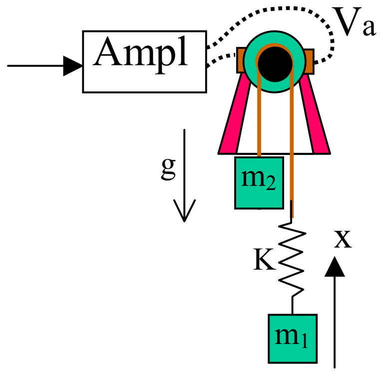
F d'A

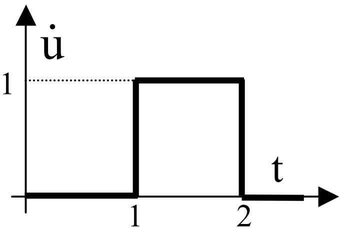
Primo accertamento di Fondamenti di Automatica

Corsi di Laurea in Elettronica e in Meccanica

30 aprile 2001 – Compito **A**

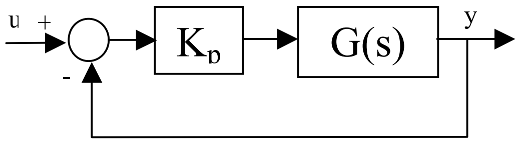


1. Tracciare lo schema a blocchi del sistema raffigurato supponendo che le masse vengano lasciate libere a partire da t=0.



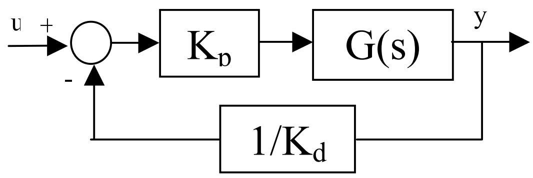
2. Dato il sistema **G(s)=(s-2)/(s+1)** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso **u(t)** la cui **derivata** ha l'andamento temporale raffigurato. Determinarne, quindi, il limite per **t** tendente all'infinito.

3. Dedurre, mediante il **criterio di Routh** ,per quali valori di **Kp** il sistema a ciclo chiuso raffigurato con **G(s)=(2-s)/[(s+1)(s+1.5)(s+3)]** risulti stabile.



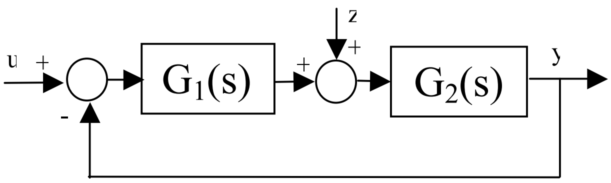
4. Dare la definizione di tipo di sistema di controllo e mostrare come questo sia collegato alla presenza di poli in s=0 nella catena diretta.

5. Studiare mediante il tracciamento dei diagrammi di **Bode** (asintotico) e di **Nyquist** (qualitativo) la stabilità, al variare di **Kp,** del sistema in controreazione con **G(s)=70 (1 - s/50) /[s (s^2/10000 + 0.008s + 1)]** e con **Kd=5**. Per tracciare i diagrammi supporre inizialmente Kp=1. Scala consigliata: 10^0-10^3.



6. Dato il seguente schema di controllo con **G_1(s)=K/s^h** e **G_2(s)=(s+1)/(s+3),** determinare:

   a. **h** in modo che Il **tipo** del sistema di controllo sia pari ad **1**
   b. **K** tale che l'**errore** in uscita e(t)=yd-y(t) a regime permanente per un ingresso pari a **u(t)=2t** sia minore di **0.3** e contemporaneamente l'errore in uscita per un **disturbo z(t)** a rampa unitaria sia minore di **0.1**
   c. se il sistema a ciclo chiuso possa diventare instabile all'aumentare di K, con semplici ragionamenti (senza fare conti).



7. Trovare tutti i punti di equilibrio del seguente sistema con **u_0=3**. Determinare, quindi, la stabilità locale dei suddetti punti facendo ricorso alla linearizzazione del sistema stesso.

$$2\dot{x} + 3x^2 = u$$

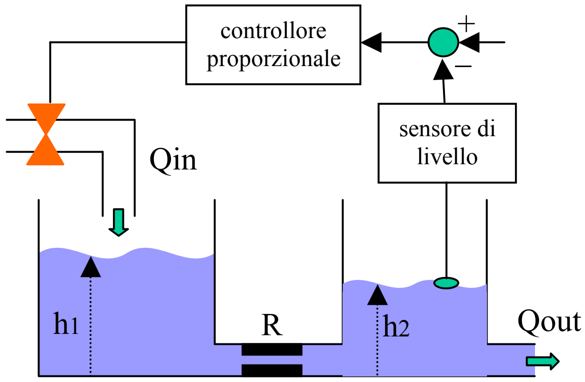
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Elettronica/Meccanica	**Laurea/ Diploma/Nuovo Ordinamento**	**Anno di immatricolazione:**

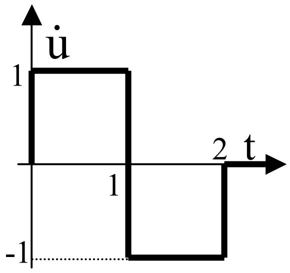
Primo accertamento di Fondamenti di Automatica

Corsi di Laurea in Elettronica e in Meccanica

30 aprile 2001 – Compito **B**

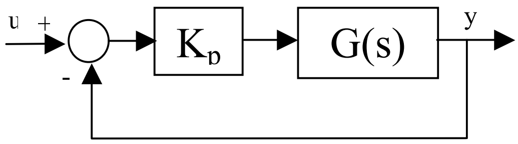
1. Tracciare lo schema a blocchi del sistema raffigurato supponendo che la valvola che regola l'afflusso Qin si possa approssimare con un guadagno ed una costante di tempo.





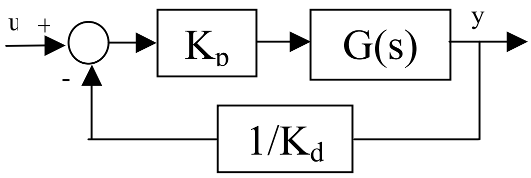
2. Dato il sistema **G(s) = 1/[(s+2)(s+3)]** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso **u(t)** la cui **derivata** ha l'andamento temporale raffigurato. Determinarne, quindi, il limite per **t** tendente all'infinito.

3. Dedurre, mediante il **criterio di Routh** ,per quali valori di **Kp** il sistema a ciclo chiuso raffigurato con **G(s)=(s+1)/[s^2(s+2)]** risulta stabile. Che radici ho per **Kp** al di fuori di questo range?



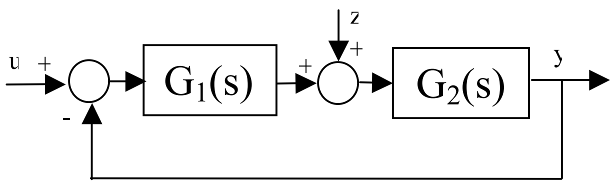
4. Dare la definizione di risposta armonica ed illustrarne il metodo di calcolo che sfrutta la funzione di trasferimento.

5. Studiare mediante il tracciamento dei diagrammi di **Bode** (asintotico) e di **Nyquist** (qualitativo) la stabilità al variare di **Kp** (positivo o negativo) del sistema a controreazione raffigurato con **G(s)= (10s - 100) / [s (s^2/10000 + 0.016s + 1)]** e **Kd=2**. Per tracciare i diagrammi supporre inizialmente Kp=1. Scala consigliata: 10^0-10^3.



6. Dato il seguente schema di controllo con **G_1(s)=K/s^h** e **G_2(s)=(s+3)/(s+2),** determinare:

   a. **h** in modo che Il **tipo** del sistema di controllo sia pari a **0**
   b. Il **K** tale che l'**errore** in uscita e(t)=yd-y(t) a regime permanente per un ingresso pari a **u(t)=2δ_{-1}(t)** sia minore di **0.1** e contemporaneamente l'errore in uscita per un **disturbo z(t)** a gradino di ampiezza **1** sia minore di **0.2**.
   c. se il sistema a ciclo chiuso possa diventare instabile all'aumentare di K, con semplici ragionamenti (senza fare conti).



