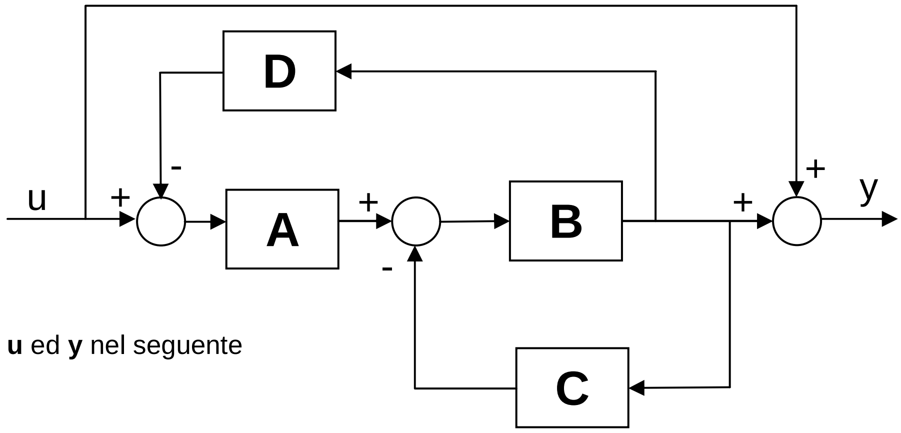
Esame di Fondamenti di Automatica

Corso di Laurea Vecchio Ordinamento in Ingegneria Meccanica

10 luglio 2002

Cognome:	**Nome**	**Matricola:**	**E-mail:**



1. Ricavare la funzione di trasferimento tra **u** ed **y** nel seguente schema a blocchi:

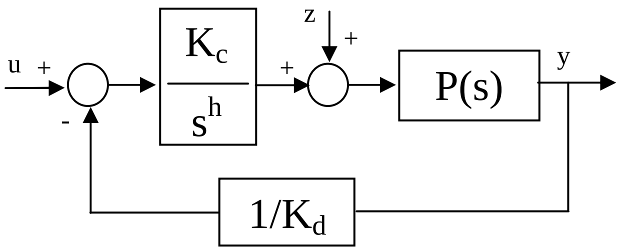
---

2. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{100+s}{(1+s/10)(1-s/30)}e^{-0.01s}$$

Sintetizzare il sistema di controllo in figura (determinare **h** e **K_c**) in modo tale che:

- il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **10**
- l'errore per ingresso a rampa **u(t)=0.1t** sia minore o uguale a **0.05**



Scelto il valore **minimo** di **K_c** compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST** della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (ω_t) e, in caso di sistema stabile a ciclo chiuso, i margini di stabilità (**m_ϕ** e **m_g**).

Infine calcolare:

- l'effetto in uscita a regime di un disturbo **z(t)=t**.
- fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide unitaria risulti minore di **0.31**.

