Esame di Elementi di Regolazione

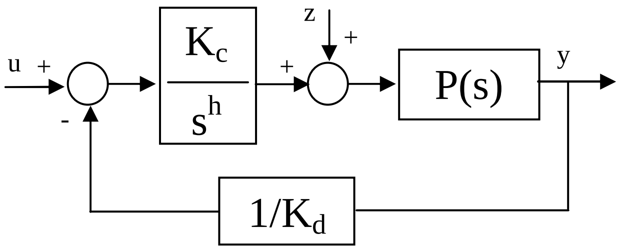
Corso di Laurea Nuovo Ordinamento in Ingegneria Meccanica

9 dicembre 2002

Cognome:	Nome	Matricola:	E-mail:

1. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{10(s/90+1)}{(s^2/900+0.8/30s+1)(s/200+1)}$$



Sintetizzare il sistema di controllo in figura (determinare **h** e **K_c**) in modo tale che:

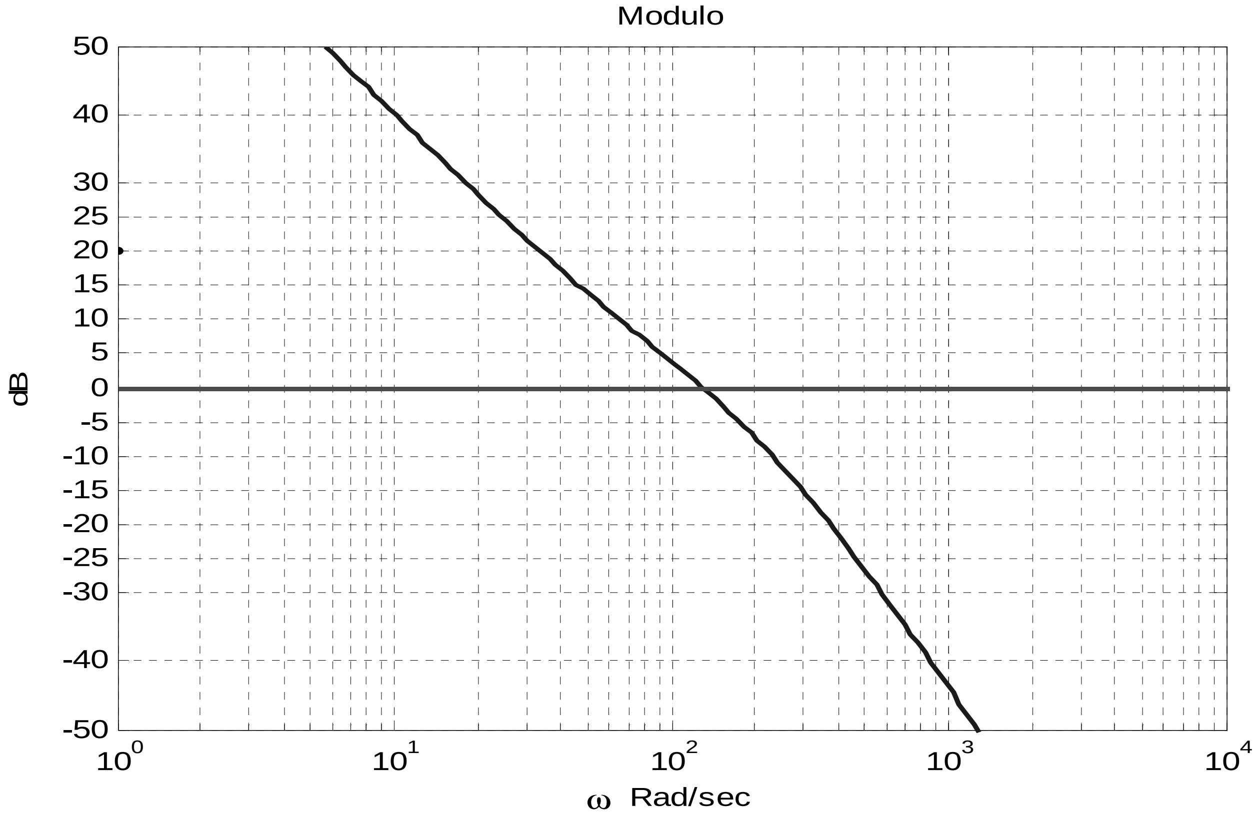
- il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **20**
- l'errore per ingresso a rampa **u(t)=0.3 t** sia minore o uguale a **0.6**