7. Trovare tutti i punti di equilibrio del seguente sistema con **u_0=2**. Determinare, quindi, la stabilità locale dei suddetti punti facendo ricorso alla linearizzazione del sistema stesso.

$$3\dot{x} + 2x^2 = 2u$$

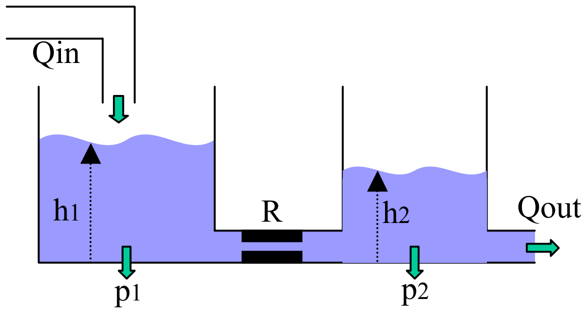
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Elettronica/Meccanica	**Laurea/ Diploma/Nuovo Ordinamento**	**Anno di immatricolazione:**

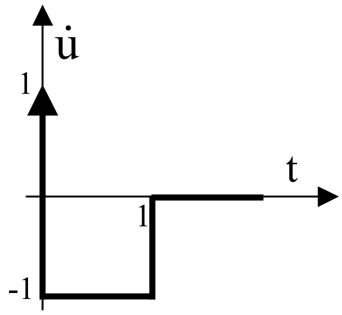
Primo accertamento di Fondamenti di Automatica

Corsi di Laurea in Elettronica e in Meccanica

2 maggio 2000 – Compito **C**

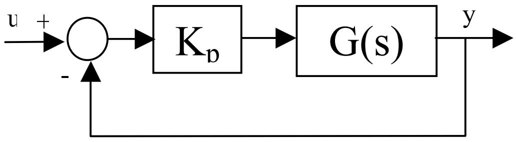
1. Tracciare lo schema a blocchi del sistema in figura supponendo che **p1** e **p2**, perdite dei rispettivi serbatoi, siano proporzionali (secondo due costanti Kp1 e Kp2) all'altezza dei livelli h1 e h2.





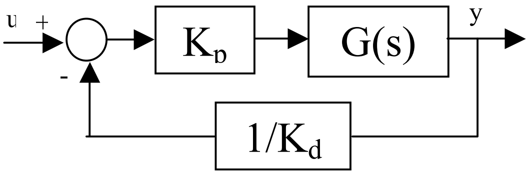
2. Dato il sistema **G(s) = 3/(s+4)** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso **u(t)** la cui **derivata** ha l'andamento temporale raffigurato. Determinarne, quindi, il limite per **t** tendente all'infinito.

3. Dedurre, mediante il **criterio di Routh**, per quali valori di **Kp** il sistema a ciclo chiuso raffigurato, con **G(s)=2 /[s(s+3)],** abbia tutti i poli a parte reale minore di **-1**.



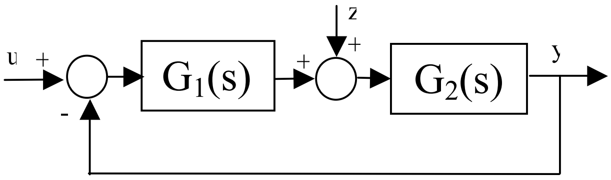
4. Descrivere gli effetti positivi e quelli negativi di un controllore proporzionale (Kp).

5. Studiare mediante il tracciamento dei diagrammi di **Bode** (asintotico) e di **Nyquist** (qualitativo) la stabilità, al variare di **Kp,** del sistema in controreazione in figura con **G(s)= -2000 (2s + 1) / [(s + 5)(3 - s)(1 + s)(s + 30)]** e **Kd=3**. Per tracciare i diagrammi supporre inizialmente Kp=1. Scala consigliata: 10^{-2}-10^{3}.



6. Dato il seguente schema di controllo con $\mathbf{G_1(s)=K/s^h}$ e $\mathbf{G_2(s)=(s+1)/(s(s+4))}$, determinare:

   a. **h** in modo che **Il tipo** del sistema di controllo sia pari a **1**
   b. Il **K** tale che l'**errore** in uscita e(t)=yd-y(t) a regime permanente per un ingresso pari a **u(t)=2t** sia minore di **0.05** e contemporaneamente l'errore in uscita per un **disturbo z(t)** a gradino di ampiezza **1** sia minore di **0.01**.
   c. se il sistema a ciclo chiuso possa diventare instabile all'aumentare di K, con semplici ragionamenti (senza fare conti)



7. Trovare tutti i punti di equilibrio del seguente sistema con $\mathbf{u_0=1}$. Determinare, quindi, la stabilità locale dei suddetti punti facendo ricorso alla linearizzazione del sistema stesso.

$$2\dot{x} + 4x^2u = u$$

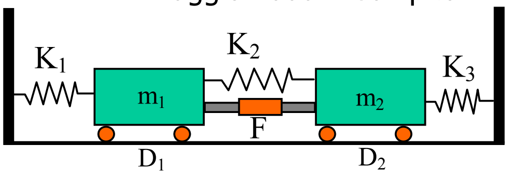
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Elettronica/Meccanica	**Laurea/ Diploma/Nuovo Ordinamento**	**Anno di immatricolazione:**

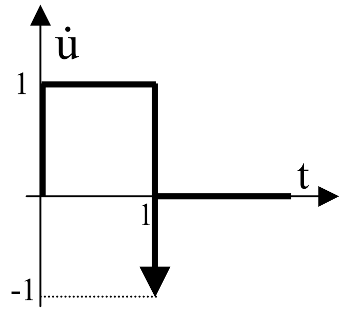
Primo accertamento di Fondamenti di Automatica

Corsi di Laurea in Elettronica e in Meccanica

2 maggio 2000 – Compito **D**

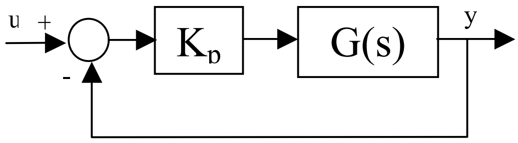
1. Tracciare lo schema a blocchi del sistema raffigurato supponendo che F sia la forza esercitata da un pistone (di massa trascurabile) posto tra le due masse m1 e m2.





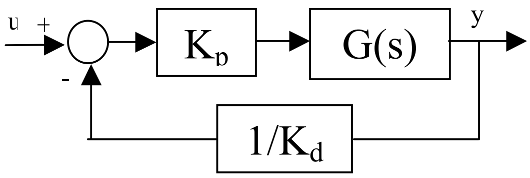
2. Dato il sistema **G(s) = 5/s** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso **u(t)** la cui derivata ha l'andamento temporale raffigurato. Determinarne, quindi, il limite per **t** tendente all'infinito.

3. Dedurre, mediante il **criterio di Routh**, per quali valori di **Kp** il sistema a ciclo chiuso raffigurato, con **G(s)=(1-s)/[s(s+1.5)(s+2)],** risulti stabile.



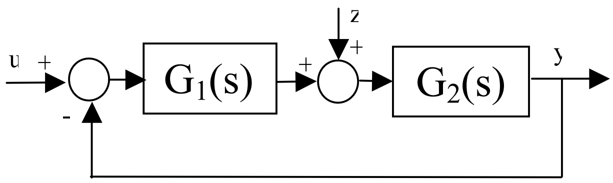
4. Definire la risposta libera e la risposta forzata, mettendo in evidenza i loro legami con l'ingresso e le varie condizioni iniziali.

5. Studiare mediante il tracciamento dei diagrammi di **Bode** (asintotico) e di **Nyquist** (qualitativo) la stabilità, al variare di **Kp,** del sistema in controreazione in figura con **G(s)= 10*(s + 100) $e^{-0.2s}$ / [s (s + 5) (s + 3) (s + 10)]** e **Kd=5**. Per tracciare i diagrammi supporre inizialmente Kp=1. Scala consigliata: 10^{-1}-10^{3}.