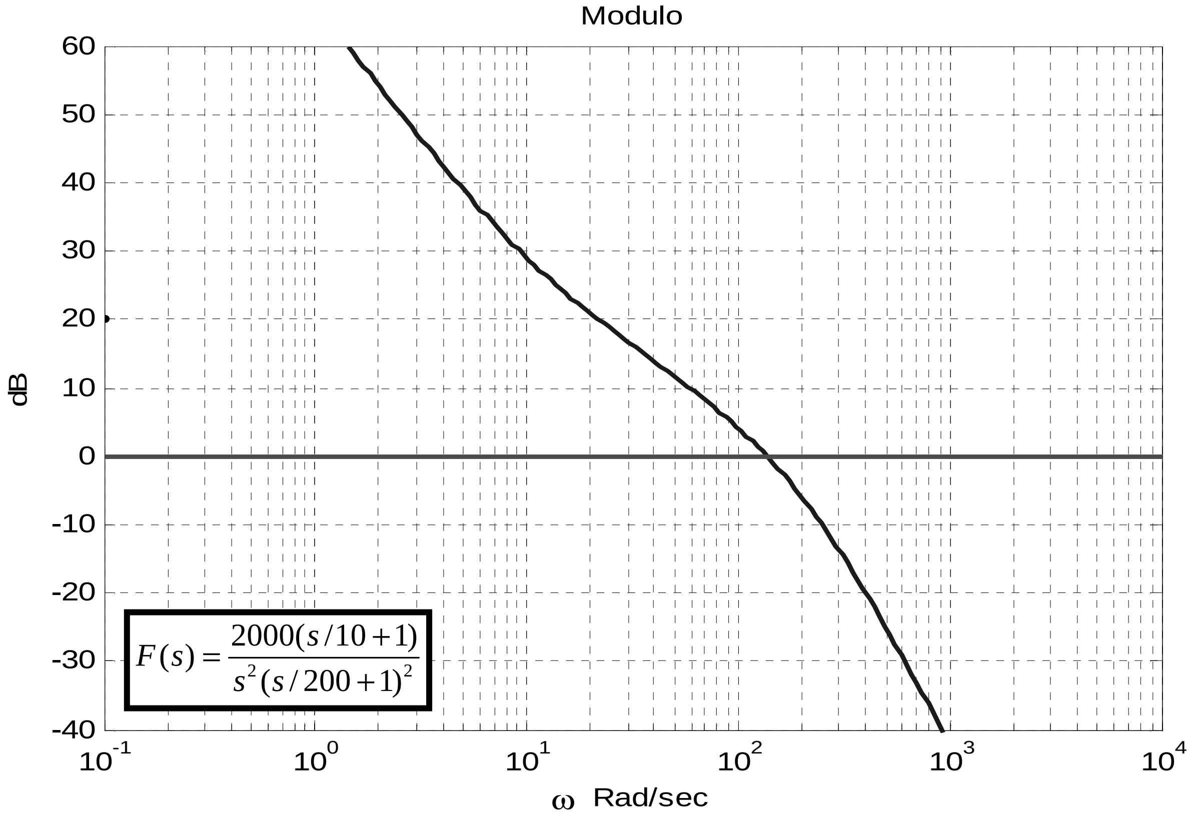
---

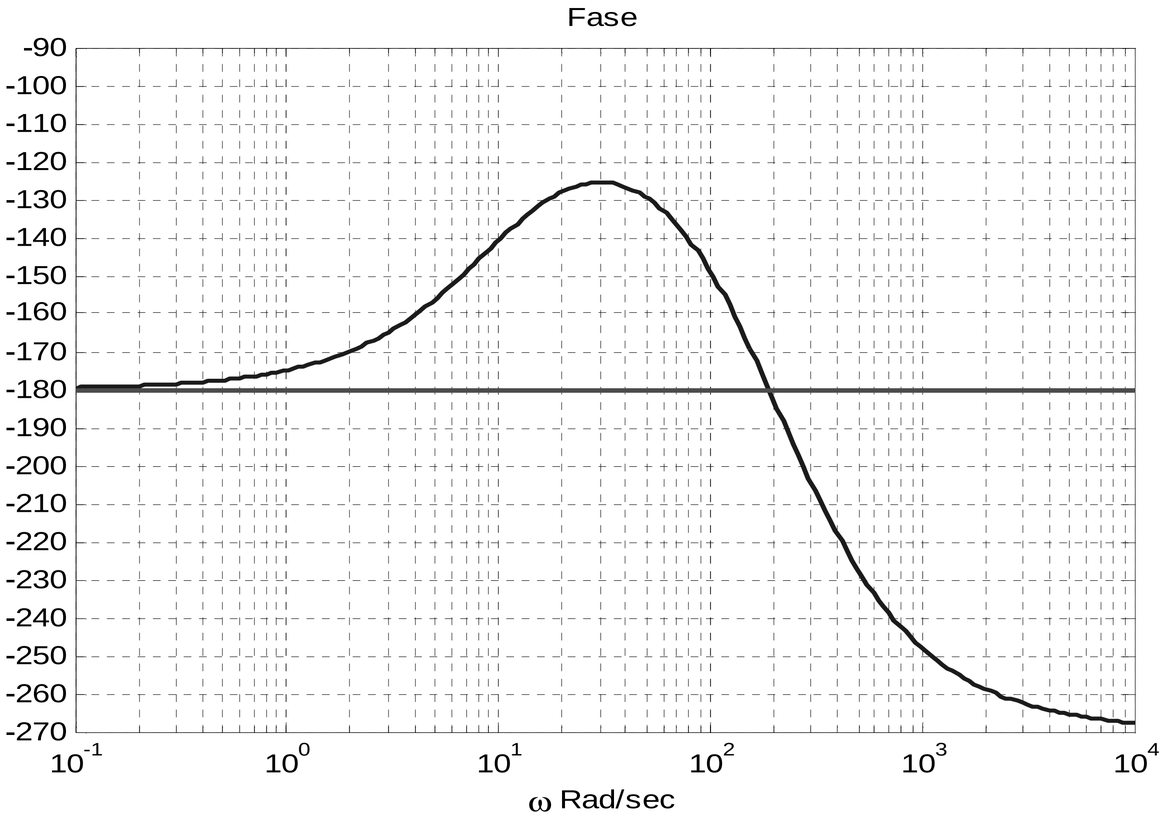
3. Dato un sistema di equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti descritto dalle matrici $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, e già in forma di Jordan, determinare controllabilità ed osservabilità di ciascun autovalore. Progettare, quindi, un sistema di controllo con reazione dinamica dall'uscita in grado di spostare tuti gli autovalori del sottospazio controllabile ed osservabile in -2. Scegliere in maniera compatibile le dinamiche dell'osservatore e progettare il loop sulla funzione di trasferimento del sistema.

---

4. Mostrare che è sempre possibile diagonalizzare un sistema i cui autovalori siano tutti distinti. Che caratteristica hanno i sistemi diagonalizzabili?

5. Dato il diagramma di **BODE** della funzione di trasferimento a ciclo aperto **F(s)** sotto riportata determinare la rete compensatrice **R(s)** tale da assicurare ω_t**<100** Rad/sec e **m**$_\phi$>30°. Tracciare quindi il diagramma di **NICHOLS** della funzione compensata **F'(s)=F(s)R(s)** e determinare su di esso il modulo alla risonanza **Mr** e la banda passante a –3 Decibel.