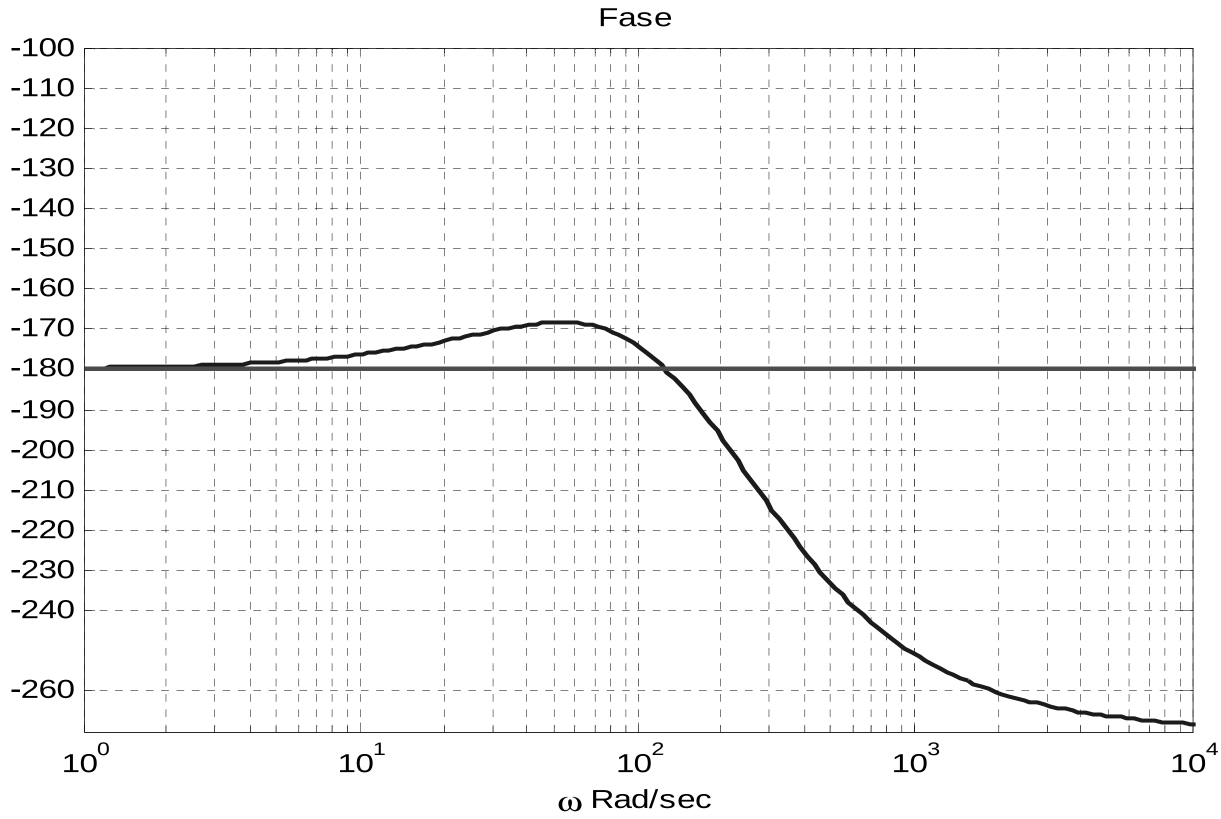
Scelto il valore **minimo** di **K_c** compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST** della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (ω_t) e, in caso di sistema stabile a ciclo chiuso, i margini di stabilità (**m_ϕ** e **m_g**).

Infine calcolare:

- l'effetto in uscita a regime di un disturbo **$z(t)=3\delta_{-1}(t)$**.
- fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide unitaria risulti minore di **2** (in uscita la sinusoide ha ovviamente ampiezza desiderata pari a Kd).

2. Dato il diagramma di **BODE** della funzione di trasferimento a ciclo aperto **F(s)** sotto riportata determinare la rete compensatrice **R(s)** tale da assicurare ω_t**>100** Rad/sec e **m**$_\phi$>25°. Tracciare quindi il diagramma di **NICHOLS** della funzione compensata **F'(s)=F(s)R(s)** e determinare su di esso il modulo alla risonanza **Mr** e la banda passante a –3 Decibel.