6. Dato il seguente schema di controllo con **$G_1(s)=K/s^h$** e **$G_2(s)=(s+0.5)/(s(s+5))$,** determinare:

   a. **h** in modo che Il **tipo** del sistema di controllo sia pari ad **2**
   b. Il **K** tale che L'**errore** in uscita e(t)=yd-y(t) a regime permanente per un ingresso pari a **$u(t)=t^2$** sia minore di **0.1** e contemporaneamente l'errore in uscita per un **disturbo z(t)** a rampa di ampiezza **1** sia minore di **0.2**.
   c. se il sistema a ciclo chiuso possa diventare instabile all'aumentare di K, con semplici ragionamenti (senza fare conti)

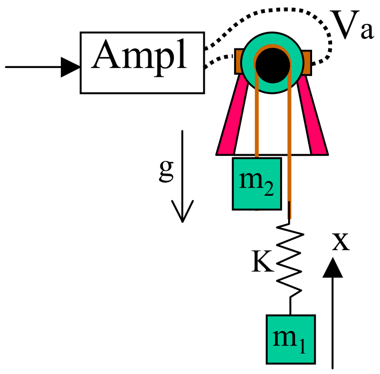


7. Trovare tutti i punti di equilibrio del seguente sistema con **u_0=2**. Determinare, quindi, la stabilità locale dei suddetti punti facendo ricorso alla linearizzazione del sistema stesso.

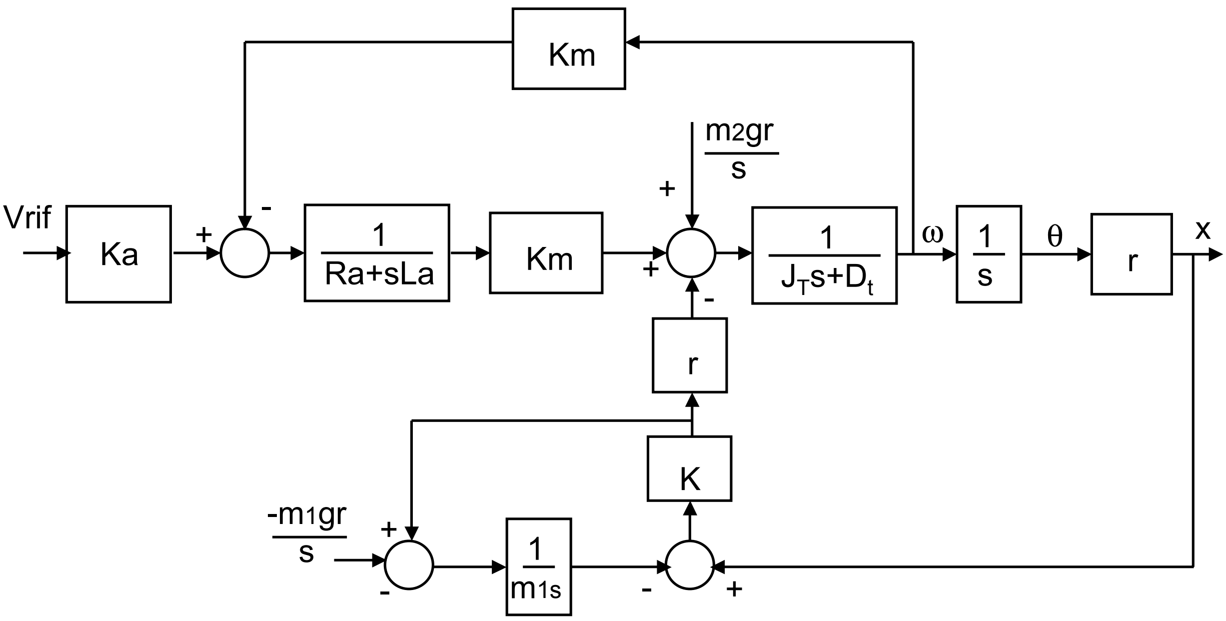
$$4\dot{x} + 2x^2u^2 = u$$

Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Elettronica/Meccanica	**Laurea/ Diploma/Nuovo Ordinamento**	**Anno di immatricolazione:**

1



$$J_T = J_{mot} + m_2 r^2$$
$$D_T = D_{mot}$$



2

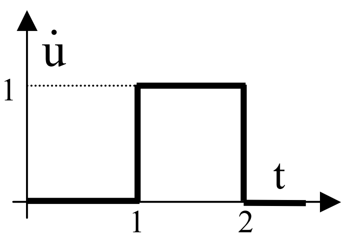
$$G(s) = \frac{s-2}{s+1}; U(s) = \frac{1}{s}\left(\frac{1}{s}e^{-s} - \frac{1}{s}e^{-2s}\right) = \frac{1}{s^2}\left(e^{-s} - e^{-2s}\right)$$

$$Y(s) = G(s)U(s) = \frac{s-2}{s+1}\frac{1}{s^2}\left(e^{-s} - e^{-2s}\right)$$

$$y(\infty) = \lim_{s \to 0} sY(s) = \lim_{s \to 0} \frac{s-2}{s(s+1)}\left(e^{-s} - e^{-2s}\right) =$$

forma ambigua 0 su 0. Derivando:

$$= \lim_{s \to 0} \frac{-2}{2s+1}(-e^{-s} + 2e^{-2s}) = -2$$

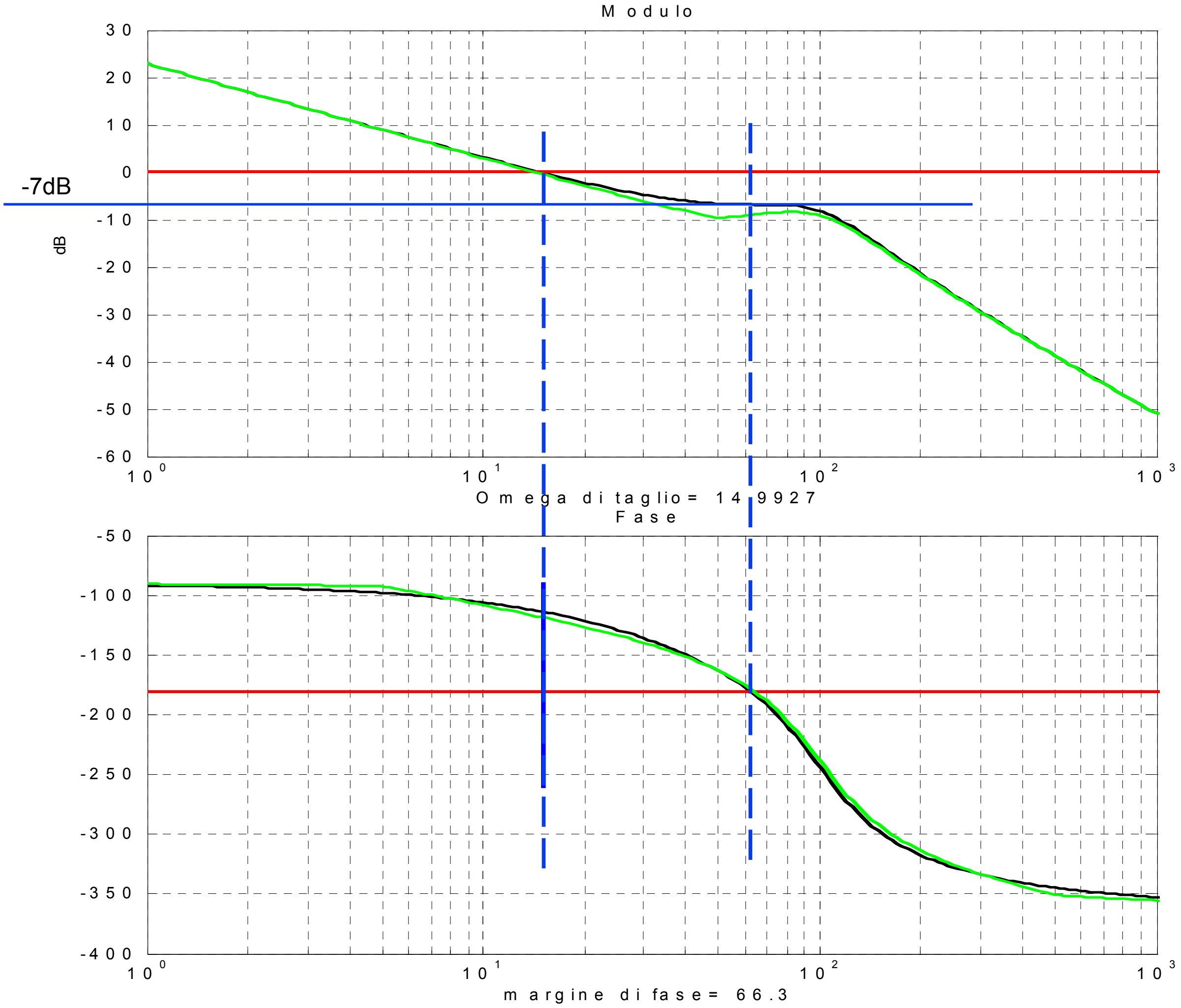


$$Y_1(s) = \frac{1}{s^2}\frac{s-2}{s+1} = \frac{3}{s} - \frac{2}{s^2} - \frac{3}{s+1}$$

