Secondo accertamento di Fondamenti di Automatica

Corsi di Laurea in Elettronica e in Meccanica
7 giugno 2000 – Compito **A**

1a) Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{200(s/50+1)(1-s/200)}{(s/15+1)(s/100+1)}$$

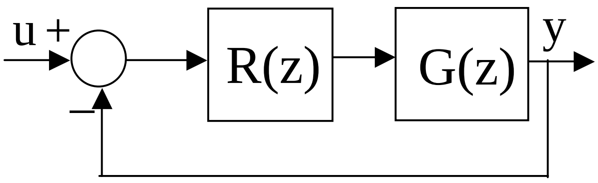
Sintetizzare un sistema di controllo a controreazione tale che il guadagno a ciclo chiuso sia pari a **3** e l'errore a regime per ingresso a rampa **u(t)=2t** sia minore di **0.03**. Inoltre, l'omega di attraversamento ed il margine di fase della funzione a ciclo aperto soddisfino le: $\omega_t \geq 100$ rad/sec e $m\phi \geq 45°$.

1b) Per un ingresso del tipo **sin(ωt)**, fino a quale pulsazione l'errore di riproduzione risulterà inferiore a **0.1**? Determinare, infine, utilizzando la carta di Nichols, la banda passante (in Hz) ed il modulo alla risonanza della funzione a ciclo chiuso.

1c) Tracciare il diagramma di Nyquist della funzione compensata e supporre di inserire una saturazione unitaria. Si innesca un ciclo limite? E aumentando il guadagno in catena diretta? Se si, qual è il guadagno minimo da inserire e a quale pulsazione si avrà l'oscillazione?

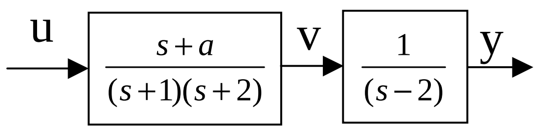
---

2) Dato il sistema discreto in figura con $\mathbf{G(z)=(2z+1)/(3z^2-2)}$ determinare il controllore **R(z)** che assicuri una funzione di trasferimento a ciclo chiuso **W(z)** tale che, per un ingresso a gradino, fornisca un'uscita pari alla discretizzazione (esatta) di $\mathbf{y(t)=(1-e^{-st})\delta_{-1}(t)}$ con **Tc=0.1sec**. Quindi, supponendo di applicare un segnale a gradino all'ingresso **u,** determinare i primi **4** campioni dell'uscita **y**. A quale valore tende **y**?



---

3) Dato il sistema in figura, ricavare l'espressione delle matrici **A**, **B**, e **C** che lo descrivono. Trovare poi per quale valore di ***a*** il sistema risulta non completamente controllabile e determinare, per tale valore, la decomposizione canonica di Kalman nei sottospazi controllabile/non controllabile. Sempre per tale valore di ***a***, il sistema risulta stabilizzabile con una controreazione dinamica (con osservatore) dall'uscita?



---

4) Descrivere brevemente la trasformazione dal piano S al piano Z imposta dalla relazione $z=e^{sTc}$.

Nome ……………………… **Cognome** ……..………………… **Matricola** …..………..……………..

F d'A

Secondo accertamento di Fondamenti di Automatica

Corsi di Laurea in Elettronica e in Meccanica
7 giugno 2000 – Compito **B**

1a) Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

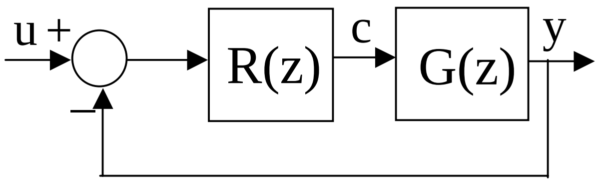
$$P(s) = \frac{100(s/100+1)}{(s/30+1)(s/30+1)}$$

Sintetizzare un sistema di controllo a controreazione tale che il guadagno a ciclo chiuso sia pari a **4** e l'errore a regime per ingresso a rampa **u(t)=3t** sia minore di **0.16**. Inoltre, l'omega di attraversamento ed il margine di fase della funzione a ciclo aperto soddisfino le: $\omega_t \geq 40$ rad/sec e $m\phi \geq 45°$.

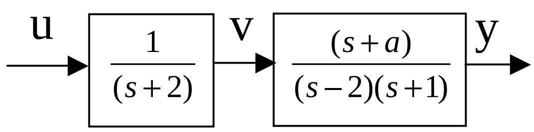
1b) Per un ingresso del tipo **sin(ωt)**, quale sarà l'errore di riproduzione per una pulsazione **ω=0.8** rad/sec? Determinare, infine, utilizzando la carta di Nichols, la banda passante (in Hz) ed il modulo alla risonanza della funzione a ciclo chiuso.

1c) Tracciare il diagramma di Nyquist della funzione compensata e supporre di inserire una saturazione unitaria. Si innesca un ciclo limite? E aumentando il guadagno in catena diretta? Se si, qual è il guadagno minimo da inserire e a quale pulsazione si avrà l'oscillazione?

2) Dato il sistema discreto in figura con **G(z)** ottenuta dalla discretizzazione (esatta con organo di tenuta) del sistema **G(s)=1/(s+2)** e **Tc=0.1** sec, determinare il controllore **R(z)** che assicuri una funzione di trasferimento a ciclo chiuso pari al minimo ritardo possibile. Quindi, supponendo di applicare un segnale a rampa all'ingresso **u** determinare i primi **4** campioni del segnale **c**.



3) Dato il sistema in figura, ricavare l'espressione delle matrici **A**, **B**, e **C** che lo descrivono. Trovare poi per quale valore di ***a*** il sistema risulta non completamente osservabile e determinare per tale valore la decomposizione canonica di Kalman nei sottospazi osservabile/non osservabile. Sempre per tale valore di ***a***, il sistema risulta stabilizzabile con una controreazione dinamica (con osservatore) dall'uscita?



4) Discutere brevemente le politiche di scelta del tempo di campionamento in un sistema di controllo a segnali campionati.

Nome ……………………… Cognome ……..………………… Matricola …..………..……………..

1a) Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

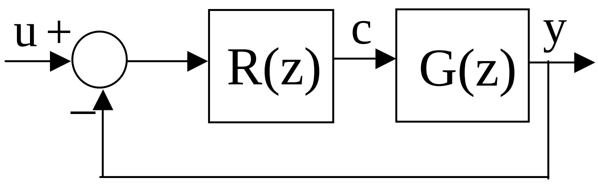
$$P(s) = \frac{80}{(s/20+1)(s/120+1)}$$

Sintetizzare un sistema di controllo a controreazione tale che il guadagno a ciclo chiuso sia pari a **4** e l'errore a regime per ingresso a rampa **u(t)=4t** sia minore di **0.25**. Inoltre, l'omega di attraversamento ed il margine di fase della funzione a ciclo aperto soddisfino le: $\omega_t \geq 5$ rad/sec e $m\phi \geq 42°$.

1b) Per un ingresso del tipo **sin(ωt)**, fino a quale pulsazione l'errore di riproduzione risulterà inferiore a **0.04**? Determinare, infine, utilizzando la carta di Nichols, la banda passante (in Hz) ed il modulo alla risonanza della funzione a ciclo chiuso.

1c) Tracciare il diagramma di Nyquist della funzione compensata e si supponga di inserire una saturazione unitaria. Si innesca un ciclo limite? E aumentando il guadagno in catena diretta? Se si, qual è il guadagno minimo da inserire e a quale pulsazione si avrà l'oscillazione?

2) Dato il sistema discreto in figura con **G(z)** ottenuta dalla discretizzazione esatta del sistema **G(s)=1/(s+3)** e **Tc=0.1**sec, determinare il controllore **R(z)** che assicuri una funzione di trasferimento a ciclo chiuso **W(z)** tale che in risposta ad un gradino unitario produca la sequenza $\{y_k\}=\{0, 0.25, 0.5, 1, 1, ...\}$. Quindi, supponendo di applicare un segnale a rampa all'ingresso **u** determinare i primi **4** campioni del segnale **c**.



3) Analizzare il seguente sistema e calcolare la decomposizione canonica di Kalman nei sottospazi controllabile/non controllabile. Determinare, quindi, se una reazione statica dall'uscita del tipo **u=ky+v** (con **k** scalare) è in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4) Riassumere l'uso della funzione descrittiva nell'analisi di sistemi che contengano piccole nonlinearità.

Nome ……………………… Cognome ……..………………… Matricola …..………..…………..