Esame di Fondamenti di Automatica

Corso di Laurea Vecchio Ordinamento in Ingegneria Meccanica

9 dicembre 2002

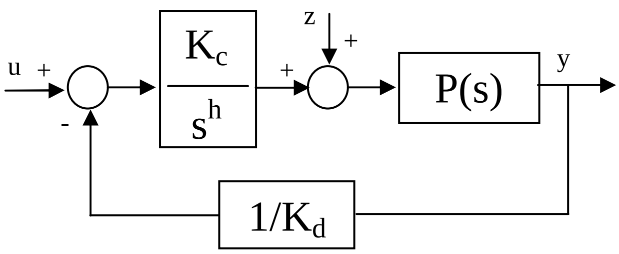
Cognome:	**Nome**	**Matricola:**	**E-mail:**

1. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{10(s/90+1)}{(s^2/900+0.8/30s+1)(s/200+1)}$$

Sintetizzare il sistema di controllo in figura (determinare **h** e **K_c**) in modo tale che:

- il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **20**
- l'errore per ingresso a rampa **u(t)=0.3 t** sia minore o uguale a **0.6**



Scelto il valore **minimo** di **K_c** compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST** della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (ω_t) e, in caso di sistema stabile a ciclo chiuso, i margini di stabilità (**m_ϕ** e **m_g**).

Infine calcolare:

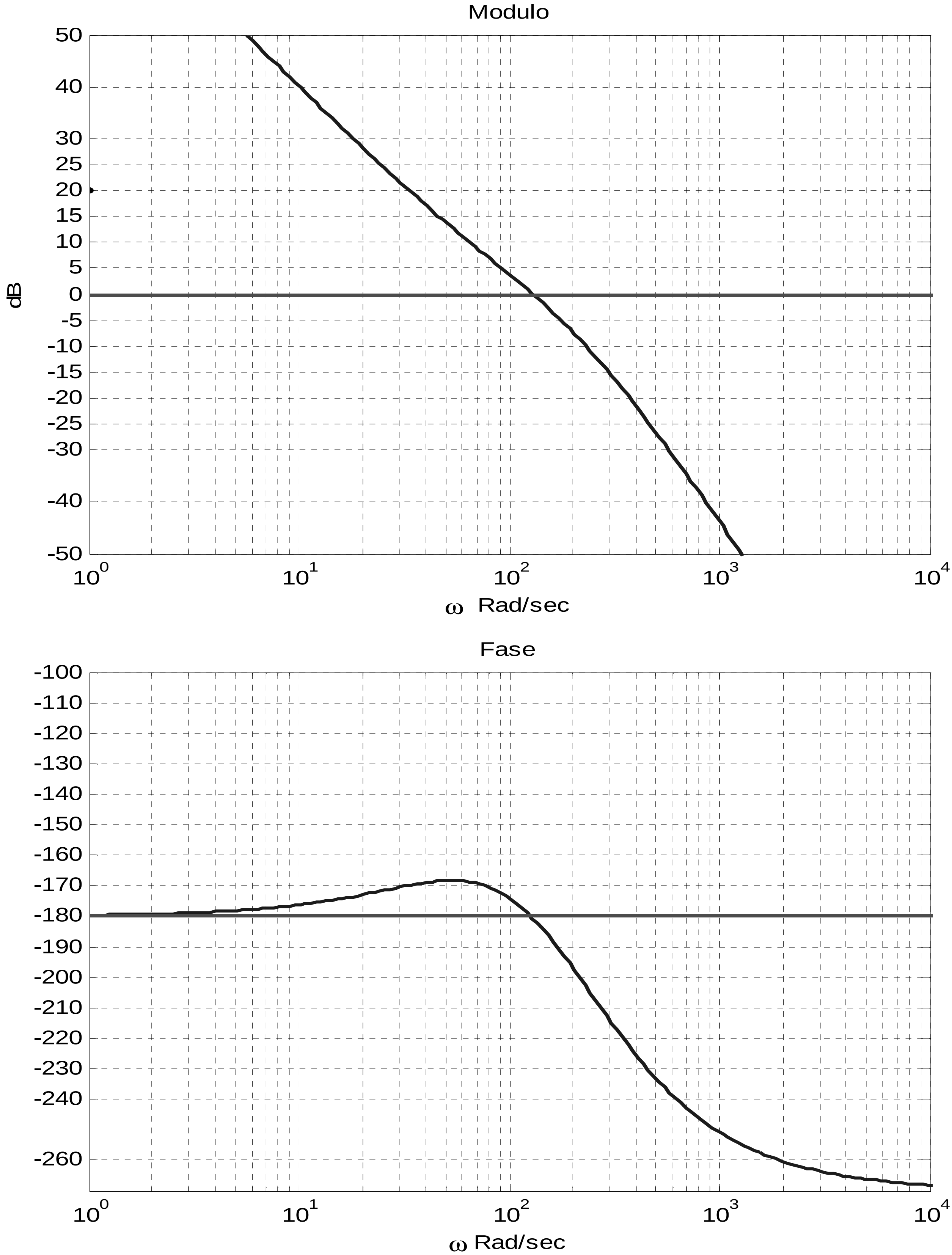
- l'effetto in uscita a regime di un disturbo **$z(t)=3\delta_{-1}(t)$**.
- fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide unitaria risulti minore di **2** (in uscita la sinusoide ha ovviamente ampiezza desiderata pari a Kd).