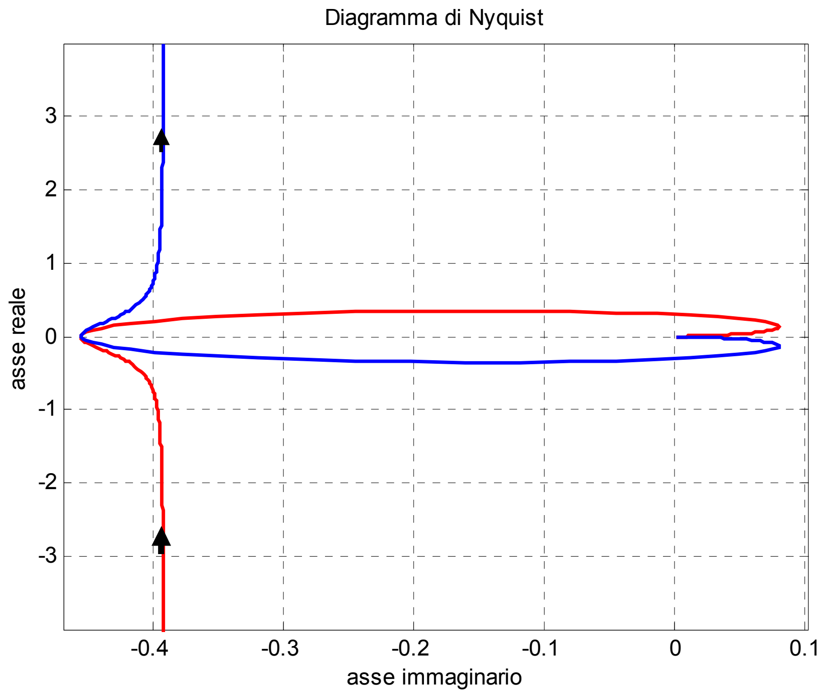
$$y_1(t) = 3\delta_{-1}(t) - 2t\delta_{-1}(t) - 3\delta_{-1}(t)e^{-t}$$

$$y(t) = y_1(t-1) - y_1(t-2)$$

5



Nero
esatto
Verde
asintotico



Il margine di guadagno vale 7dB, pari a, 2.2, quindi una condizione è Kp<2.2; per Kp<0 il diagramma compie un giro in senso orario, quindi non è mai stabile. Complessivamente: 0<Kp<2.2

3

$$W(s)=\frac{K_p(2-s)}{s^3+5.5s^2+(9-K_p)s+4.5+K_p}$$

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 1 & 9-K_p \\ 2 & 5.5 & 4.5+2K_p \\ 1 & \dfrac{4.5+2K_p-49.5+5.5K_p}{-5.5} & \\ 0 & 4.5+2K_p & \end{array}$$

$$\begin{cases} K_p<9 \\ K_p>-\dfrac{4.5}{2}=-2.25 \Rightarrow \{-2.25<K_p<6 \\ K_p<6 \end{cases}$$

6

Per avere un sistema di controllo di tipo 1 deve esserci un polo nell'origine in catena diretta:

$h=1$

$$e_u=\lim_{s\to 0} s(K_d-\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)/K_d})U(S)=\frac{K_d^2}{K_{G1}K_{G2}}2=\frac{1}{K*1/3}2=\frac{6}{K}<0.3\Rightarrow K>20$$

$$e_z=\lim_{s\to 0} s\left(\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)/K_d}\right)Z(s)=\lim_{s\to 0} s\left(\frac{s(s+1)}{(s+3)s+K(s+1)}\right)\frac{1}{s^2}=\frac{1}{K}<0.1\Rightarrow K>10$$

da cui:

$K>20$

all'aumentare di K il sistema non può diventare instabile in quanto non ci sono poli a parte reale positiva e la fase della funzione a ciclo aperto non scende mai sotto i -180. Questo implica un margine di fase sempre positivo.

7

$2\dot{x}+3x^2=u$

Equilibrio:

$3x_0^2=u_0$

$u_0=3\Rightarrow x_0=\pm 1$

Linearizzando:

$2\Delta\dot{x}+3x_0^2+6x_0\Delta x=u_0+\Delta u \Rightarrow 2\Delta\dot{x}\pm 6\Delta x=\Delta u$

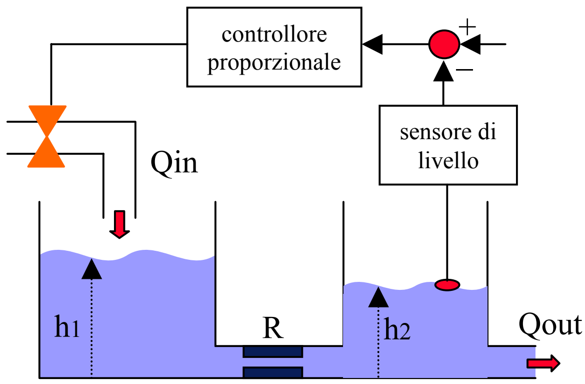
L-trasformando (considerando delle condizioni iniziali uguali a zero per Δx e Δu)

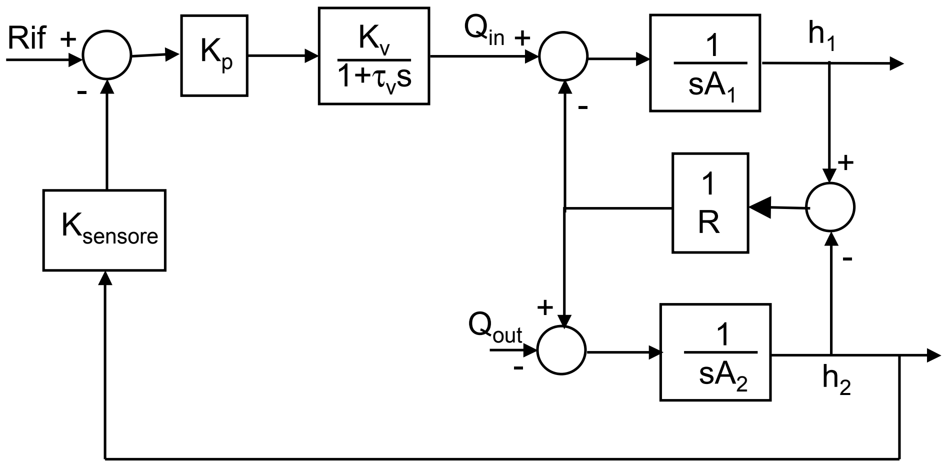
e ricavando la funzione di trasferimento tra Δu e Δx

$$\frac{\Delta x}{\Delta u}=\frac{1}{2s\pm 6}$$

quindi un punto di equilibrio (quello con il +) è asintoticamente localmente stabile per il sistema non lineare, mentre l'altro (con il -) è non stabile.