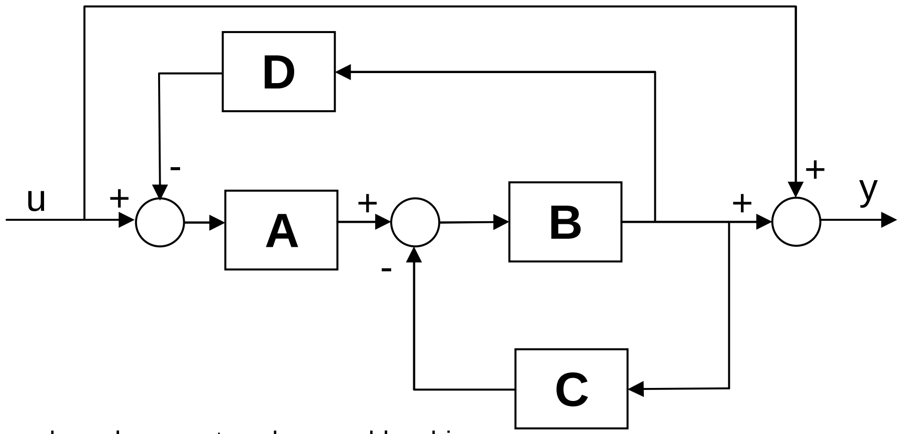


Esame di Elementi di Regolazione

Corso di Laurea Nuovo Ordinamento in Ingegneria Meccanica

10 luglio 2002

Cognome:	**Nome**	**Matricola:**	**E-mail:**



1. Ricavare la funzione di trasferimento tra **u** ed **y** nel seguente schema a blocchi:

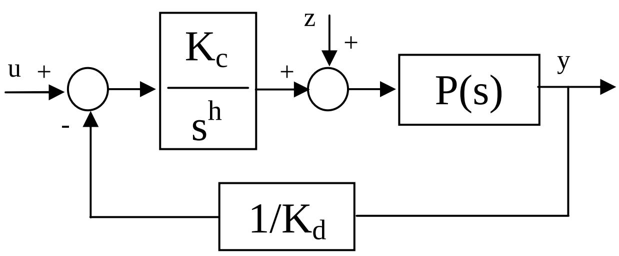
---

2. Chiudere intorno ad un processo **G(s)=(s+2)/(s^2+3s-1)** un controllore proporzionale/integrale del tipo **K/s** con **controreazione unitaria** e determinare, con il criterio di **Routh**, per quali valori di **K** il sistema a ciclo chiuso risulta asintoticamente stabile.

---

3. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{100+s}{(1+s/10)(1-s/30)} e^{-0.01s}$$



Sintetizzare il sistema di controllo in figura (determinare **h** e **K_c**) in modo tale che:

- il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **10**
- l'errore per ingresso a rampa **u(t)=0.1t** sia minore o uguale a **0.05**

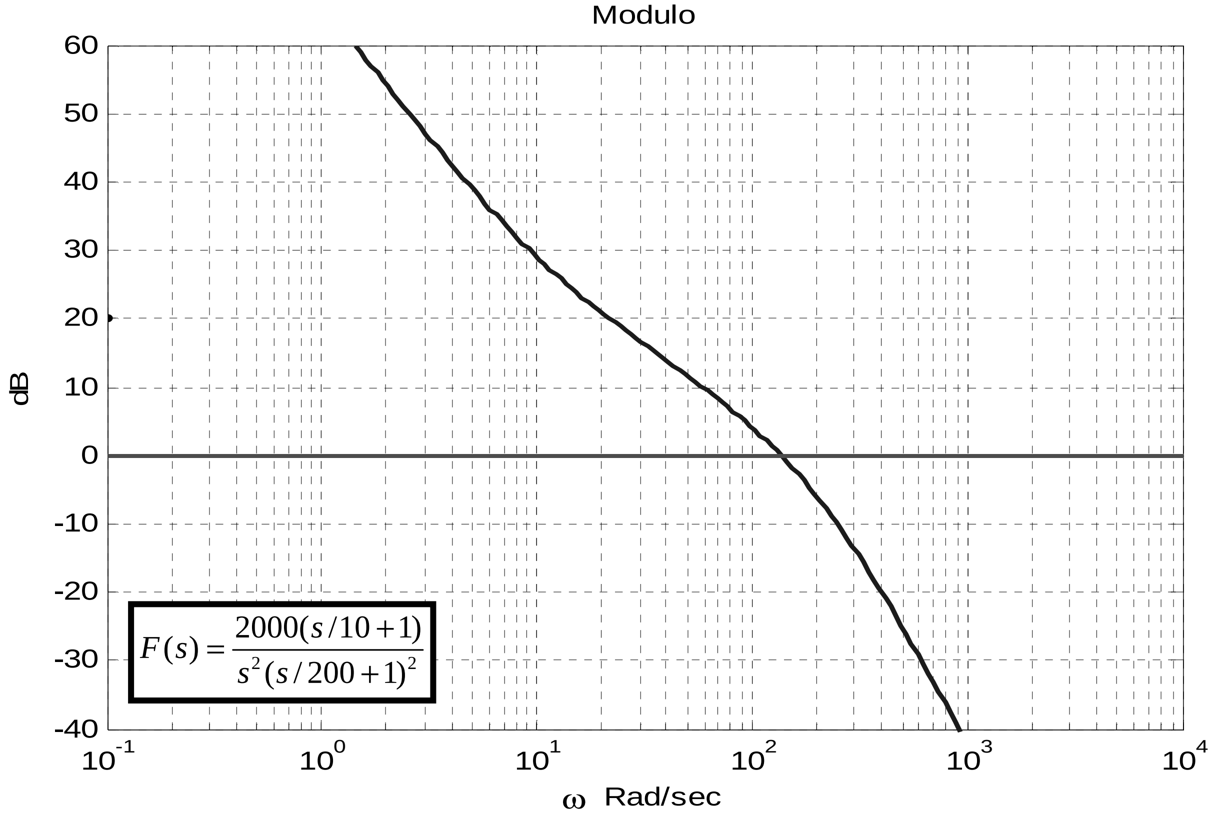
Scelto il valore **minimo** di **K_c** compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST** della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (ω_t) e, in caso di sistema stabile a ciclo chiuso, i margini di stabilità (**m_ϕ** e **m_g**).