---

2. Analizzare il seguente sistema e calcolare la decomposizione canonica di Kalman nei sottospazi controllabile/non controllabile. Determinare, quindi, se una reazione statica dall'uscita del tipo **u=ky+v** (con **k** scalare) è in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Dato il diagramma di **BODE** della funzione di trasferimento a ciclo aperto **F(s)** sotto riportata determinare la rete compensatrice **R(s)** tale da assicurare ω_t**>100** Rad/sec e **m**$_\phi$>25°. Tracciare quindi il diagramma di **NICHOLS** della funzione compensata **F'(s)=F(s)R(s)** e determinare su di esso il modulo alla risonanza **Mr** e la banda passante a –3 Decibel.



- Kd=20 per avere il guadagno a ciclo chiuso richiesto,
- h=1 per avere un sistema di controllo di tipo 1 (errore finito per ingresso a rampa)
- Kc>= 20 in conseguenza della specifica sull'errore.

$$P(s) = K_p \frac{N_p(s)}{D_p(s)}$$

$$W_z(s) = \frac{sK_d K_p N_P(s)}{sK_d D_P(s) + K_c K_p N_P(s)}$$

$$z(s) = \frac{3}{s}$$

$$z(\infty) = \lim_{s \to 0} sW_z(s) z(s) = \lim_{s \to 0} s \frac{K_d}{K_c} 3 = 0$$

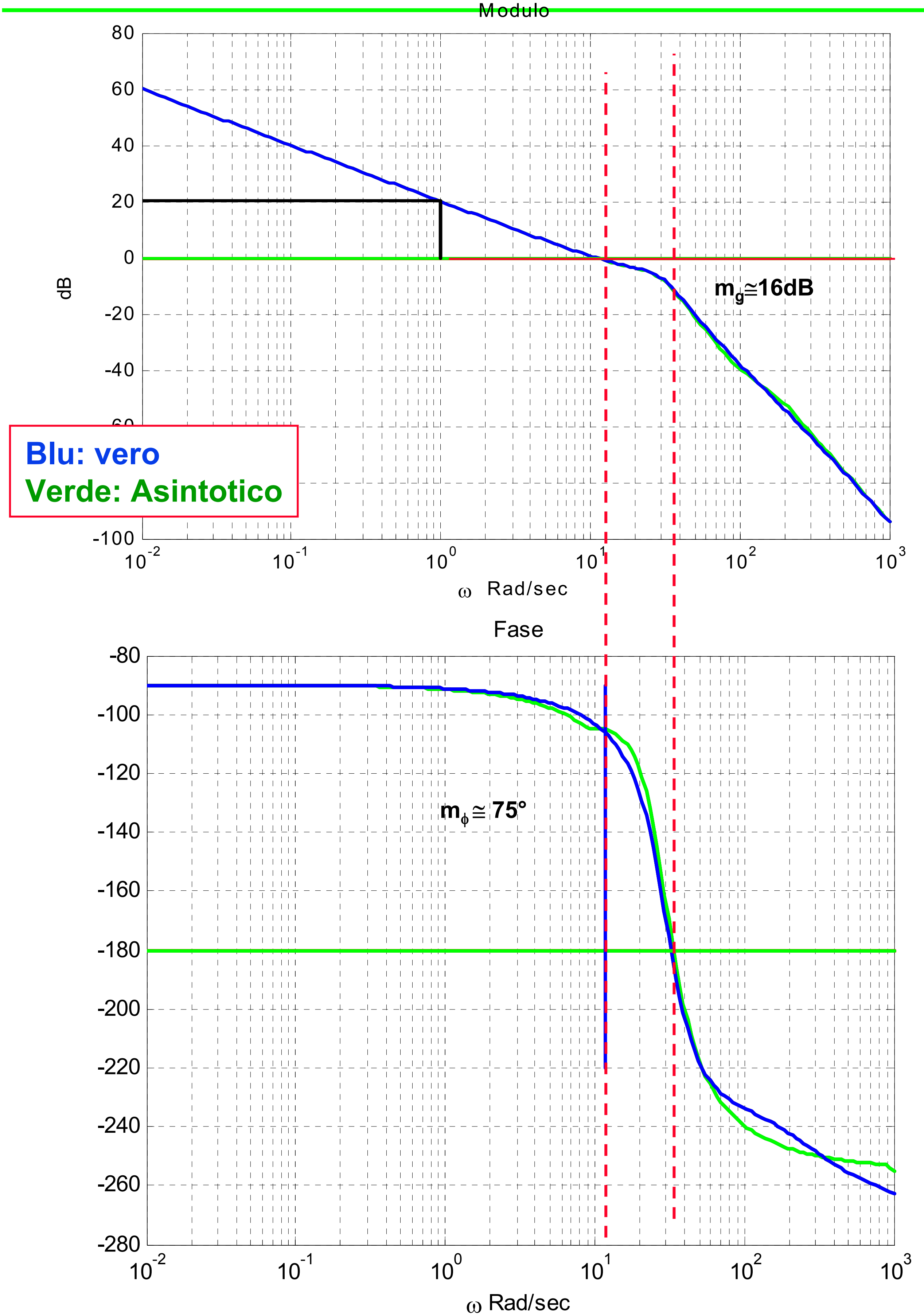
$$\left| \frac{K_d}{1 + F(j\omega)} \right| < e$$