F d'A

Secondo accertamento di Fondamenti di Automatica

Corsi di Laurea in Elettronica e in Meccanica

7 giugno 2000 – Compito **D**

1a) Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

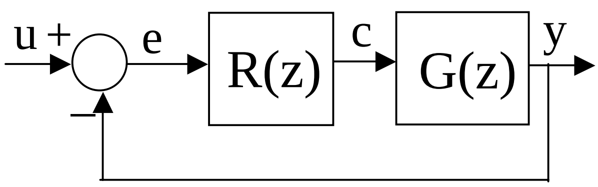
$$P(s) = \frac{200(s/80+1)/(s/600+1)}{(s/10+1)(s/30+1)}$$

Sintetizzare un sistema di controllo a controreazione tale che il guadagno a ciclo chiuso sia pari a **5** e l'errore a regime per ingresso a rampa **u(t)=2t** sia minore di 0.125. Inoltre, l'omega di attraversamento ed il margine di fase della funzione a ciclo aperto soddisfino le: $\omega_t \geq 5$ rad/sec e $m\phi \geq 42°$.

1b) Per un ingresso del tipo **sin(ωt)**, quale sarà l'errore di riproduzione per una pulsazione **ω=0.3** rad/sec? Determinare, infine, utilizzando la carta di Nichols, la banda passante (in Hz) ed il modulo alla risonanza della funzione a ciclo chiuso.

1c) Tracciare il diagramma di Nyquist della funzione compensata e si supponga di inserire una saturazione unitaria. Si innesca un ciclo limite? E aumentando il guadagno in catena diretta? Se si, quale è il guadagno minimo da inserire e a quale pulsazione si avrà l'oscillazione?

2) Dato il sistema discreto in figura, con **G(z)** ottenuta dalla discretizzazione approssimata mediante il metodo delle differenze all'indietro del sistema **G(s)=1/(s+2)** e **Tc=0.1** sec, determinare il controllore **R(z)** che assicuri una funzione di trasferimento a ciclo chiuso **W(z)** tale che in risposta ad un impulso unitario produca la sequenza **{y_k}={0, 1, 0.5, 0, 0, ...}**. Dove finiscono i **poli/zeri** della **G(z)**? Mostrare analiticamente a quale valore tendono per **Tc** tendente a zero.



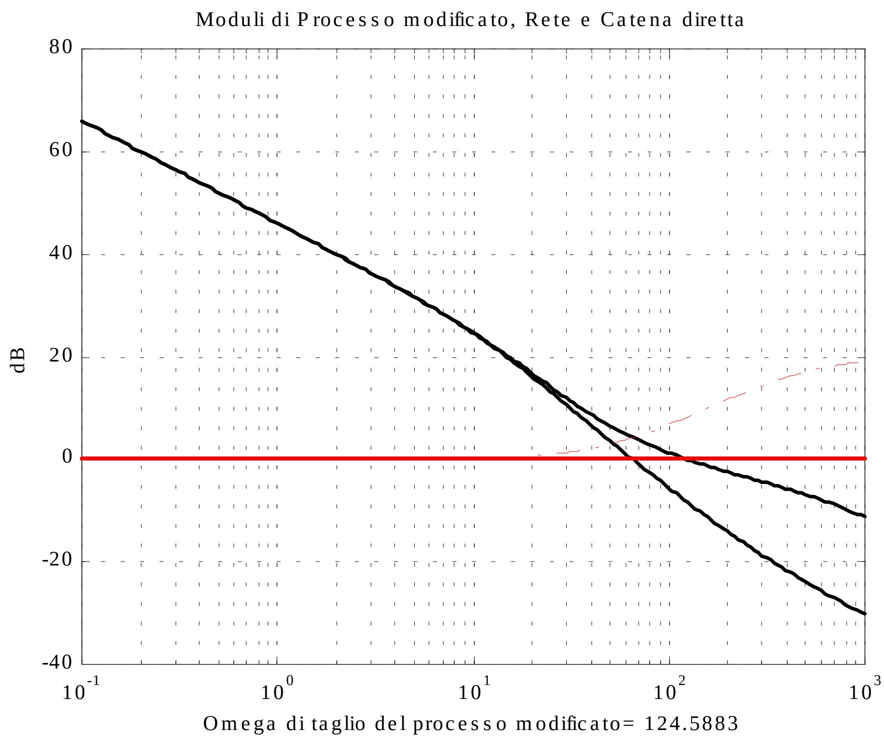
3) Analizzare il seguente sistema e calcolare la decomposizione canonica di Kalman nei sottospazi osservabile/non osservabile. Determinare, quindi, se una reazione statica dall'uscita del tipo **u=ky+v** (con **k** scalare) è in grado di stabilizzare asintoticamente il sistema.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 6 & 5 & -6 \\ 4 & 4 & -6 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4) Dare le definizioni di stato controllabile e di stato osservabile e discutere il legame tra la funzione di trasferimento ed i vari sottospazi in cui risulta decomposto un generico sistema.

Nome ……………………… **Cognome** ……..………………… **Matricola** …..………..……………..

Soluzioni parziali secondo esonero di Fondamenti di Automatica (Elettronici e Meccanici) Anno 2000



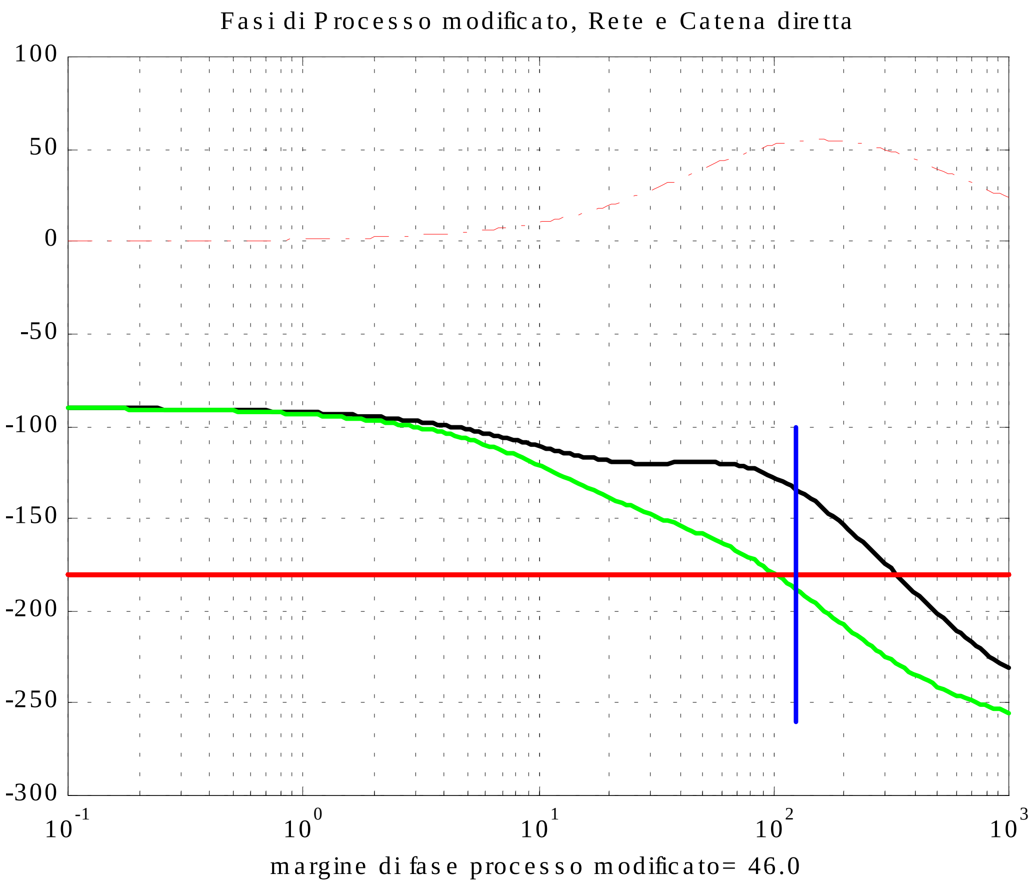
$$C(s) = \frac{3}{s}\frac{0.02s+1}{0.02/10s+1}$$