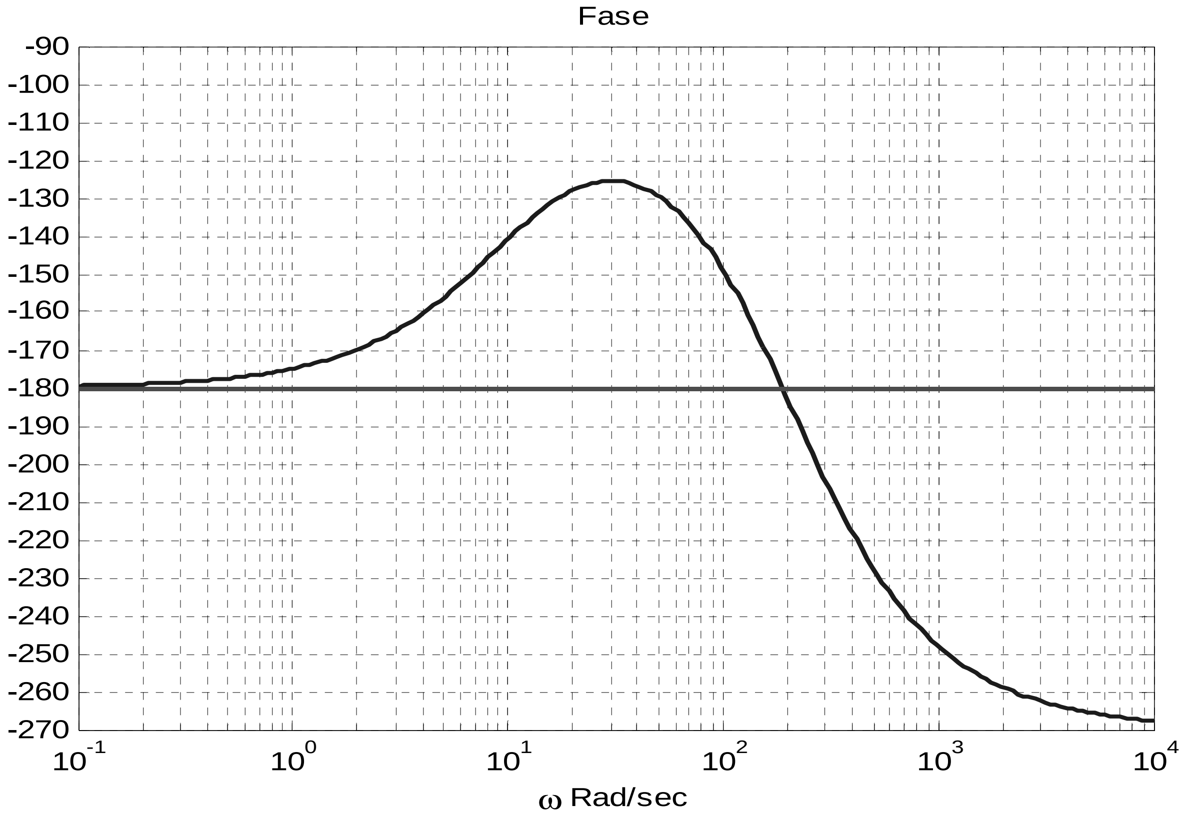
Infine calcolare:

- l'effetto in uscita a regime di un disturbo **z(t)=t**.
- fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide unitaria risulti minore di **0.31**.

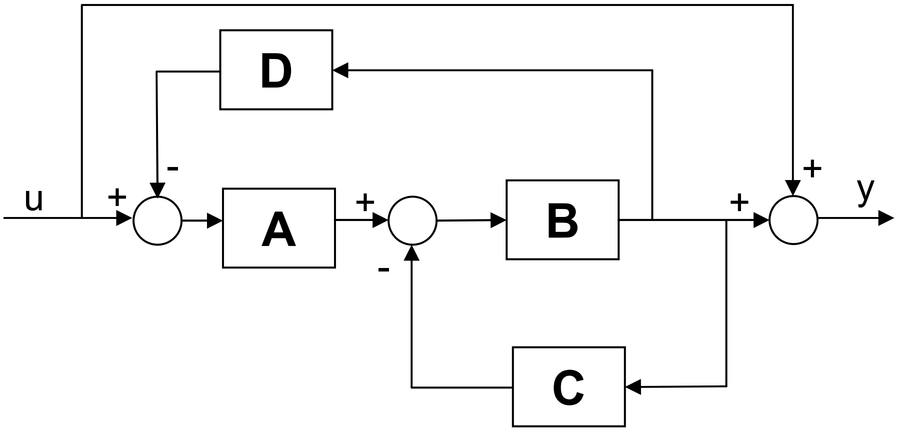
---

4. Dato il diagramma di **BODE** della funzione di trasferimento a ciclo aperto **F(s)** sotto riportata determinare la rete compensatrice **R(s)** tale da assicurare ω_t**<100** Rad/sec e m_ϕ>30°. Tracciare quindi il diagramma di **NICHOLS** della funzione compensata **F'(s)=F(s)R(s)** e determinare su di esso il modulo alla risonanza **Mr** e la banda passante a –3 Decibel.





Schema a Blocchi e Routh



$$W(s) = \frac{1 + AB + BC + ABD}{1 + BC + ABD}$$

$$G(s) = \frac{s+2}{s^2+3s-1}, C(s) = \frac{K}{s}, K_d = 1$$

$$W(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)/K_d} = \frac{K(s+2)}{s^3+3s^2+(K-1)s+2K}$$

$$\begin{array}{lccc} 3 & : & 1 & K-1 \\ 2 & : & 3 & 2K \\ 1 & : & \dfrac{2K-3(K-1)}{-3} & \\ 0 & : & 2K & \end{array}$$

$$\begin{cases} 2K-3(K-1) < 0 \\ 2K > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -K+3 < 0 \\ K > 0 \end{cases} \Rightarrow K > 3$$

- Kd=10 per avere il guadagno a ciclo chiuso richiesto,
- h=1 per avere un sistema di controllo di tipo 1 (errore finito per ingresso a rampa)
- Kc>= 2 in conseguenza della specifica sull'errore.