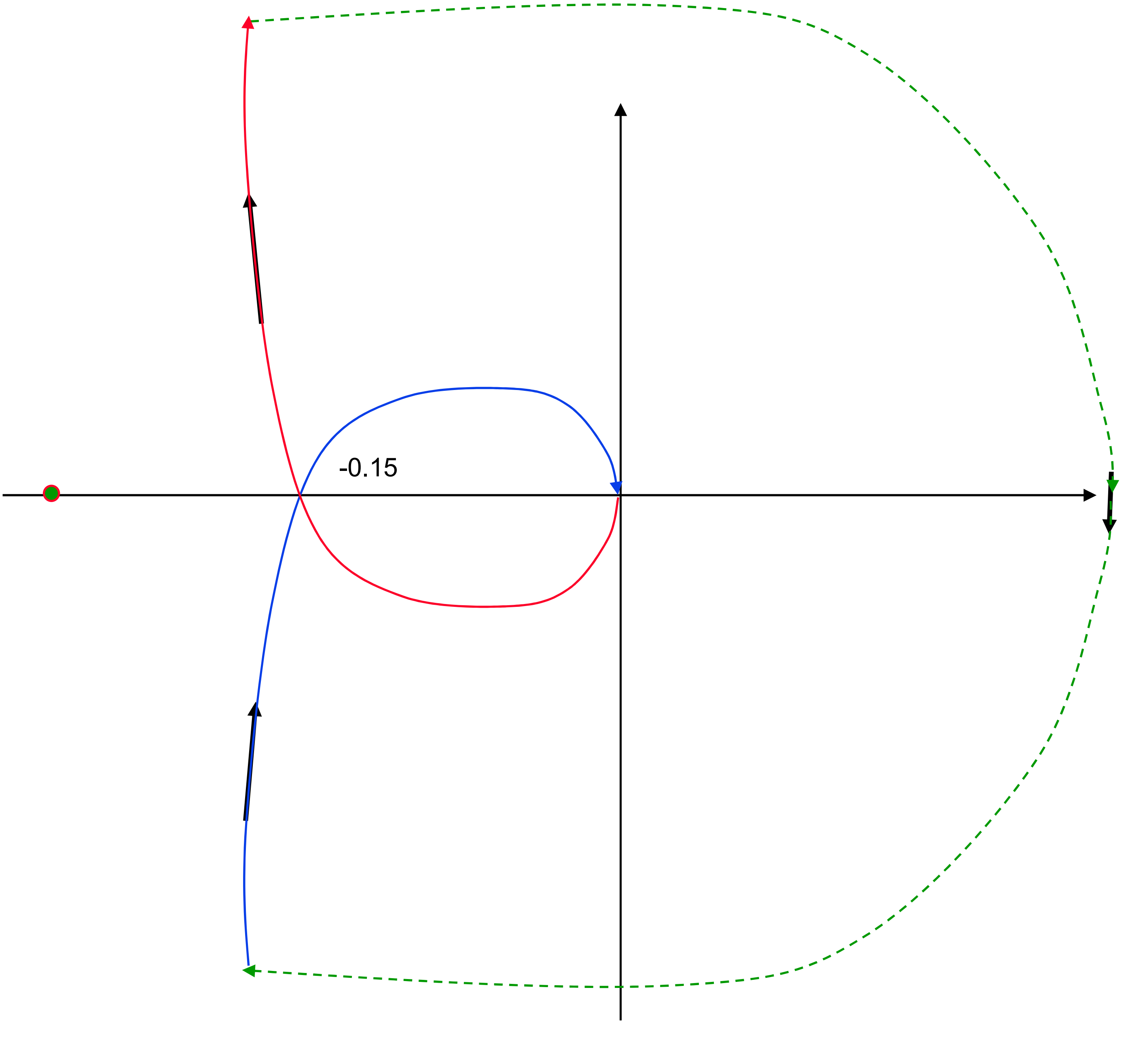
$$\left| F(j\omega) \right| > \frac{K_d}{e} = \frac{20}{2}$$