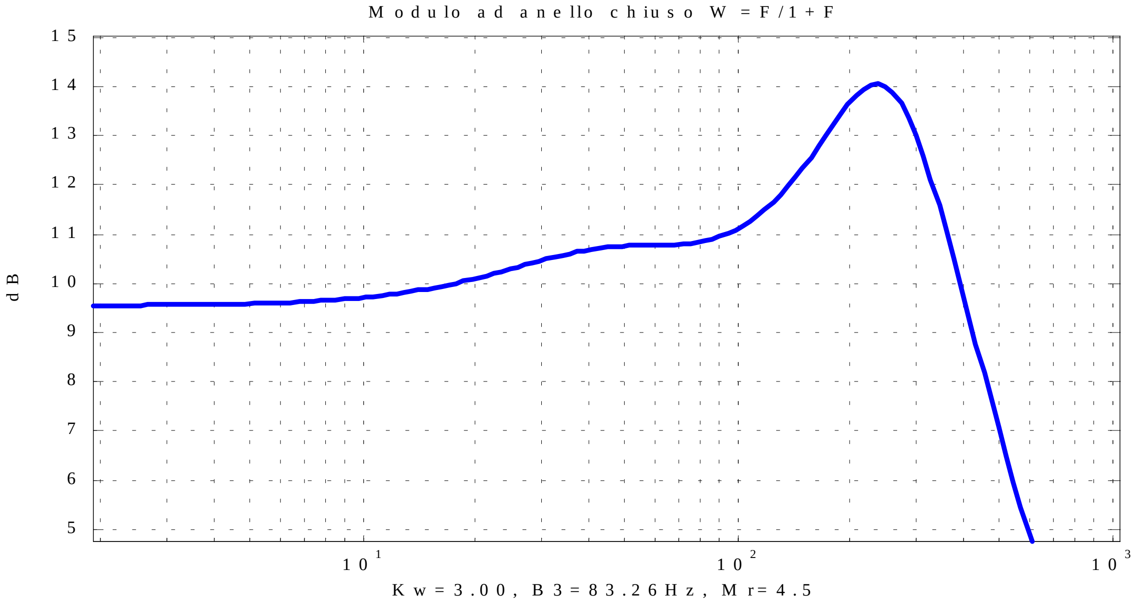
$$\left|\frac{K_d}{1+F(j\omega)}\right| < e$$

$$\left|F(j\omega)\right| > \frac{K_d}{e}$$

$$\left|F(j\omega)\right| > 30 = 29.5dB$$

$$\omega < 6 \text{ rad/sec}$$




Modulo ad anello chiuso W = F/1+F
dB
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
10^1
10^2
10^3
Kw = 3.00, B3 = 83.26 Hz, Mr= 4.5

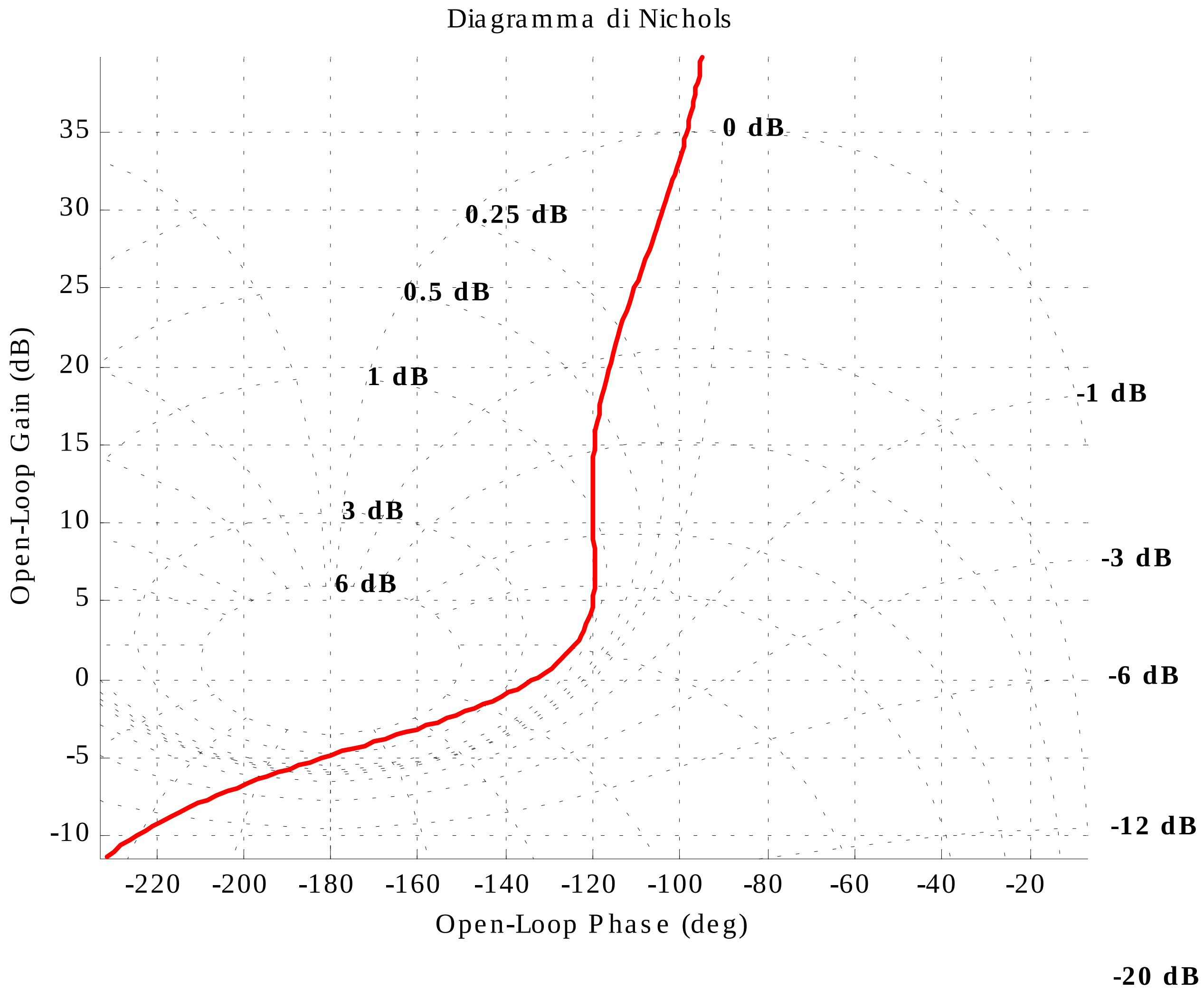
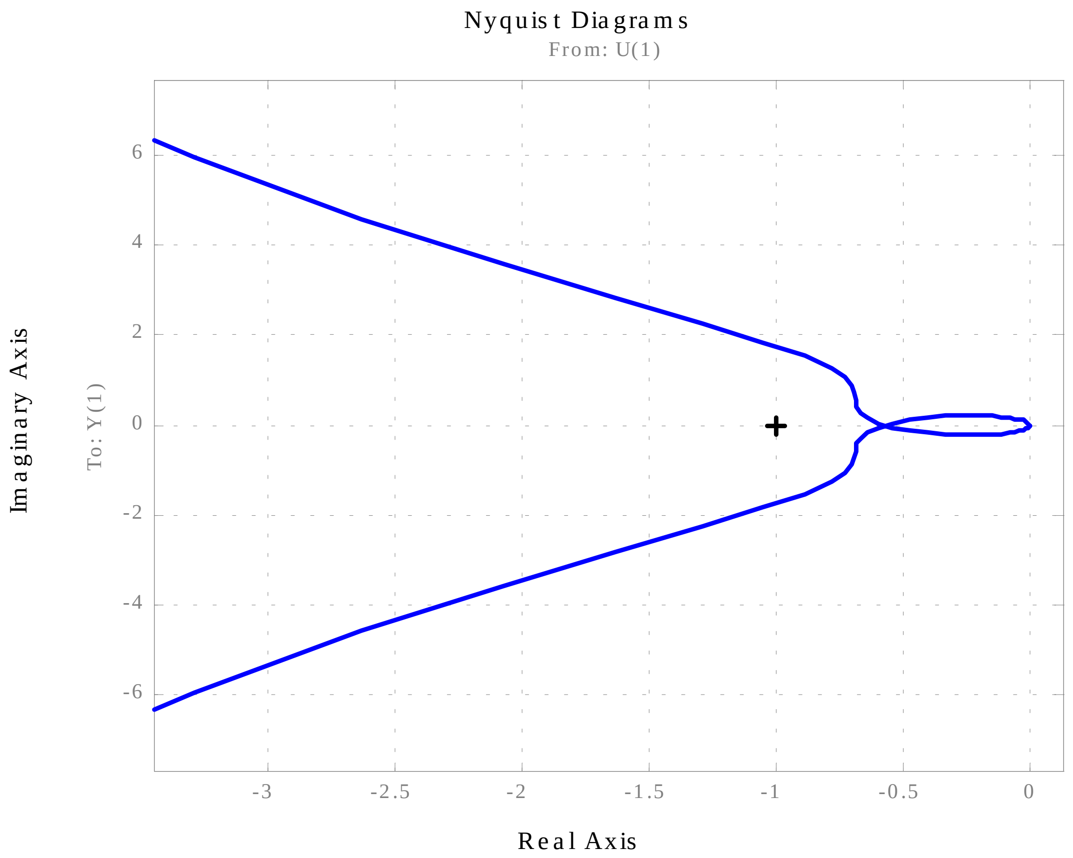
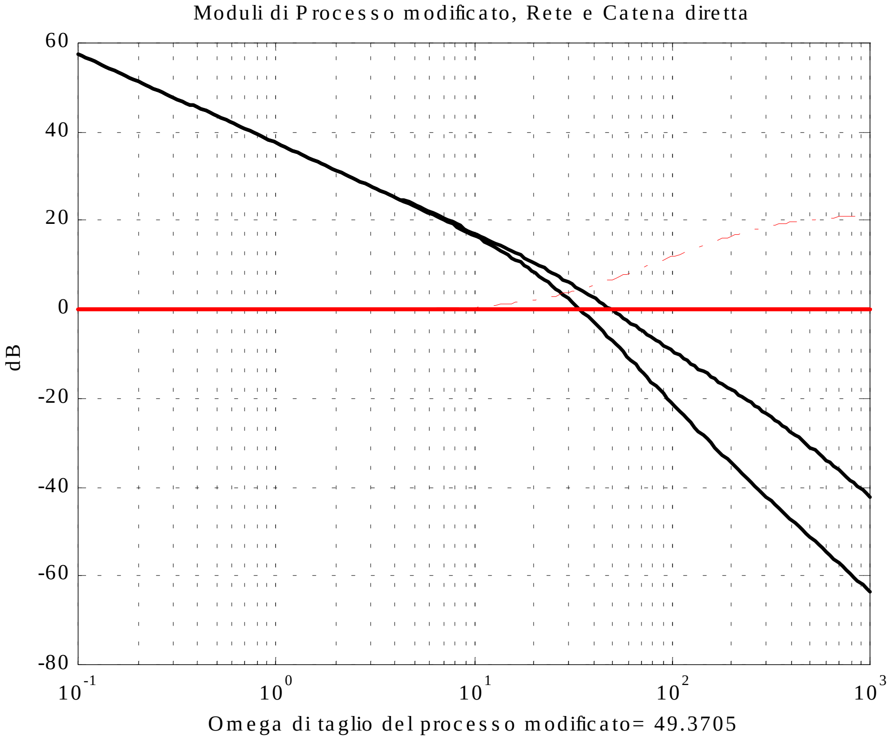