1





2

$$G(s)=\frac{1}{(s+2)(s+3)};U(s)=\frac{1}{s}\left(\frac{1}{s}-\frac{2}{s}e^{-s}+\frac{1}{s}e^{-2s}\right)=\frac{1}{s^2}\left(1-2e^{-s}+e^{-2s}\right)$$

$$Y(s)=G(s)U(s)=\frac{1}{(s+2)(s+3)}\frac{1}{s^2}\left(1-2e^{-s}+e^{-2s}\right)$$

$$y(\infty)=\lim_{s\to 0} sY(s)=\lim_{s\to 0}\frac{1}{(s+2)(s+3)}\frac{1}{s}\left(1-2e^{-s}+e^{-2s}\right)=$$

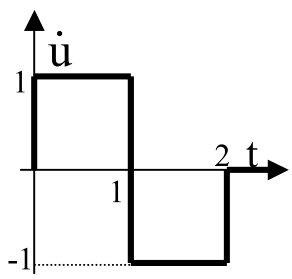
forma ambigua 0 su 0. Derivando:

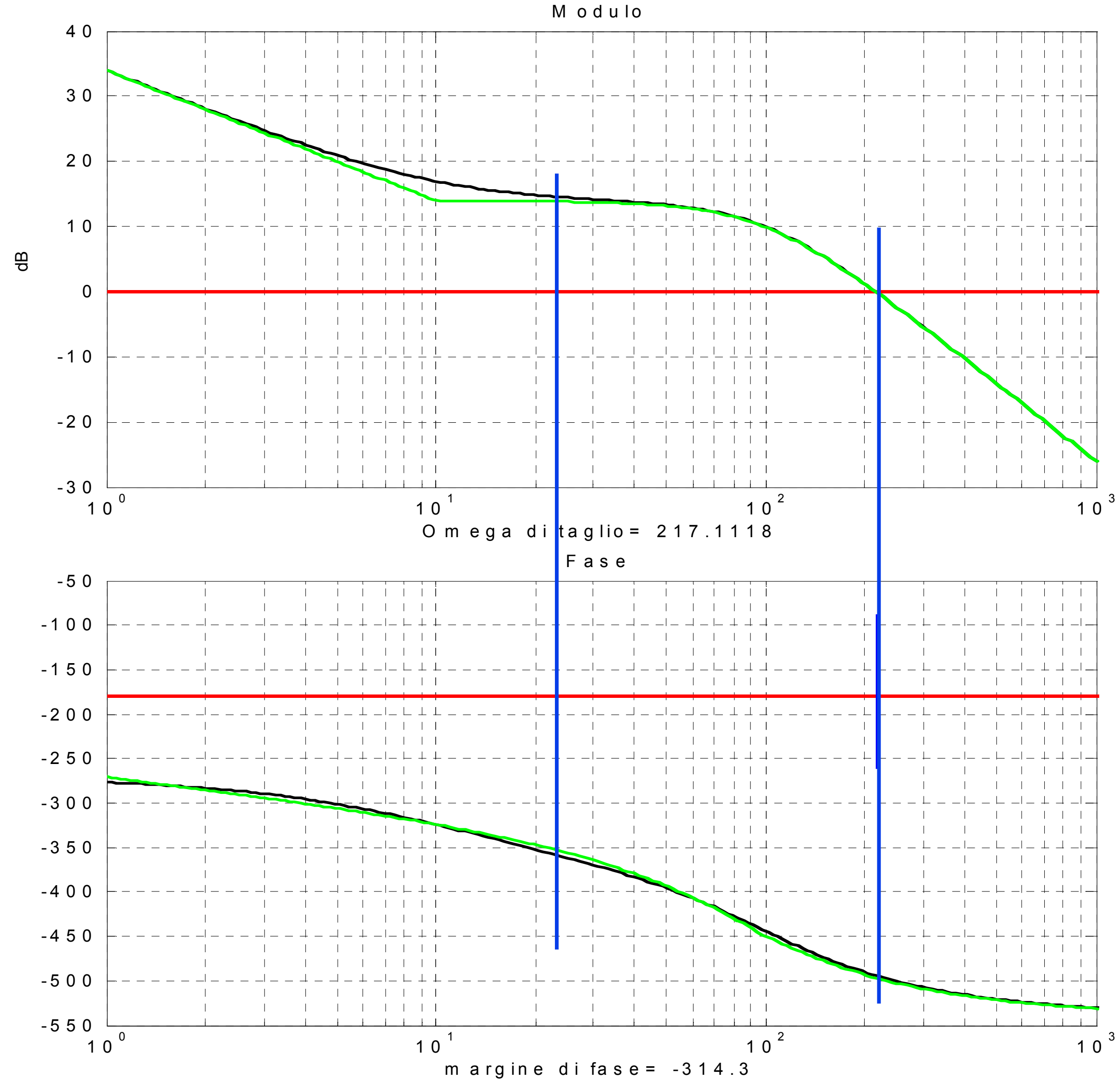
$$=\lim_{s\to 0}\frac{1}{3s^2+10s+6}(2e^{-s}-2e^{-2s})=0$$

$$Y_1(s)=\frac{1}{s^2}\frac{1}{(s+2)(s+3)}=-\frac{5}{36}\frac{1}{s}+\frac{1}{6}\frac{1}{s^2}+\frac{1}{4}\frac{1}{s+2}-\frac{1}{9}\frac{1}{s+3}$$

$$y_1(t)=-\frac{5}{36}\delta_{-1}(t)+\frac{1}{6}t\delta_{-1}(t)+\frac{1}{4}\delta_{-1}(t)e^{-2t}-\frac{1}{9}\delta_{-1}(t)e^{-3t}$$

$$y(t)=y_1(t)-2y_1(t-1)+y_1(t-2)$$

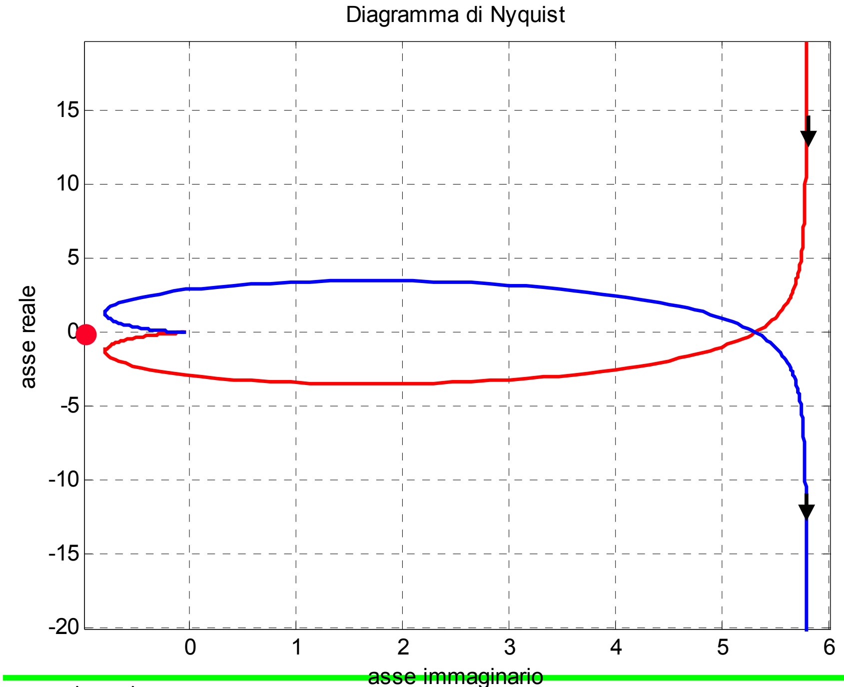




5

Nero esatto

Verde asintotico



Per Kp>0 il diagramma compie sempre un giro orario quindi è instabile. Per Kp negativo il diagramma ruota di 180° ed il sistema è stabile se Kp>-0.17

Complessivamente:

-01.7<Kp<0

3

$$W(s)=\frac{K_p(s+1)}{s^3+2s^2+K_ps+K_p}$$

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 1 & K_p \\ 2 & 2 & K_p \\ 1 & \dfrac{K_p-2K_p}{-2} & \\ 0 & K_p & \end{array}$$

$$K_p>0$$

6

Per avere un sistema di controllo di tipo 0 non devono esserci poli nell'origine in catena diretta: $h=0$

$$e_u=\lim_{s\to 0} s\left(K_d-\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)/K_d}\right)U(S)=\frac{K_d^2}{K_d+K_{G1}K_{G2}}2=\frac{1}{1+K*3/2}2=\frac{4}{2+3K}<0.1\Rightarrow K>12.66$$

$$e_z=\lim_{s\to 0} s\left(\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)/K_d}\right)Z(s)=\lim_{s\to 0} s\left(\frac{(s+3)}{K(s+3)+(s+2)}\right)\frac{1}{s}=\frac{3}{3K+2}<0.2\Rightarrow K>4.33$$

da cui:

$K>12.66$

all'aumentare di K il sistema non può diventare instabile in quanto non ci sono poli a parte reale positiva e la fase della funzione a ciclo aperto non scende mai sotto i -180. Questo implica un margine di fase sempre positivo.