$$\left| F(j\omega) \right| > 10 = 20dB$$

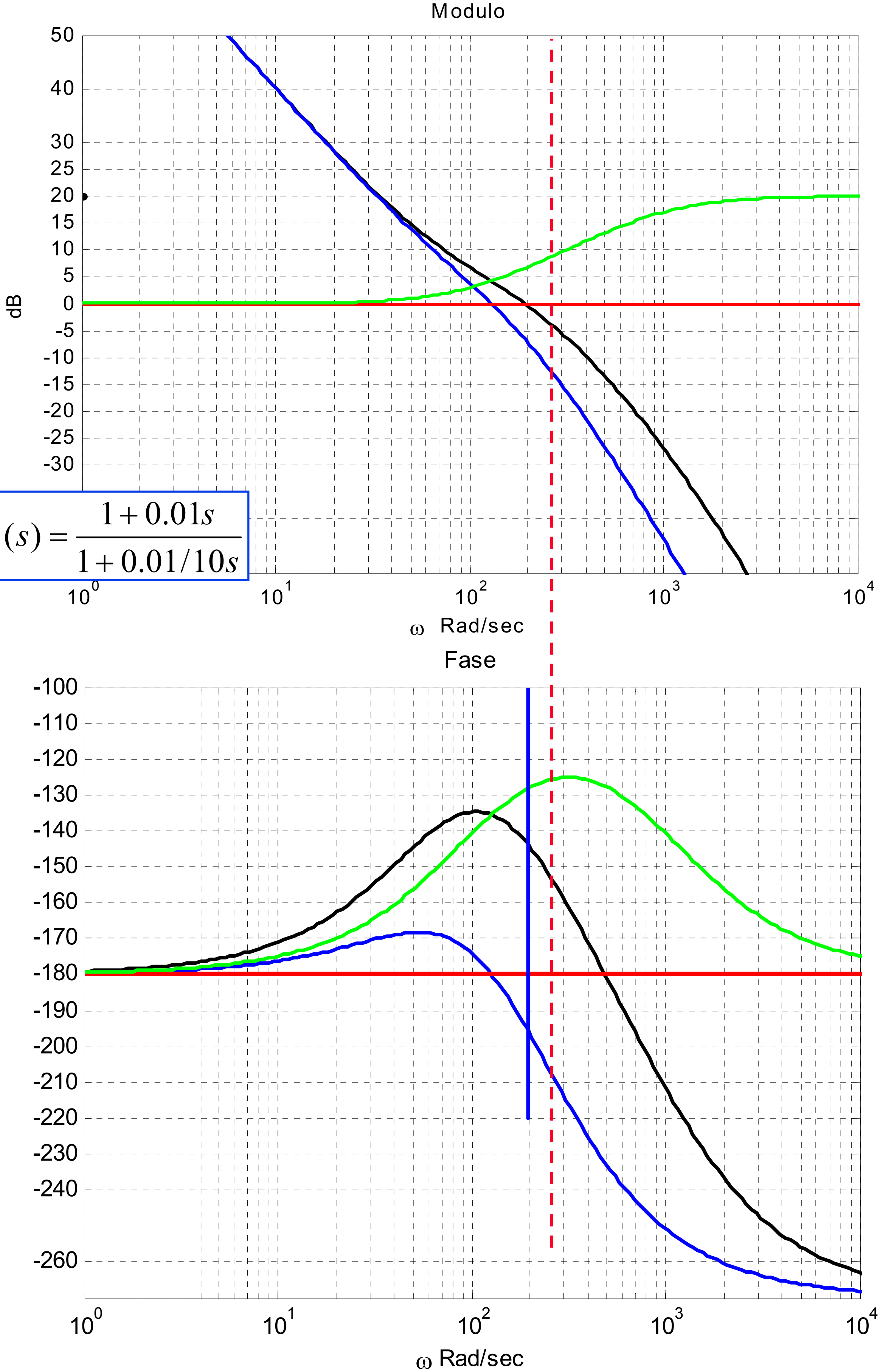
$$\text{fino a } \omega < 1 \text{ rad/sec}$$