Diagramma di Nichols
Open-Loop Gain (dB)
Open-Loop Phase (deg)
0 dB
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-1 dB
-3 dB
-6 dB
-12 dB
-20 dB
35
30
25
20
15
10
5
0
-5
-10
-220
-200
-180
-160
-140
-120
-100
-80
-60
-40
-20



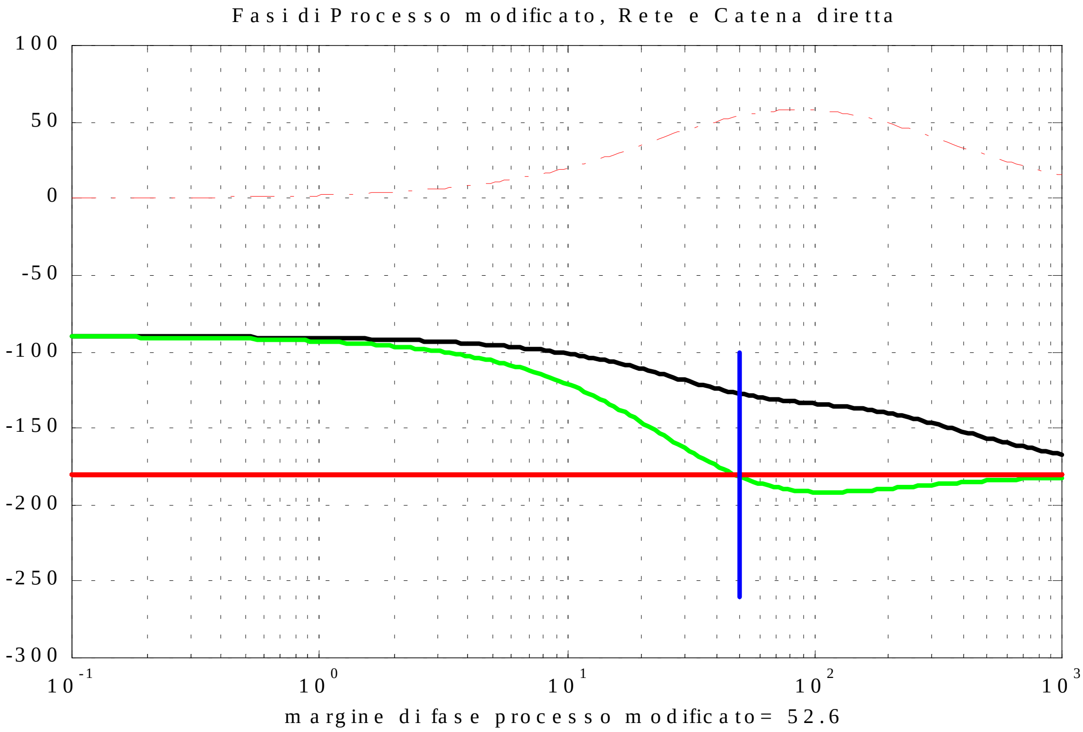
Poiché il diagramma di Nyquist non interseca la funzione descrittiva della saturazione (-inf, -1), il sistema non si porterà sul ciclo limite. Tuttavia moltiplicando il guadagno in catena diretta per un valore maggiore di 1.72 il diagramma si porterà sul punto (–1,0) dando origine ad una oscillazione permanente alla pulasaizone ω=300 rad/sec. L'ampiezza della stessa dipenderà dal guadagno utilizzato.

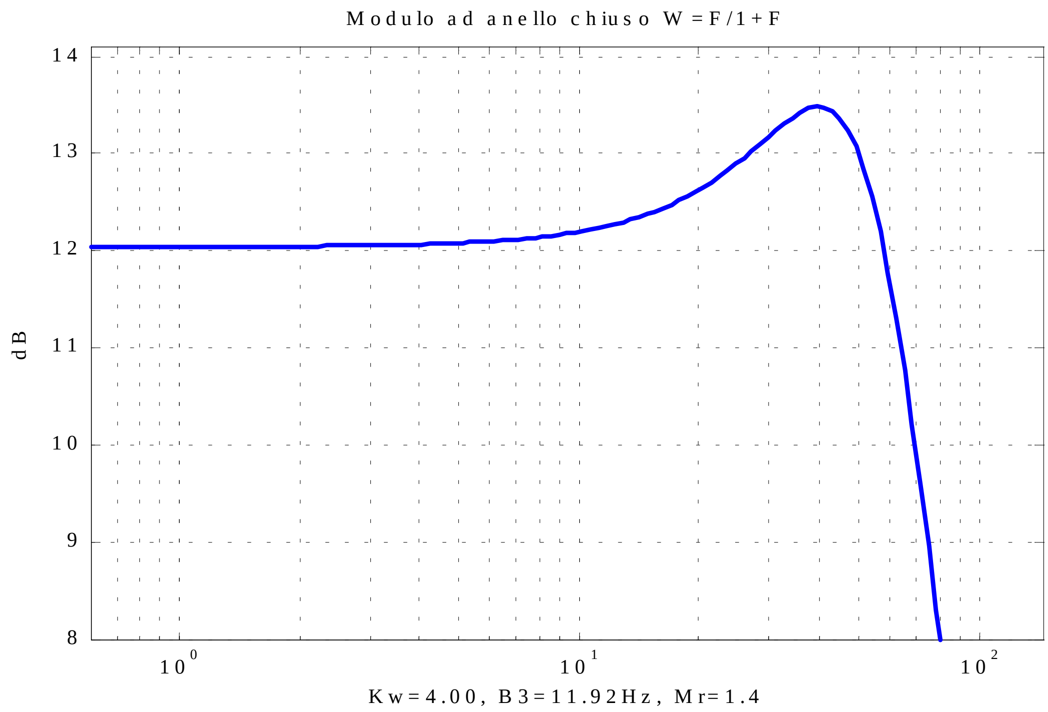


$$C(s) = \frac{3}{s}\frac{0.04s+1}{0.04/12s+1}$$

$$\left|\frac{K_d}{1+F(j\omega)}\right| < e$$

$$e \simeq \left|\frac{K_d}{F(j\omega)}\right| = 0.05$$




Modulo ad anello chiuso W=F/1+F
dB
14
13
12
11
10
9
8
10^0
10^1
10^2
Kw=4.00, B3=11.92Hz, Mr=1.4