7

$3\dot{x}+2x^2=2u$

Equilibrio:

$2x_0^2=2u_0$

$u_0=2\Rightarrow x_0=\pm\sqrt{2}$

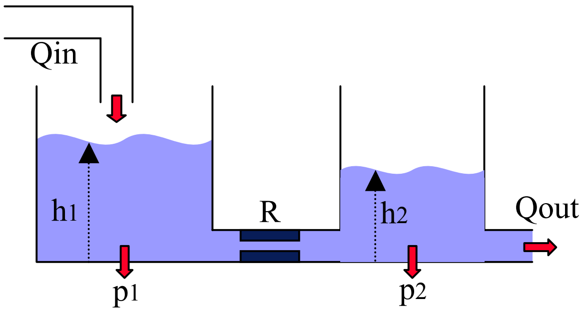
Linearizzando:

$3\Delta\dot{x}+2x_0^2+4x_0\Delta x=2u_0+2\Delta u\Rightarrow 3\Delta\dot{x}\pm 4\sqrt{2}\Delta x=2\Delta u$

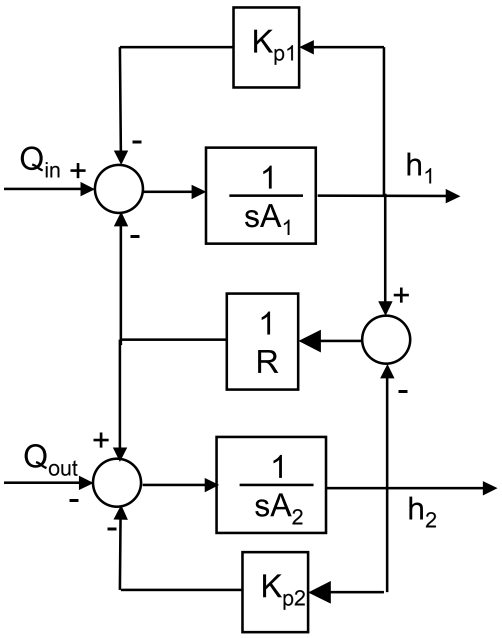
L-trasformando (considerando delle condizioni iniziali uguali a zero per Δx e Δu) e ricavando la funzione di trasferimento tra Δu e Δx

$$\frac{\Delta x}{\Delta u}=\frac{2}{3s\pm 4\sqrt{2}}$$

quindi un punto di equilibrio (quello con il +) è asintoticamente localmente stabile per il sistema non lineare, mentre l'altro (con il -) è non stabile.



1



2

$$G(s)=\frac{3}{s+4};U(s)=\frac{1}{s}\left(1-\frac{1}{s}+\frac{1}{s}e^{-s}\right)=\frac{1}{s}+\frac{1}{s^2}\left(-1+e^{-s}\right)$$

$$Y(s)=G(s)U(s)=\frac{3}{(s+4)}\left[\frac{1}{s}+\frac{1}{s^2}\left(-1+e^{-s}\right)\right]$$

$$y(\infty)=\lim_{s\to 0} sY(s)=\lim_{s\to 0}\frac{3}{(s+4)}\left[1+\frac{1}{s}\left(-1+e^{-s}\right)\right]=\frac{3}{4}+\lim_{s\to 0}\frac{3}{(s+4)}\frac{1}{s}\left(-1+e^{-s}\right)$$

forma ambigua 0 su 0. Derivando:

$$=\frac{3}{4}+\lim_{s\to 0}\frac{1}{2s+4}(-3e^{-s})=0$$

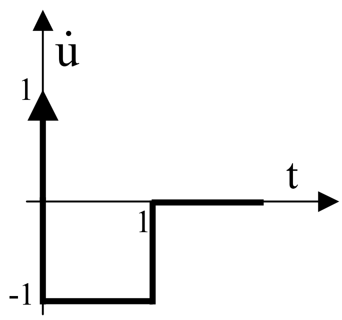
$$Y_1(s)=\frac{1}{s}\frac{3}{(s+4)}=\frac{3/4}{s}-\frac{3/4}{(s+4)}$$

$$y_1(t)=\frac{3}{4}\delta_{-1}(t)-\frac{3}{4}\delta_{-1}(t)e^{-4t}$$

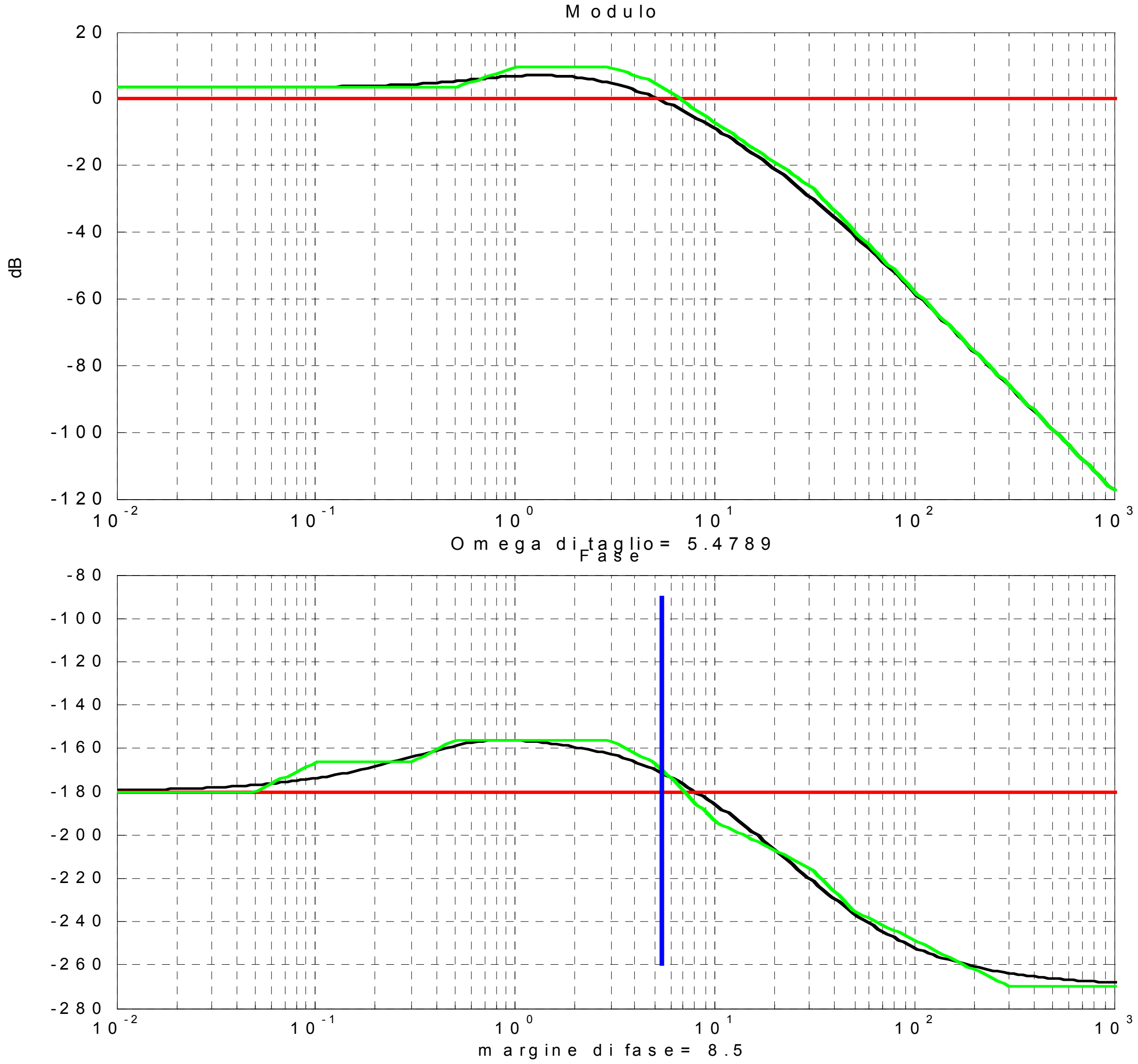
$$Y_2(s)=\frac{1}{s^2}\frac{3}{(s+4)}=-\frac{3/16}{s}+\frac{3/4}{s^2}+\frac{3/16}{s+4}$$