Bode


Modulo
80
60
40
20
0
-20
-40
-100
dB
Blu: vero
Verde: Asintotico
$m_g \cong 16dB$
10^{-2} 10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2} 10^{3}
ω Rad/sec
Fase
-80
-100
-120
-140
-160
-180
-200
-220
-240
-260
-280
$m_\phi \cong 75°$
10^{-2} 10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2} 10^{3}
ω Rad/sec


-0.15

$$R_{ant}(s) = \frac{1 + 0.01s}{1 + 0.01/10s}$$



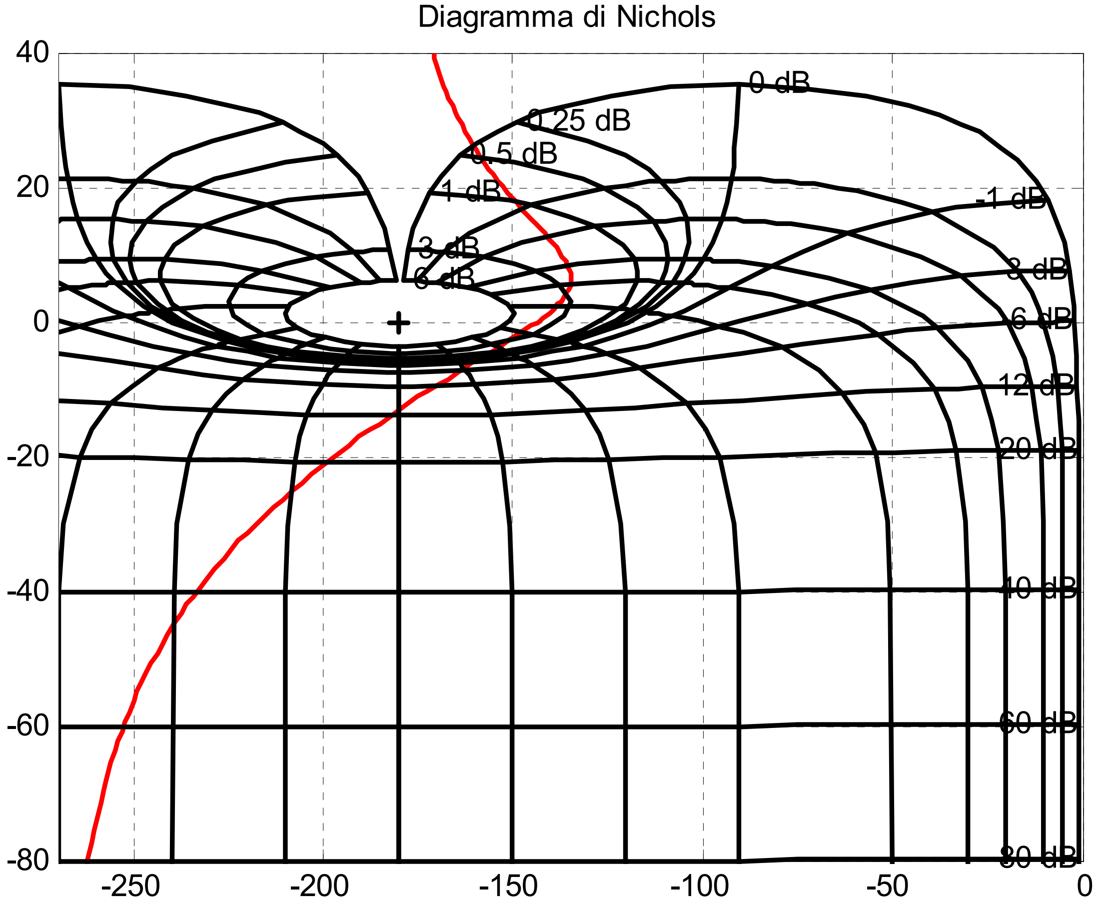
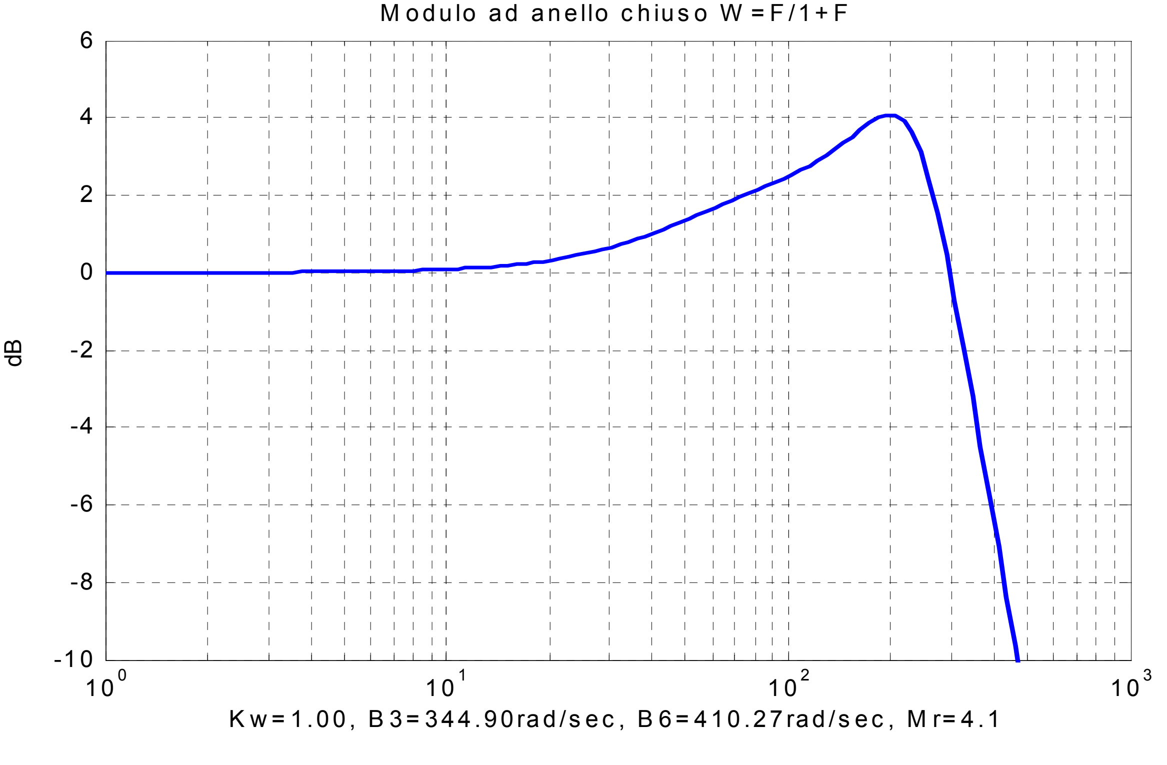