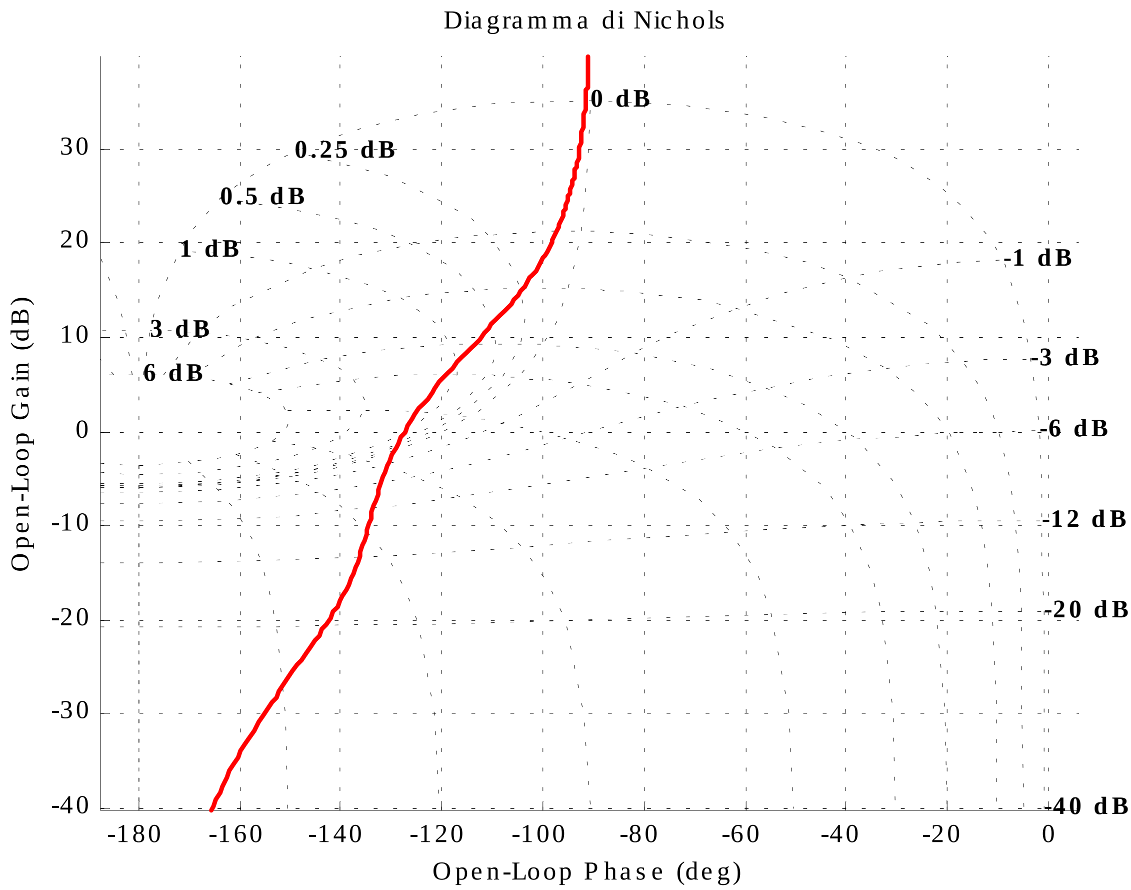
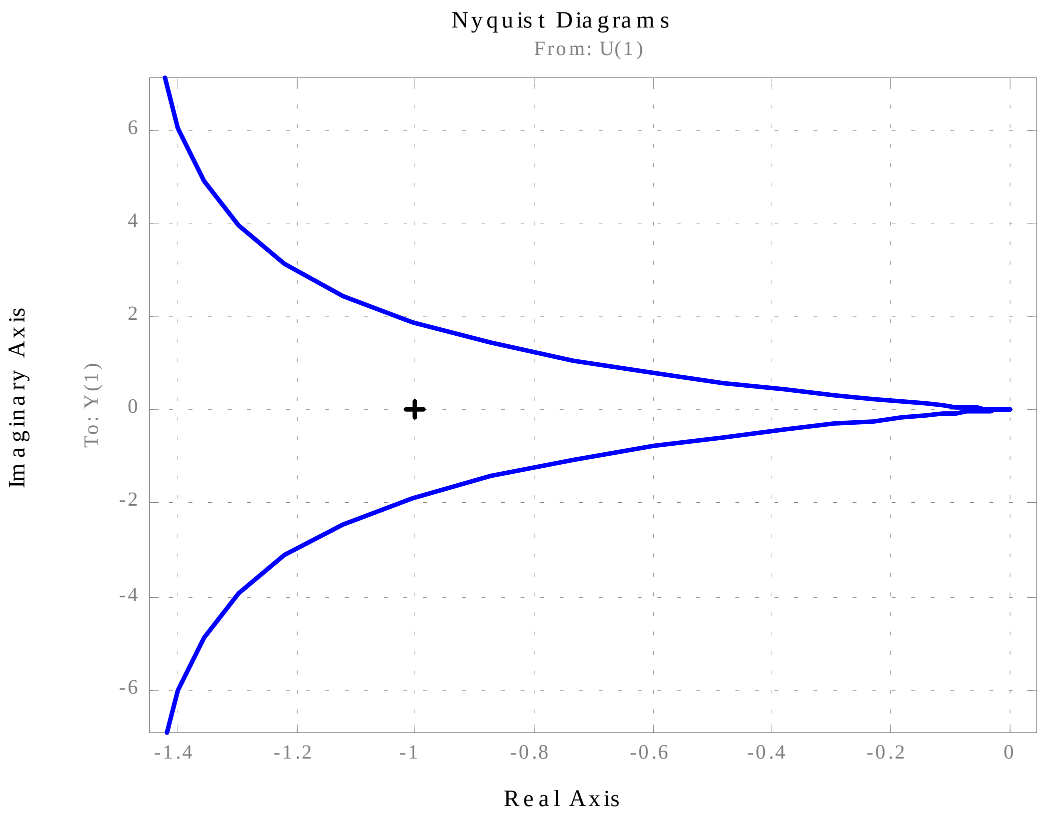
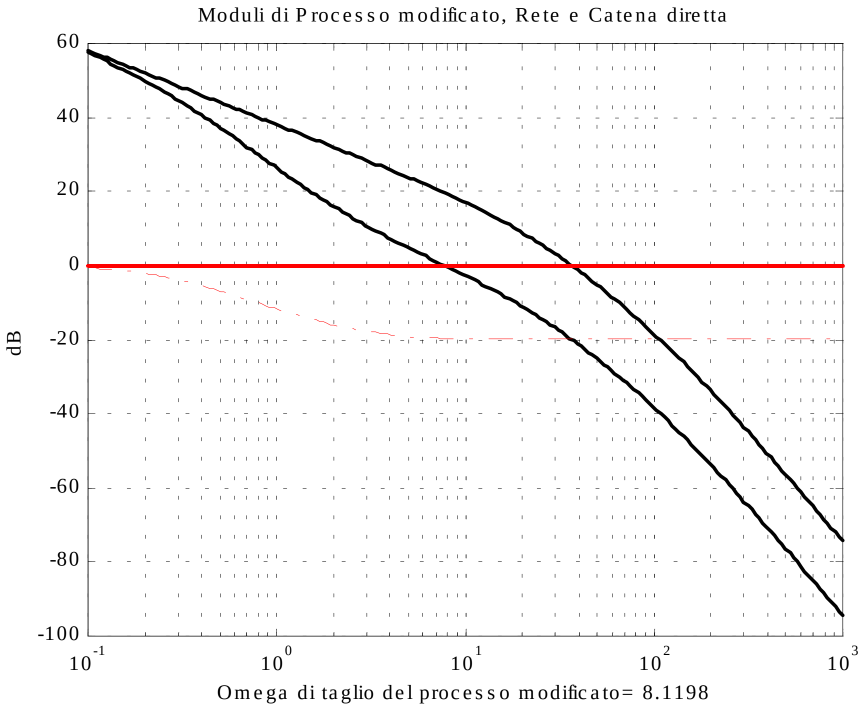


Diagramma di Nichols
Open-Loop Gain (dB)
Open-Loop Phase (deg)
0 dB
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-1 dB
-3 dB
-6 dB
-12 dB
-20 dB
-40 dB
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-180
-160
-140
-120
-100
-80
-60
-40
-20
0



Poiché il diagramma di Nyquist non interseca la funzione descrittiva della saturazione (-inf, -1), il sistema non si porterà sul ciclo limite. Neanche moltiplicando il guadagno in catena diretta per un valore positivo il diagramma si porterà sul punto (–1,0) dando origine ad una oscillazione permanente.