$$P(s) = K_p \frac{N_p(s)}{D_p(s)}$$

$$W_z(s) = \frac{sK_d K_p N_P(s)}{sK_d D_P(s) + K_c K_p N_P(s)}$$

$$z(s) = \frac{1}{s^2}$$

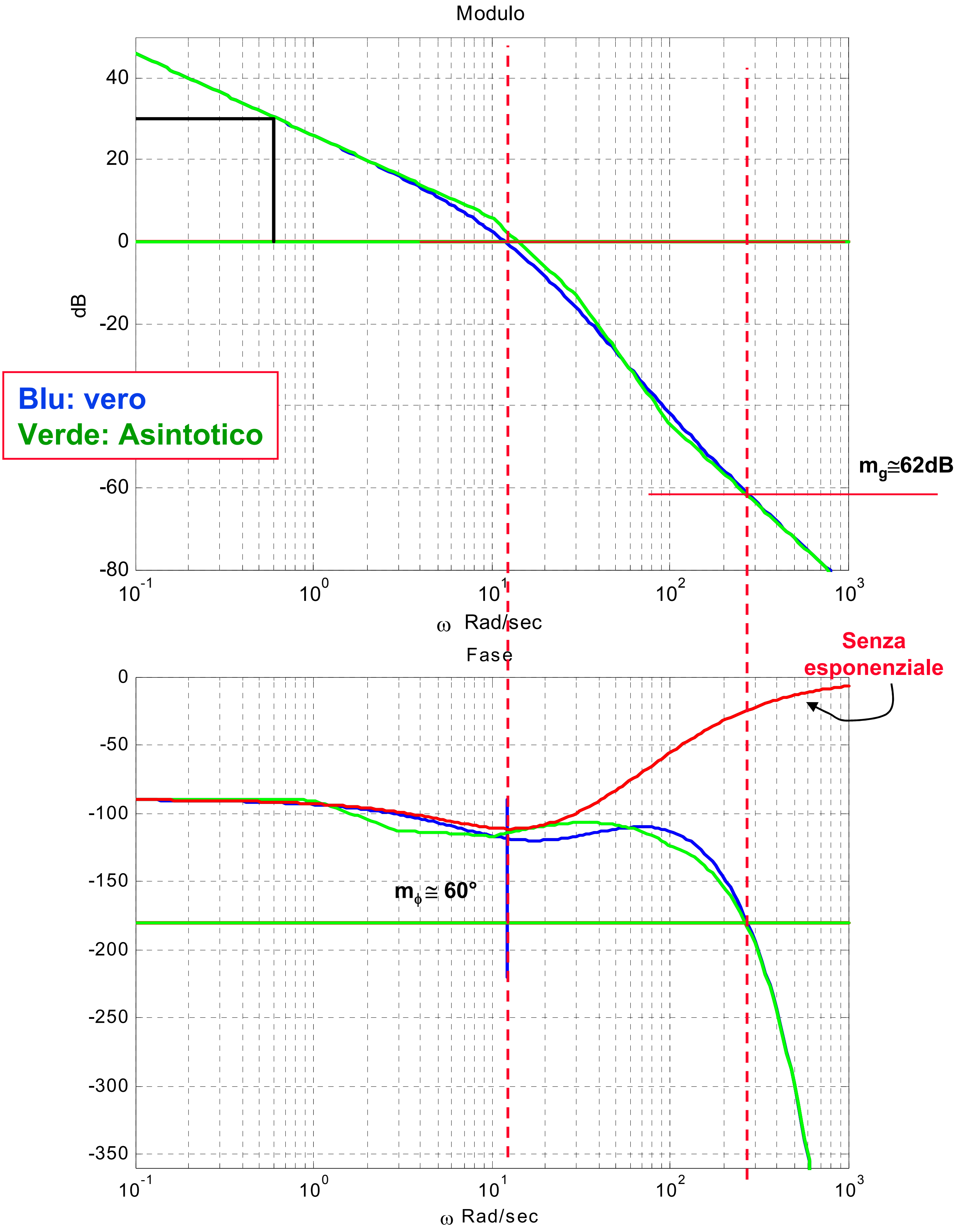
$$z(\infty) = \lim_{s \to 0} sW_z(s) z(s) = \frac{K_d}{K_c} = 5$$

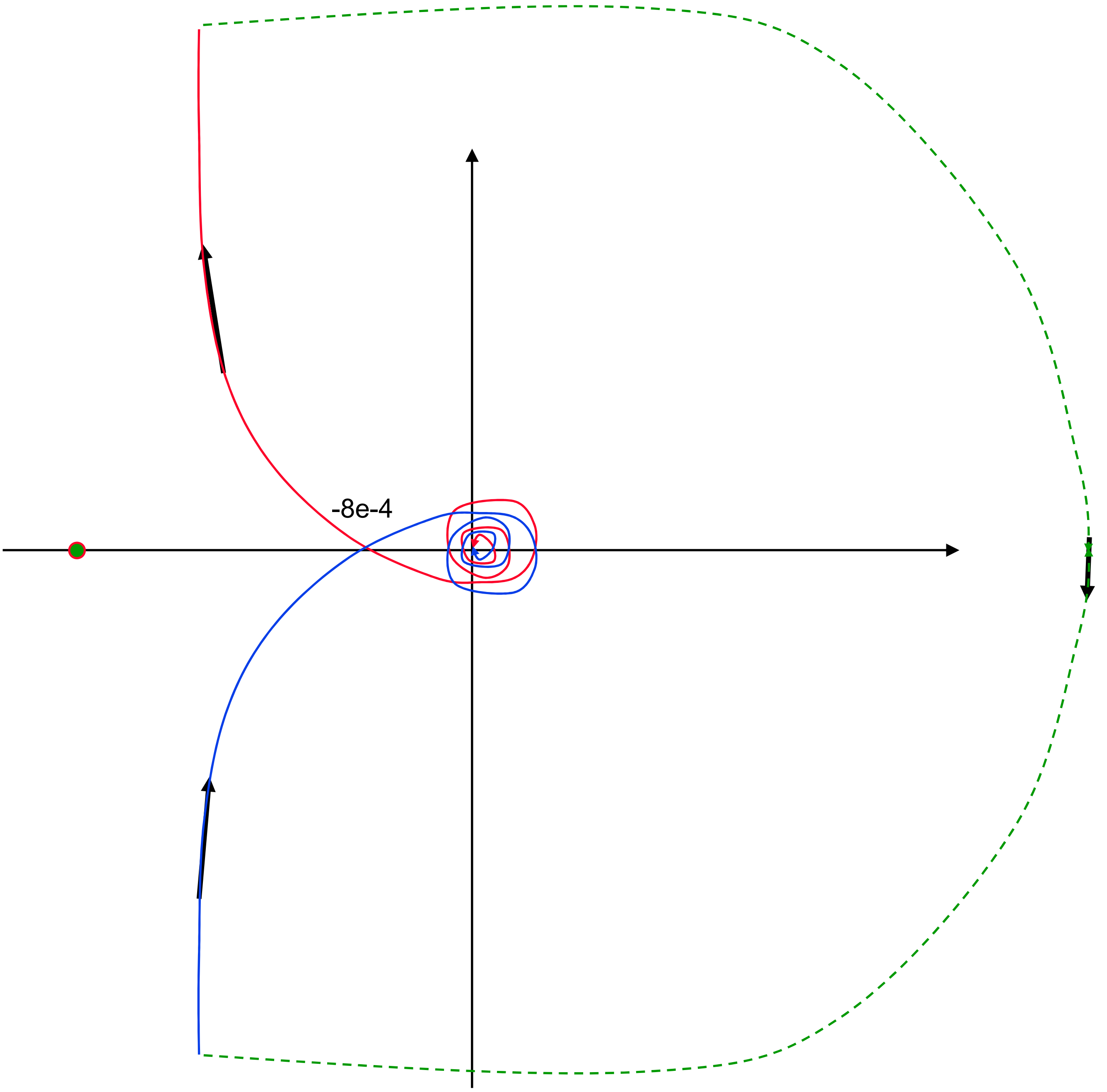
$$\left| \frac{K_d}{1 + F(j\omega)} \right| < e$$

