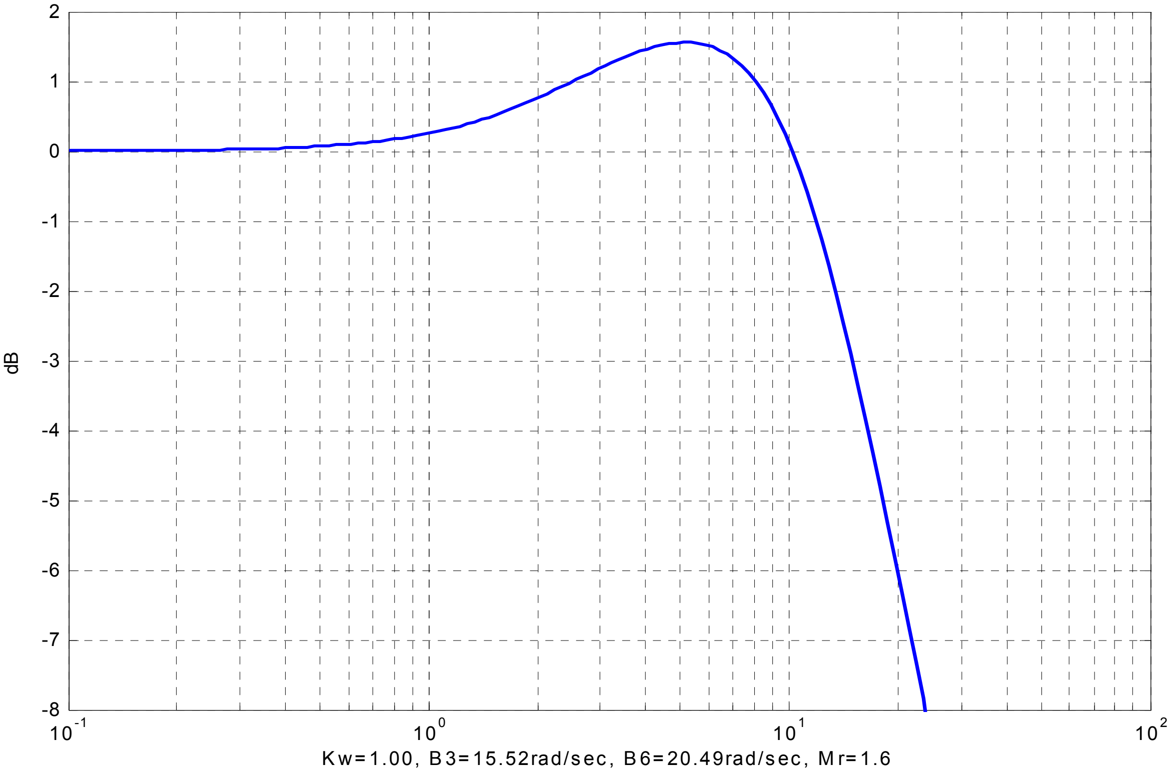

Modulo
dB
$m_g \cong 20dB$
Verde: Asintotico
ω Rad/sec
Fase
$m_\phi \cong 30°$
ω Rad/sec

$$R_{ant}(s) = \frac{1 + 0.4s}{1 + 0.4/5s}$$





Modulo ad anello chiuso W=F/1+F



Kw=1.00, B3=15.52rad/sec, B6=20.49rad/sec, Mr=1.6

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bu \\ y = Cx \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Il sistema risulta tutto controllabile ma solo parzialmente osservabile. Infatti lo 0 nella matrice C causa la non osservabilità della prima dinamica. Questa, d'altro canto, non ha alcun effetto sulla seconda equazione e pertanto, ai fini della soluzione dell'esercizio, ci possiamo limitare a studuare il seguente sistema:

$$\mathrm{A}_1 = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, C_1 = \begin{pmatrix} 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Possiamo facilmente calcolare la funzione di trasferimento:

$$F(s) = C_1 (sI - A_{11})^{-1} B_1 = \begin{pmatrix} 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s+3 & 0 \\ 0 & s+2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s+2 & 0 \\ 0 & s+3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{1}{(s+2)(s+3)} =$$

$$= \frac{2s+2}{(s+2)(s+3)}$$

A questo punto la soluzione è

$$\mathrm{Y(s)} = \frac{2s+2}{(s+2)(s+3)} \frac{1}{s} = \frac{1/3}{s} + \frac{1}{s+2} - \frac{4/3}{s+3}$$

$$y(t) = L^{-1}\{Y(s)\} = \left(\frac{1}{3} + 1e^{-2t} - \frac{4}{3} e^{-3t} \right) \delta_{-1}(t)$$