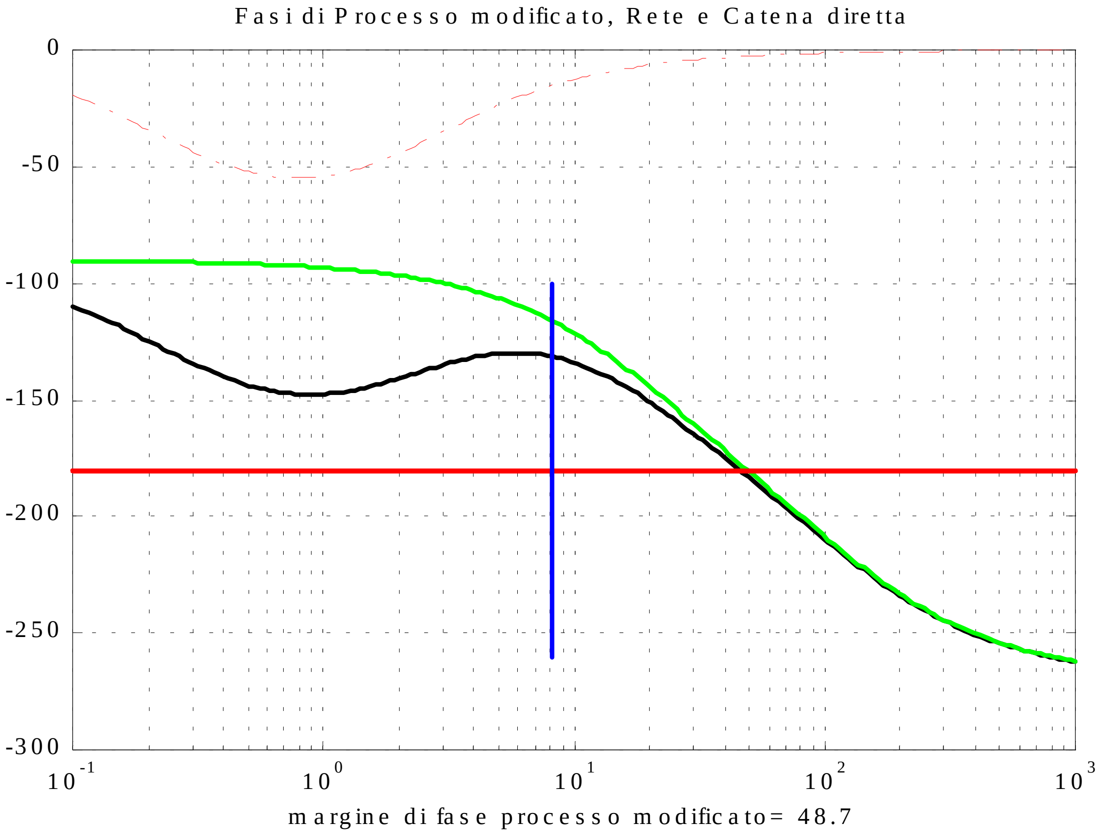
$$C(s)=\frac{2}{s}\,\frac{12/10s+1}{12s+1}$$

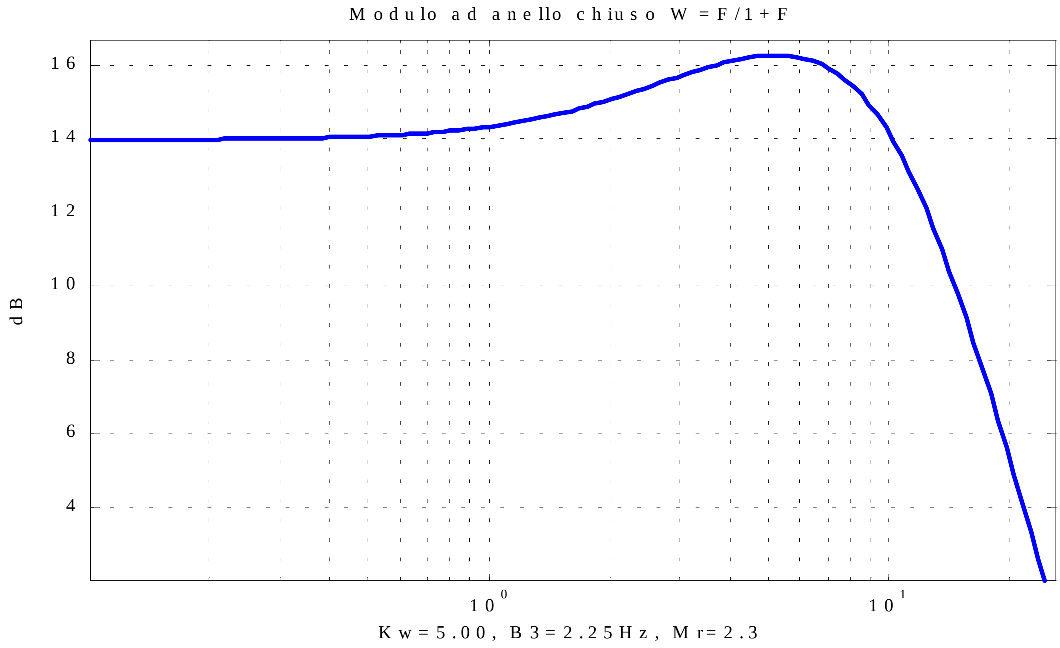
$$\left|\frac{K_d}{1+F(j\omega)}\right|<e$$

$$\left|F(j\omega)\right|>\frac{K_d}{e}$$

$$\left|F(j\omega)\right|>125=41.9dB$$

$$\omega<0.35 \text{ rad/sec}$$




Modulo ad anello chiuso W = F/1+F
16
14
12
10
8
6
4
dB
10^0
10^1
Kw=5.00, B3=2.25Hz, Mr=2.3

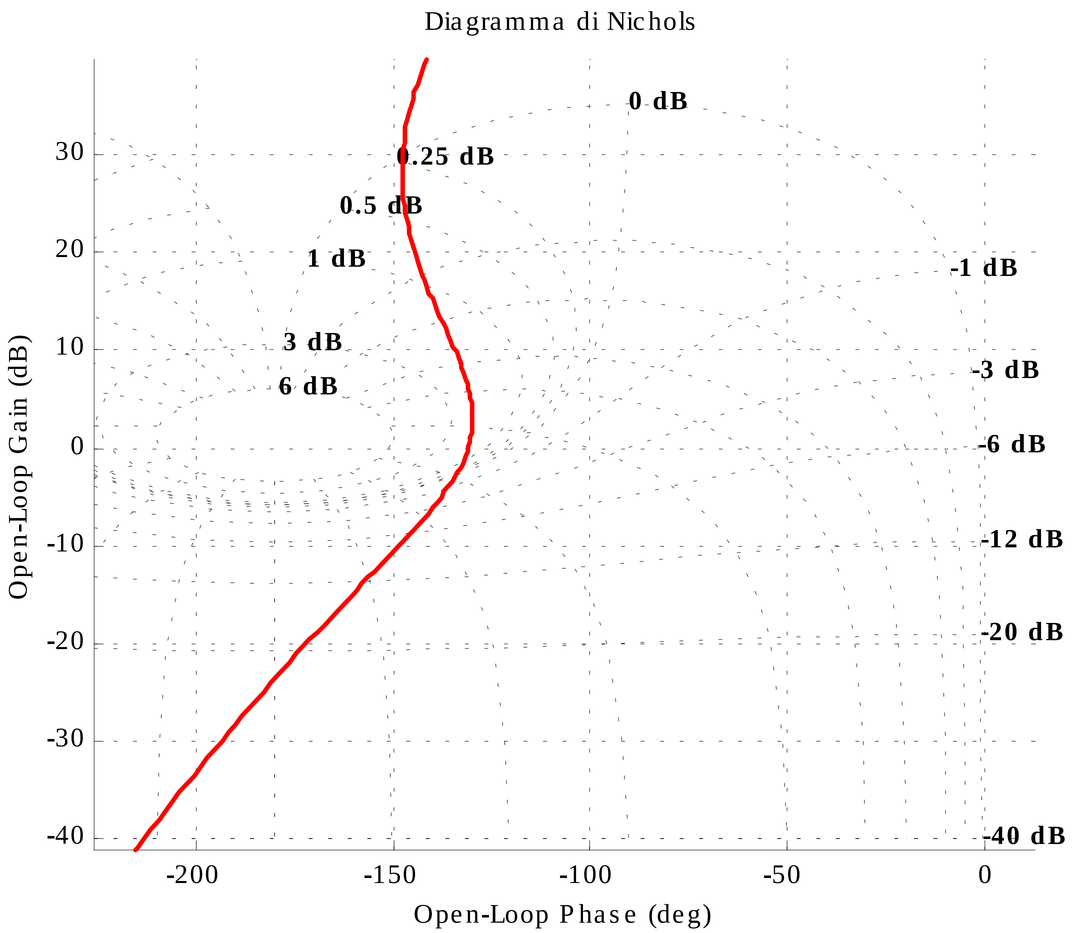
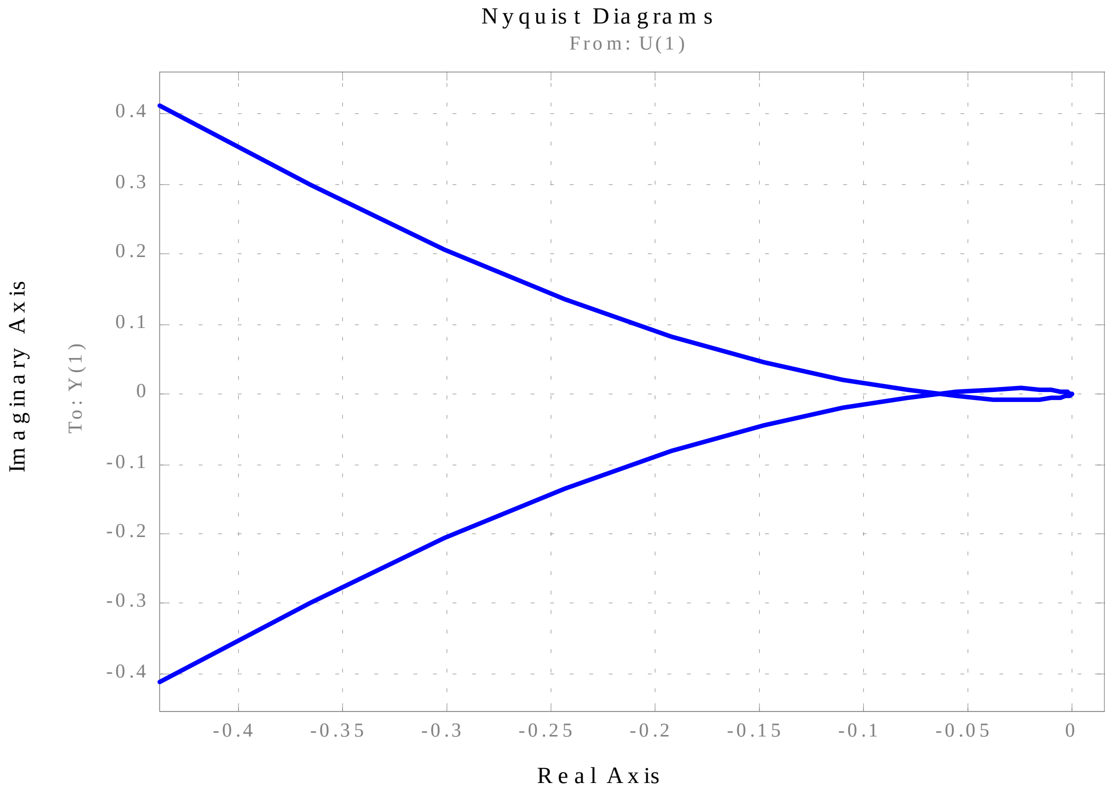
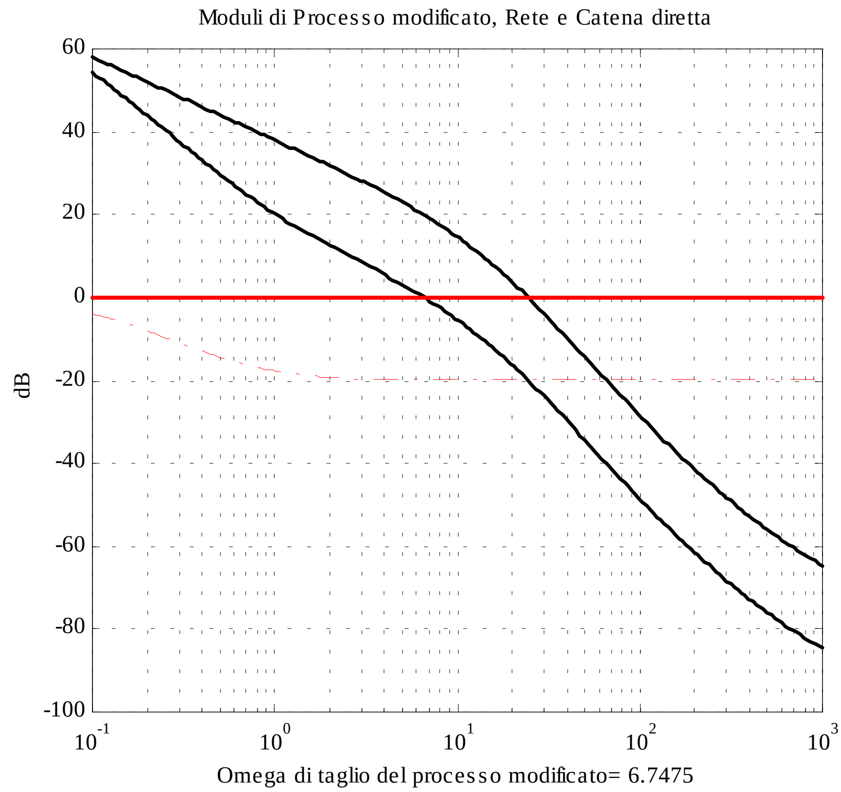