$$|F(j\omega)| > \frac{K_d}{e} = \frac{10}{0.31}$$

$$|F(j\omega)| > 32.2581 = 30.17 dB$$

fino a $\omega < 0.6$ rad/sec


Modulo
40
20
0
dB
-20
-60
-80
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
ω Rad/sec
Blu: vero
Verde: Asintotico
$m_g \cong 62dB$
Fase
Senza esponenziale
0
-50
-100
-150
-200
-250
-300
-350
$m_\phi \cong 60°$
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
ω Rad/sec


-8e-4

La dinamica in -1 è non controllabile ed osservabile per la presenza di uno zero nella matrice b e di un 1 nella marice C. La dinamica in -2, al contrario, è controllabile e non osservabile.
Per quanto riguarda la dinamica doppia in 2 la forma di Jordan ci garantisce controllabilità ed osservabilità. Volendo esserne sicuri possiamo calcolare la funzione di trasferimento sulle sottomatrici relative all'autovalore 2:

$$A_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, C_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$F(s) = C_2(sI - A_2)^{-1} b_2 = \frac{1}{(s-2)^2}$$

nella $F(s)$ compaiono entrambe le dinamiche che quindi sono controllabili ed osservabili.
Per assegnare con un osservatore le dinamiche di questo sottosistema possiamo procedere con le sottomatrici appena scritte oppure utilizzando una forma compagna.
Usando le matrici (A_2, b_2, C_2) abbiamo il seguente osservatore:

$$\dot{z} = Fz + bu + K_2 y$$

$$u = K_1 z$$

con

$$K_1 = -\gamma P^*(A_2)$$

$$K_2 = P_e^*(A_2)\tilde{\gamma}$$

$$F = A_2 - K_2 C_2$$

Per determinare γ calcoliamo l'inversa della matrice di Controllabilità:

$$R^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \gamma = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$$

volendo assegnare due autovalori in -2 abbiamo

$$P^*(\lambda) = (\lambda+2)^2 \Rightarrow P^*(A) = (A+2I)^2 = \begin{pmatrix} 16 & 8 \\ 0 & 16 \end{pmatrix}$$

e quindi

$$K_1 = \begin{pmatrix} -16 & -8 \end{pmatrix}$$

Per calcolare $\tilde{\gamma}$ dobbiamo valutare l'ultima colonna dell'inverso della matrice di osservabilità

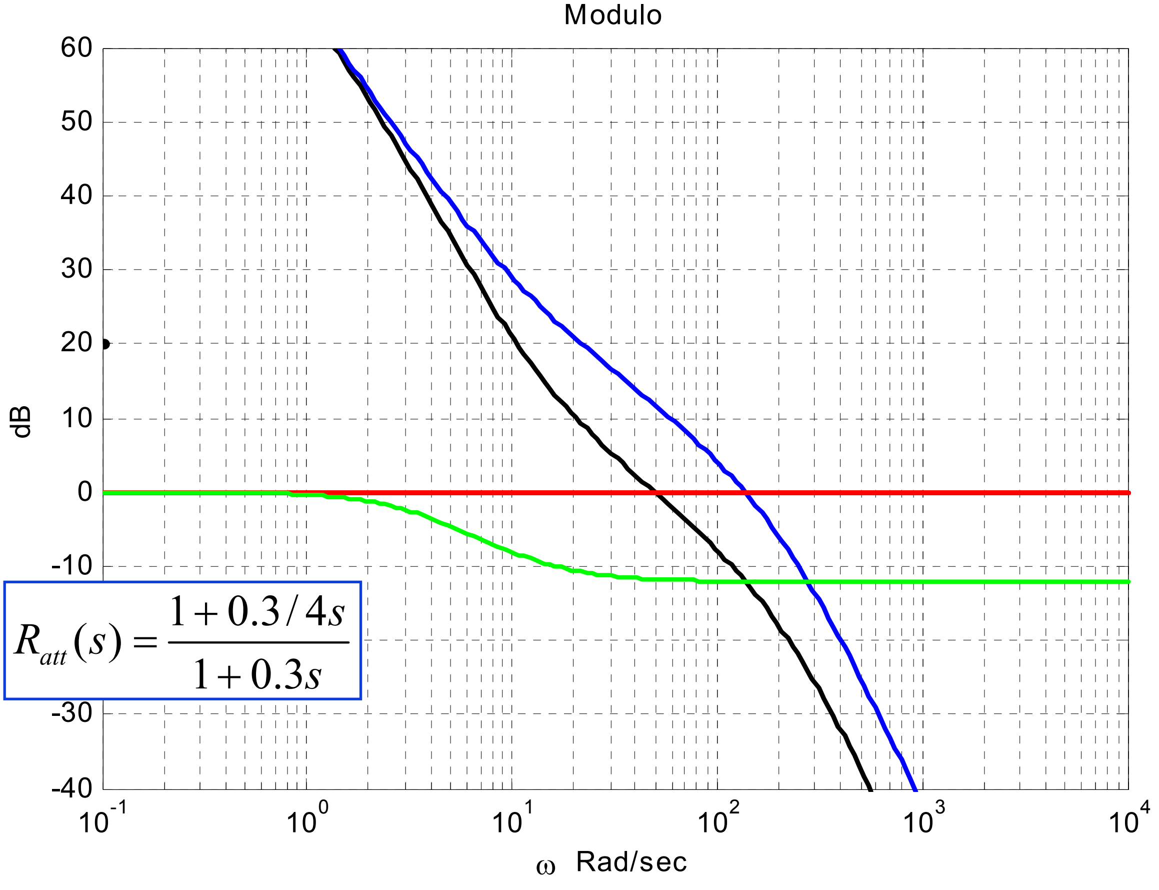
$$O^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \tilde{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