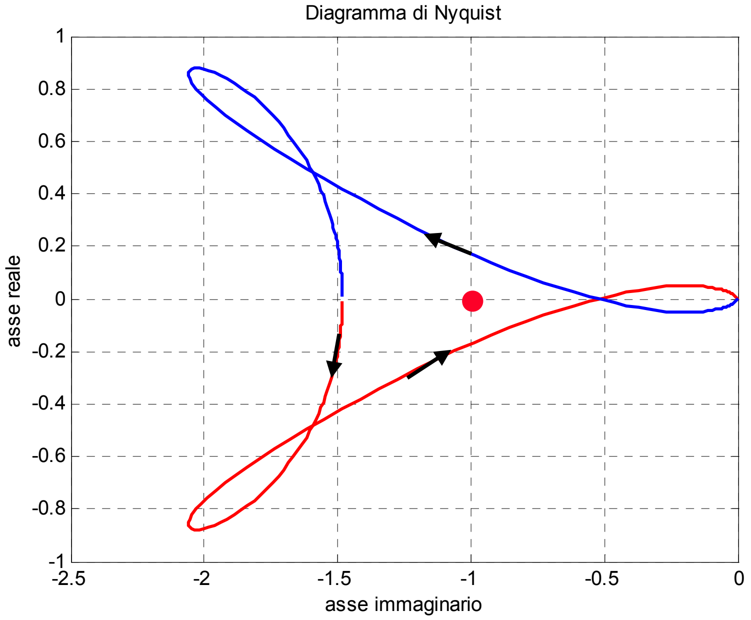
$$y_2(t)=-\frac{3}{16}\delta_{-1}(t)+\frac{3}{4}t\delta_{-1}(t)+\frac{3}{16}\delta_{-1}(t)e^{-4t}$$

$$y(t)=y_1(t)+y_2(t)+y_2(t-1)$$



5





Il sistema a ciclo chiuso è stabile in quanto il grafico di Nyquist compie un giro in senso antiorario intorno al punto –1 ed è presente un polo aparte reale positiva nella funzione di cilclo. I limiti per il Kp sono, dal grafico: 0.67<Kp<2

$$W(s)=\frac{K_p 2}{s^2+3s+2K_p}$$ 3

ponendo $s=\sigma-1$

$$(\sigma-1)^2+3(\sigma-1)+2K_p=\sigma^2+\sigma-2+2K_p$$

$$-2+2K_p>0$$

$$K_p>1$$

Per avere un sistema di controllo di tipo 1 deve esserci un solo polo nell'origine in catena diretta:

$h=0$ 6

$$e_u=\lim_{s\to0}s\left(K_d-\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)/K_d}\right)U(S)=\frac{K_d^2}{K_{G1}K_{G2}}2=\frac{1}{K*1/4}2=\frac{8}{K}<0.05\Rightarrow K>160$$

$$e_z=\lim_{s\to0}s\left(\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)/K_d}\right)Z(s)=\lim_{s\to0}s\left(\frac{(s+1)}{s(s+4)+K(s+1)}\right)\frac{1}{s}=\frac{1}{K}<0.01\Rightarrow K>100$$

da cui:

$K>160$

all'aumentare di K il sistema non può diventare instabile in quanto non ci sono poli a parte reale positiva e la fase della funzione a ciclo aperto non scende mai sotto i -180. Questo implica un margine di fase sempre positivo.

$2\dot{x}+4x^2u=u$

Equilibrio:

$4x_0^2u_0=u_0$ 7

$u_0=1\Rightarrow x_0=\pm0.5$

Linearizzando:

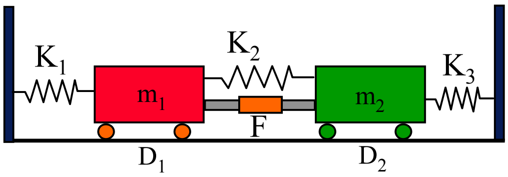
$$2\Delta\dot{x}+4x_0^2u_0+8x_0u_0\Delta x+4x_0^2\Delta u=u_0+\Delta u\Rightarrow 2\Delta\dot{x}\pm4\Delta x+\Delta u=\Delta u\Rightarrow 2\Delta\dot{x}\pm4\Delta x=0$$

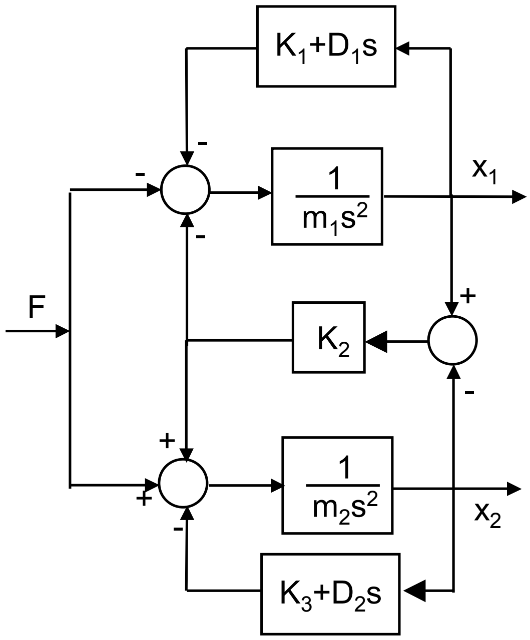
L-trasformando (considerando delle condizioni iniziali diverse da zero solo per Δx) e ricavando la funzione di trasferimento tra Δx_0 e Δx

$$2s\Delta x-\Delta x_0\pm4\Delta x=0$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta x_0}=\frac{1}{2s\pm4}$$

quindi un punto di equilibrio (quello con il +) è asintoticamente localmente stabile per il sistema non lineare, mentre l'altro (con il -) è non stabile.





1

2

$$G(s)=\frac{5}{s};U(s)=\frac{1}{s}\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s}e^{-s}-e^{-s}\right)=-\frac{1}{s}e^{-s}+\frac{1}{s^2}\left(1-e^{-s}\right)$$

$$Y(s)=G(s)U(s)=\frac{5}{s}\left[-\frac{1}{s}e^{-s}+\frac{1}{s^2}\left(1-e^{-s}\right)\right]$$

$$y(\infty)=\lim_{s\to 0}sY(s)=\lim_{s\to 0}5\left[-\frac{1}{s}e^{-s}+\frac{1}{s^2}\left(1-e^{-s}\right)\right]=\lim_{s\to 0}5\frac{-se^{-s}+1-e^{-s}}{s^2}$$

forma ambigua 0 su 0. Derivando:

$$y(\infty)=\lim_{s\to 0}5\frac{-e^{-s}+se^{-s}+e^{-s}}{2s}=\lim_{s\to 0}5\frac{e^{-s}}{2}=\frac{5}{2}$$