Diagramma di Nichols
0 dB
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-1 dB
-3 dB
-6 dB
-12 dB
-20 dB
-40 dB
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
Open-Loop Gain (dB)
-200
-150
-100
-50
0
Open-Loop Phase (deg)



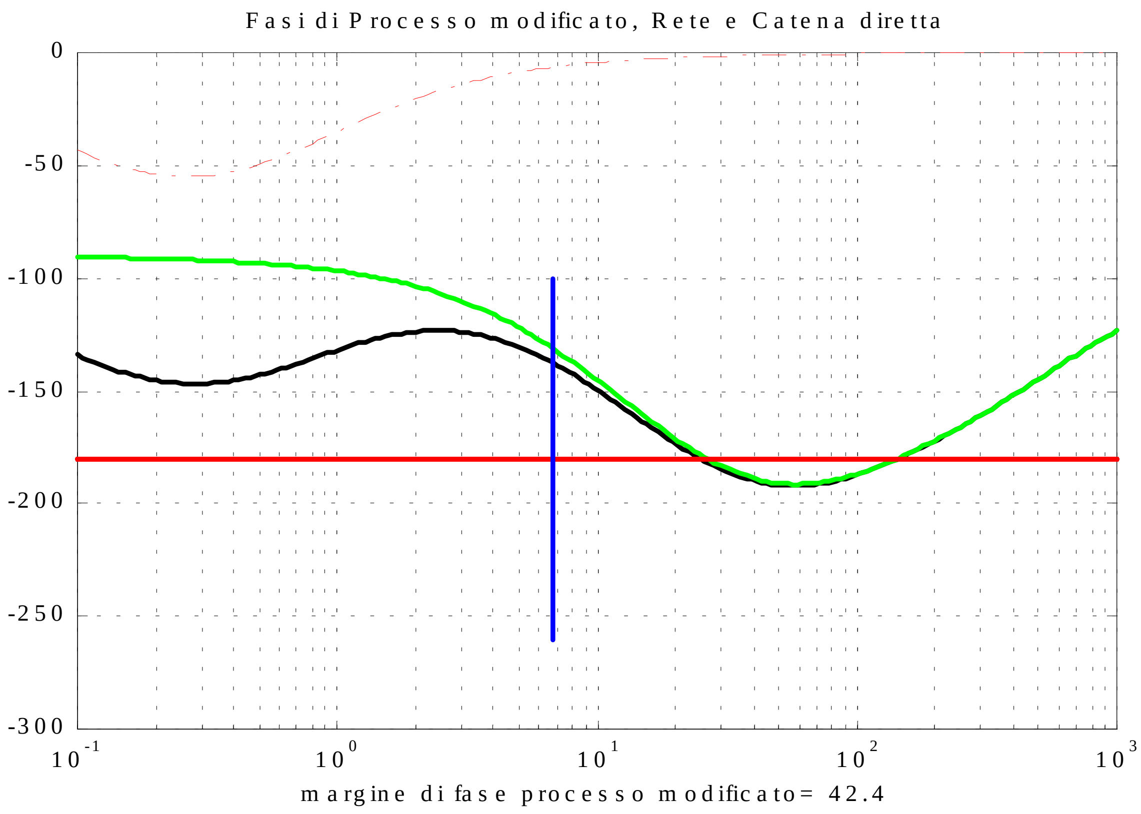
Poiché il diagramma di Nyquist non interseca la funzione descrittiva della saturazione (-inf, -1), il sistema non si porterà sul ciclo limite. Tuttavia moltiplicando il guadagno in catena diretta per un valore maggiore di 15.5 il diagramma si porterà sul punto (–1,0) dando origine ad una oscillazione permanente alla pulasaizone ω=50 rad/sec. L'ampiezza della stessa dipenderà dal guadagno utilizzato.

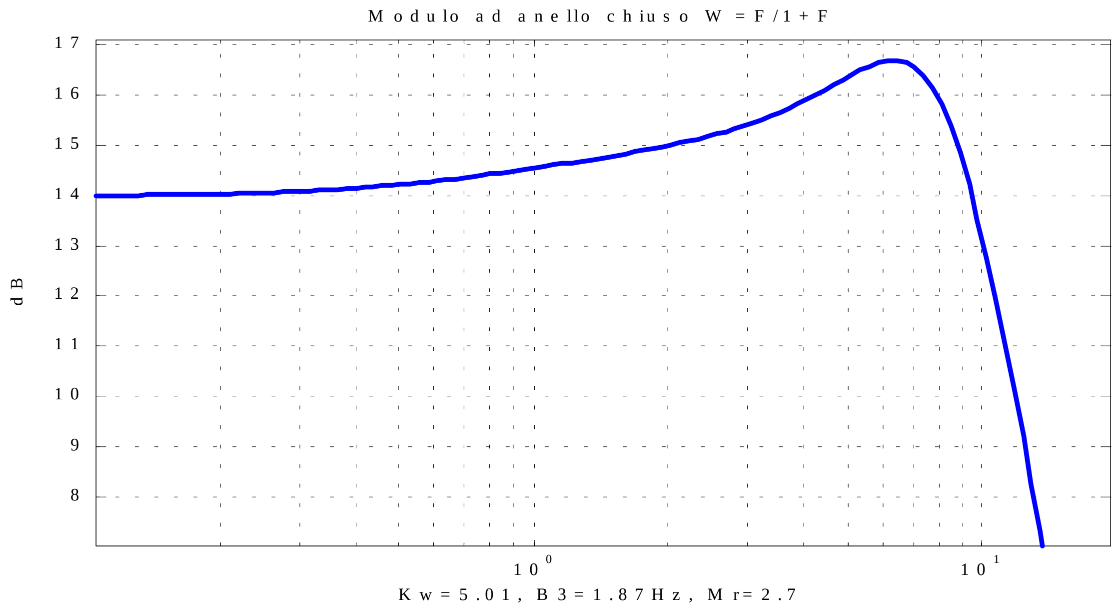


$$C(s) = \frac{3}{s}\,\frac{4/10s+1}{4s+1}$$

$$\left|\frac{K_d}{1+F(j\omega)}\right| < e$$

$$e \simeq \left|\frac{K_d}{F(j\omega)}\right| = 0.06$$




Modulo ad anello chiuso W = F/1+F
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
dB
10^0
10^1
Kw=5.01, B3=1.87Hz, Mr=2.7