volendo assegnare una dinamica di errore con autovalori in -3 abbiamo:

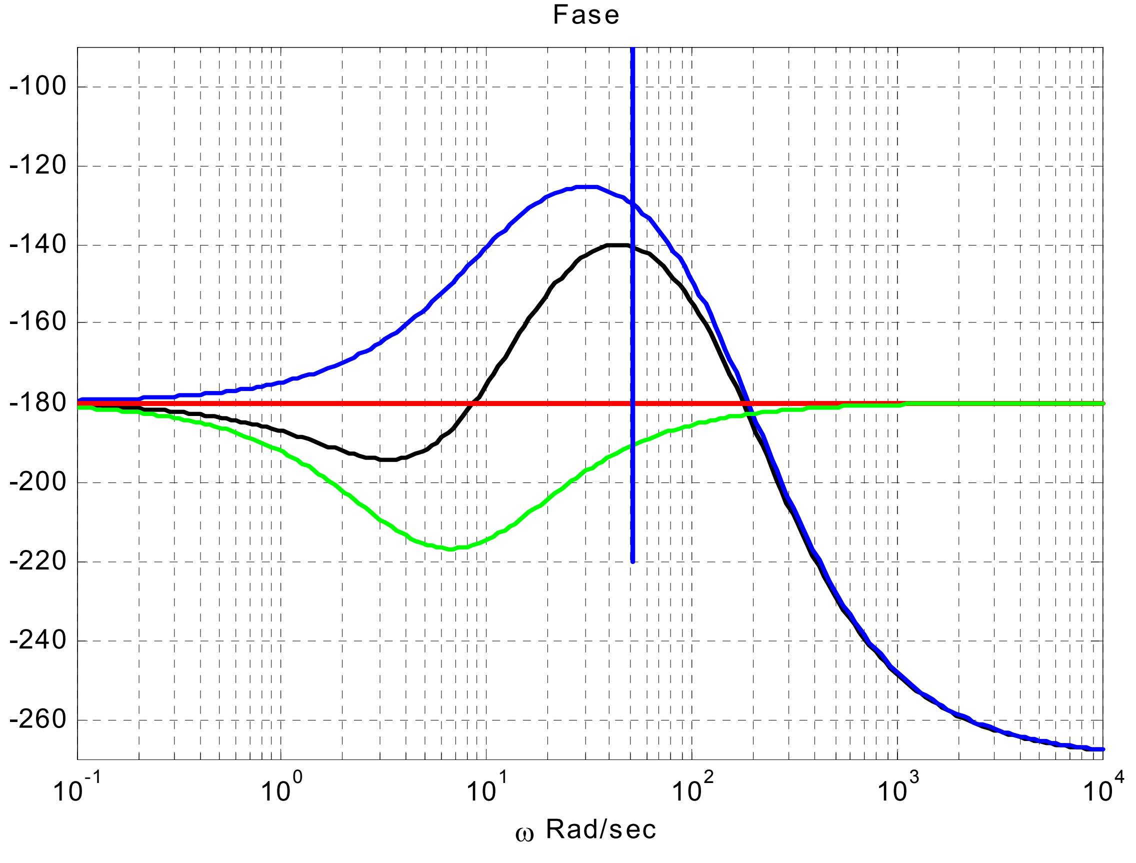
$$P_e^*(\lambda) = (\lambda+3)^2 \Rightarrow P_e^*(A) = (A+3I)^2 = \begin{pmatrix} 125 & 75 \\ 0 & 125 \end{pmatrix}$$