Diagramma di Nichols
40
20
0
-20
-40
-60
-80
-250
-200
-150
-100
-50
0
0 dB
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-1 dB
-3 dB
-6 dB
-12 dB
-20 dB
-40 dB
-60 dB
-80 dB


Modulo ad anello chiuso W=F/1+F
dB
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-10
10^0
10^1
10^2
10^3
Kw=1.00, B3=344.90rad/sec, B6=410.27rad/sec, Mr=4.1

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ -3 & -2 & 0\\ 0 & -2 & -1\end{bmatrix};B=\begin{bmatrix}1\\0\\3\end{bmatrix};C=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

Vediamo innazitutto se il sistema è controllabile

$$\text{R}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & -3 & 3\\ 3 & -3 & 9\end{bmatrix},\det(R)=0, rank(R)=2$$

quindi è possibile effettuare uan trasformazione per mettere il sistema nella
forma canonica di Kalman di controllabilità

$$\text{T}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & -3 & 0\\ 3 & -3 & 0\end{bmatrix}\Rightarrow \tilde{A}=T^{-1}AT=\begin{bmatrix}0 & 2 & 1\\ 1 & -1 & 1\\ 0 & 0 & -1\end{bmatrix},\tilde{B}=T^{-1}B=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix},\tilde{C}=CT=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

Vediamo che il sottospazio controllabile ha come autovalori -2 ed 1 e quello non controllabile ha un autovalore in -1 stabile quindi possiamo procedere a determinare la funzione di trasferimento e vedere se questa sia o meno stabilizzabile:

$$F(s)=\tilde{C}_1(sI_1-\tilde{A}_{11})^{-1}\tilde{B}_1 = \frac{1}{\text{s-1}}$$

Questo significa che l'autovalore in -2 si trova nel sottospazio non osservabile ma, essendo stabile, non ci impedisce di proseguire.

La controreazione indicata dal testo ci porta ad una funzione di trasferimento a ciclo chiuso pari a

$$W(s)=\frac{F(s)}{1-F(s)k}=\frac{N(s)}{D(s)-N(s)k}$$

e quindi a studiare il denominatore

$s-1-k$

che, per k < -1 ci fornisce un polinomio stabile.