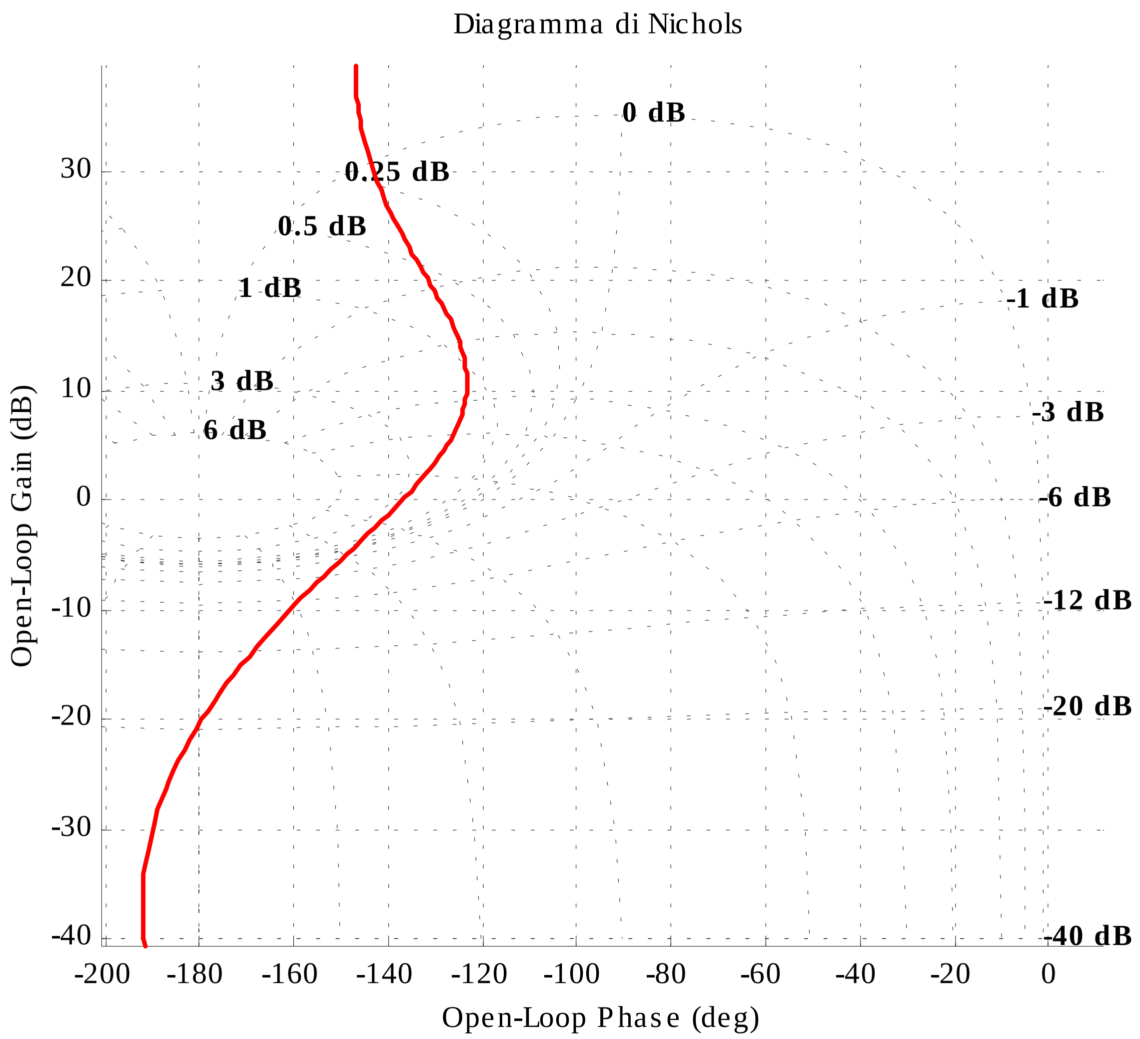
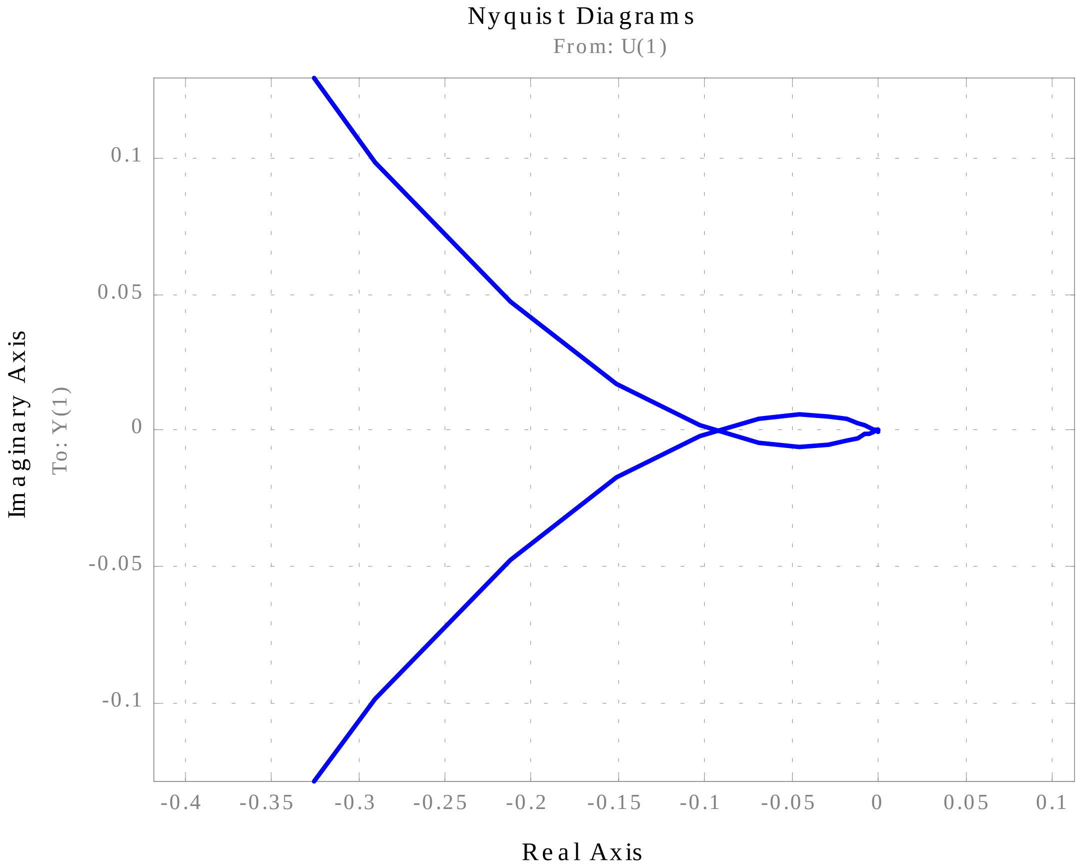


Diagramma di Nichols
0 dB
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-1 dB
-3 dB
-6 dB
-12 dB
-20 dB
-40 dB
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
Open-Loop Gain (dB)
-200
-180
-160
-140
-120
-100
-80
-60
-40
-20
0
Open-Loop Phase (deg)



Poiché il diagramma di Nyquist non interseca la funzione descrittiva della saturazione (-inf, -1), il sistema non si porterà sul ciclo limite. Tuttavia moltiplicando il guadagno in catena diretta per un valore maggiore di 10.6 il diagramma si porterà sul punto (–1,0) dando origine ad una oscillazione permanente alla pulasaizone ω=25 rad/sec. L'ampiezza della stessa dipenderà dal guadagno utilizzato. Aumentando ancora l'ampiezza il diagramma di Nyquist (moltiplicando per un valore superiore a 610) avrà due intersezioni con la funzione descrittiva ma la seconda darà origine ad un ciclo limite instabile.