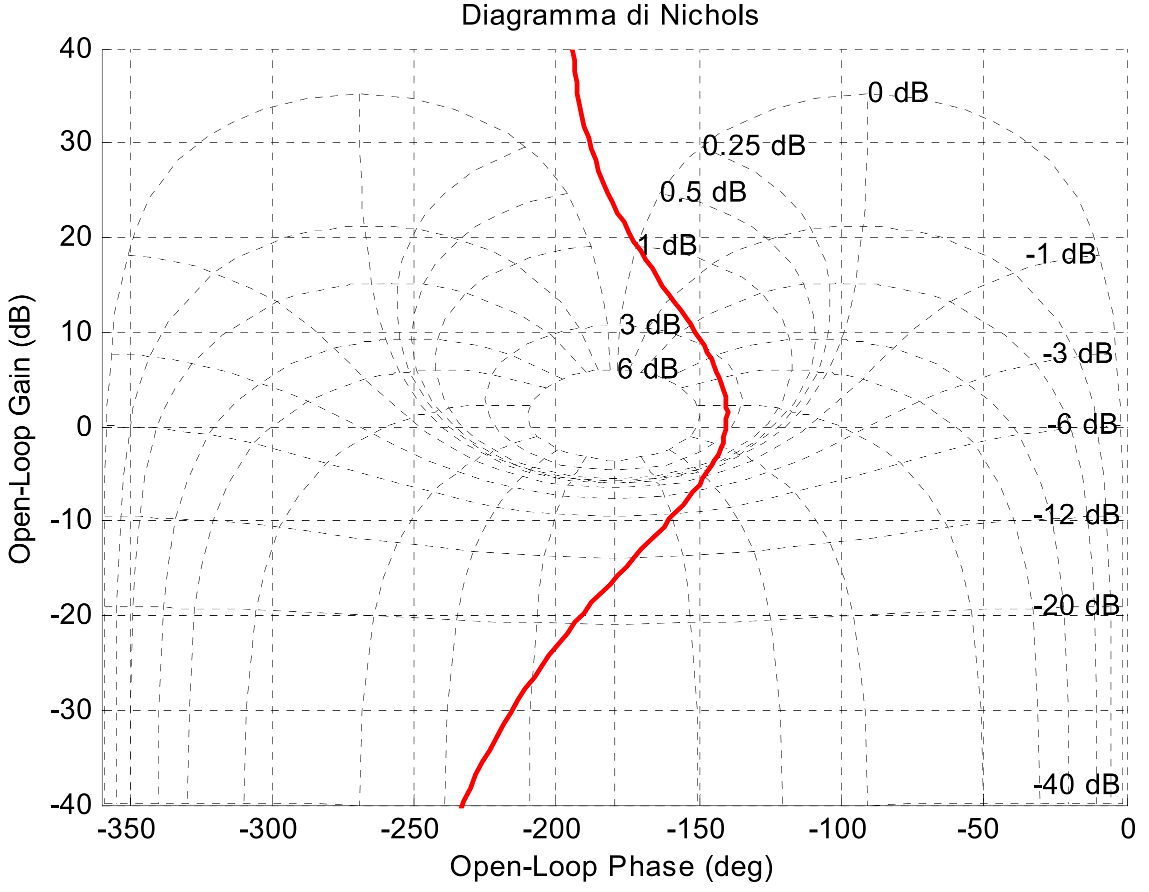
e quindi

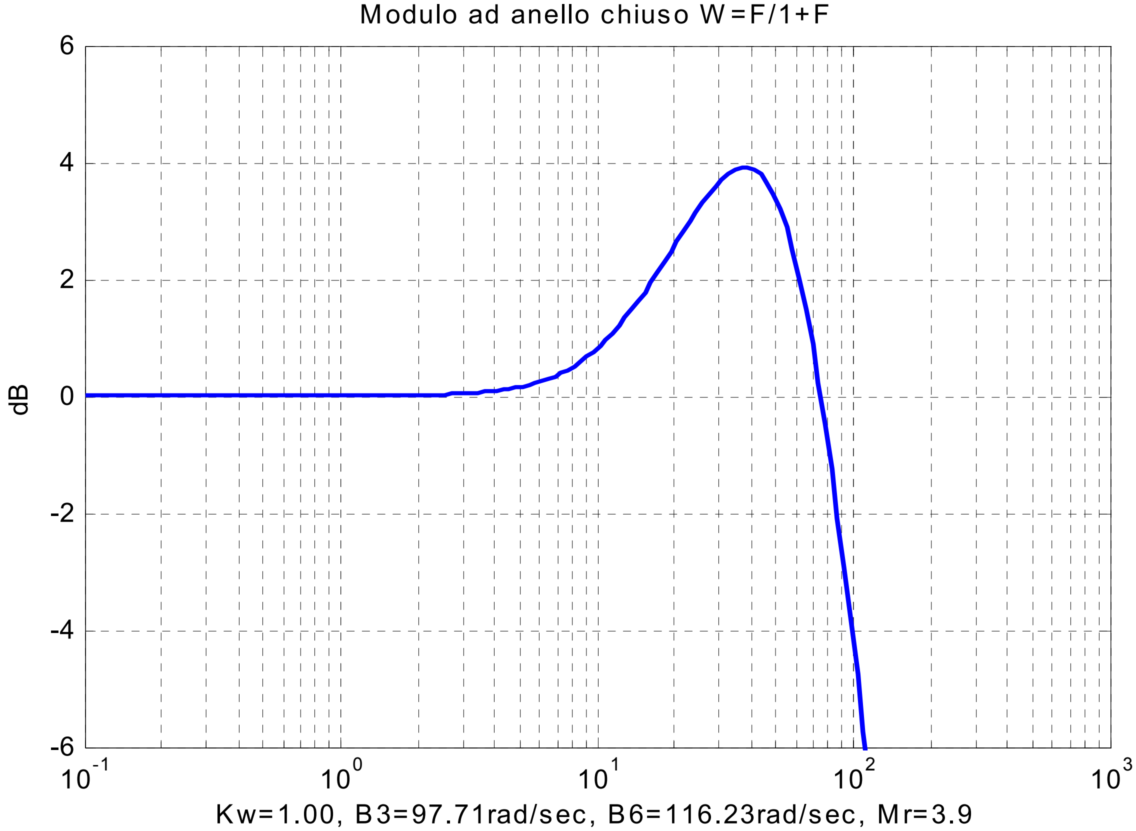
$$K_2 = \begin{pmatrix} 75 \\ 125 \end{pmatrix}$$



$$R_{att}(s) = \frac{1 + 0.3/4s}{1 + 0.3s}$$







Kw=1.00, B3=97.71rad/sec, B6=116.23rad/sec, Mr=3.9