$$Y_1(s)=\frac{1}{s^2}$$

$$y_1(t)=t\delta_{-1}(t)$$

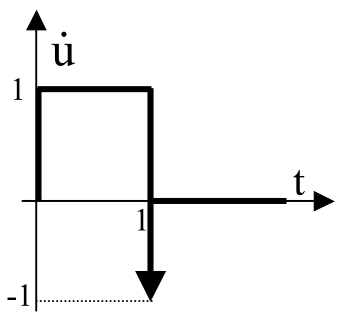
$$Y_2(s)=\frac{1}{s^3}$$

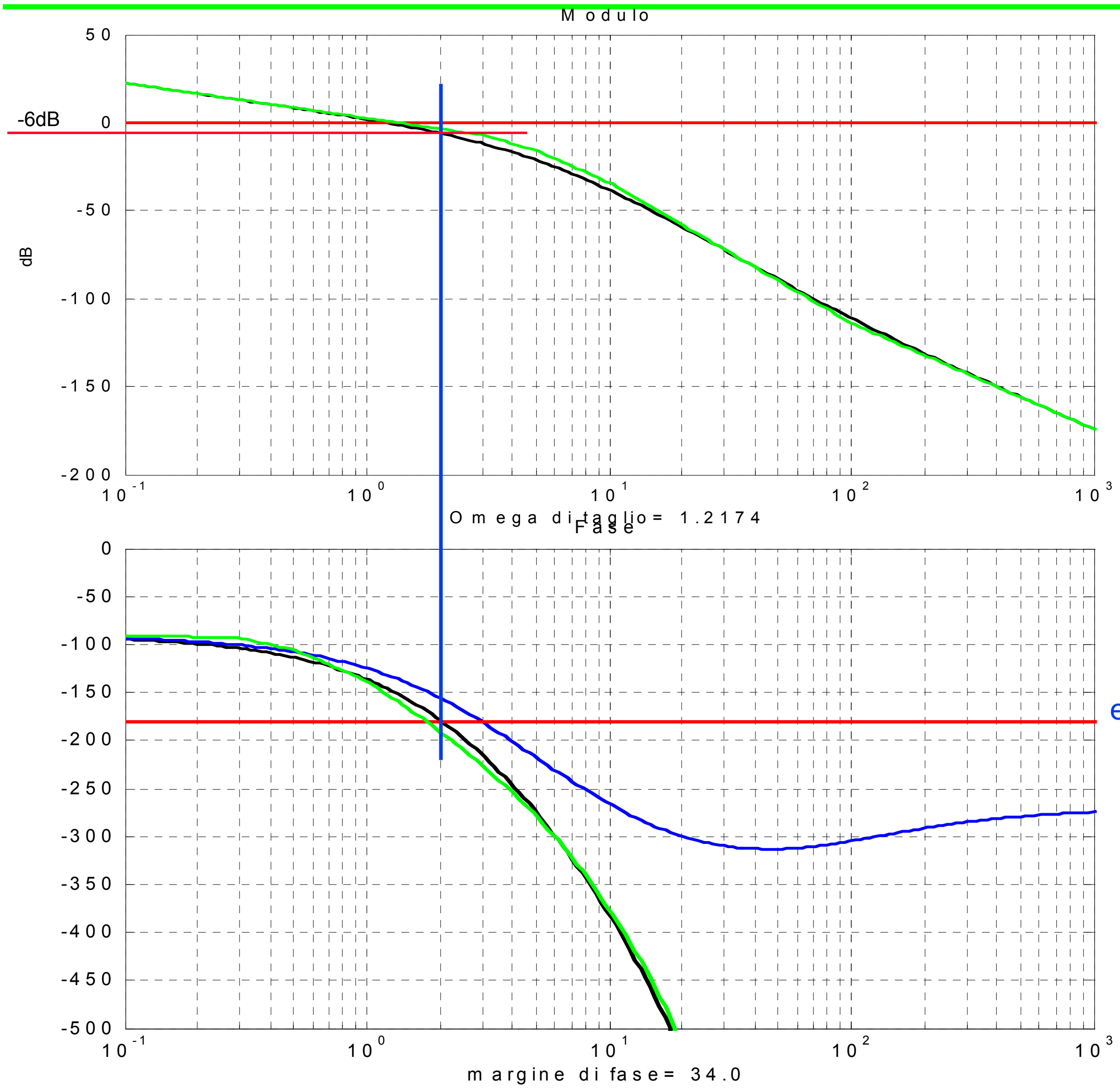
$$y_1(t)=\frac{1}{2}\delta_{-1}(t)t^2$$

$$y(t)=-5y_1(t-1)+5y_2(t)-5y_2(t-1)$$

che, per $t>1$, si può scrivere anche

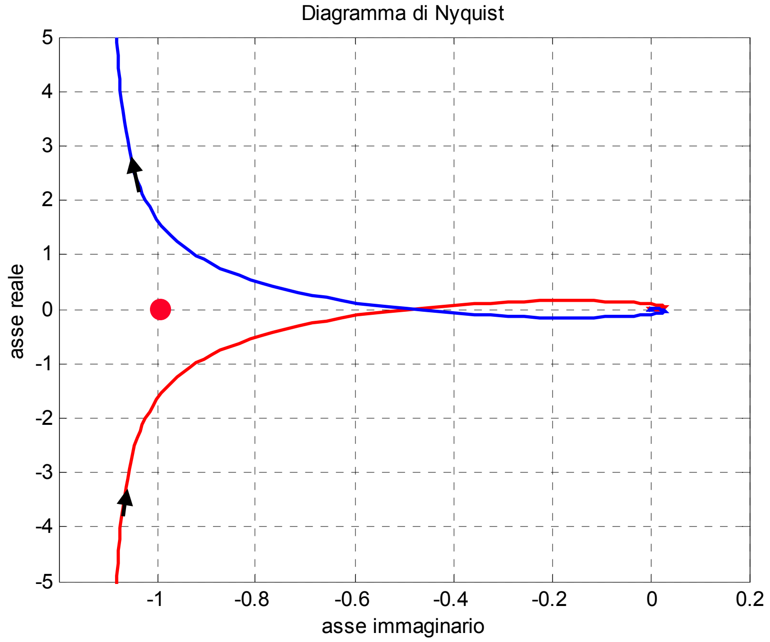
$$y(t)=-5(t-1)+\frac{5}{2}t^2-\frac{5}{2}(t-1)^2=\frac{5}{2}$$





5

Nero
esatto
Verde
asintotico
Blu
senza
esponenziale



Il sistema è stabile rimane tale fino a quando Kp<2. Per Kp<0 il grafico gira intorno al punto –1 e quindi risulta instabile. Complessivamente Kp<2

$$W(s)=\frac{K_p(1-s)}{s^3+3.5s^2+(3-K_p)s+K_p}$$

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 1 & 3-K_p \\ 2 & 3.5 & K_p \\ 1 & \dfrac{K_p-10.5+3.5K_p}{-3.5} & \\ 0 & K_p & \end{array}$$

3

$$\begin{cases} K_p>0 \\ K_p<2.33 \Rightarrow \{0<K_p<2.33 \\ K_p<3 \end{cases}$$

Per avere un sistema di controllo di tipo 2 devono esserci due polo nell'origine in catena diretta: $h=1$

6

$$e_u=\lim_{s\to 0} s(K_d-\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)/K_d})U(S)=\frac{K_d^2}{K_{G1}K_{G2}}2=\frac{1}{K*0.1}2=\frac{2*10}{K}<0.1\Rightarrow K>200$$

$$e_z=\lim_{s\to 0} s\left(\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)/K_d}\right)Z(s)=\lim_{s\to 0} s\left(\frac{s(s+0.5)}{s^2(s+5)+K(s+0.5)}\right)\frac{1}{s^2}=\frac{0.5}{K0.5}<0.2\Rightarrow K>5$$

da cui:

$K>200$

all'aumentare di K il sistema non può diventare instabile in quanto non ci sono poli a parte reale positiva e la fase della funzione a ciclo aperto non scende mai sotto i -180.

La fase, infatti, parte da -180 ma lo zero viene prima del polo per cui la fase rimane compresa tra -180 e -90. Questo implica un margine di fase sempre positivo.

7

$4\dot{x}+2x^2u^2=u$

Equilibrio:

$2x_0^2u_0^2=u_0$

$u_0=2\Rightarrow x_0=\pm\frac{1}{2}$

Linearizzando:

$$4\Delta\dot{x}+2x_0^2u_0^2+4x_0u_0^2\Delta x+4x_0^2u_0\Delta u=u_0+\Delta u\Rightarrow 4\Delta\dot{x}\pm 8\Delta x+2\Delta u=\Delta u\Rightarrow 4\Delta\dot{x}\pm 8\Delta x=-3\Delta u$$

L-trasformando (considerando delle condizioni iniziali uguali a zero per Δx e Δu) e ricavando la funzione di trasferimento tra Δu e Δx

$$\frac{\Delta x}{\Delta u}=\frac{-1}{4s\pm 8}$$

quindi un punto di equilibrio (quello con il +) è asintoticamente localmente stabile per il sistema non lineare, mentre l'altro (con il -) è non stabile.