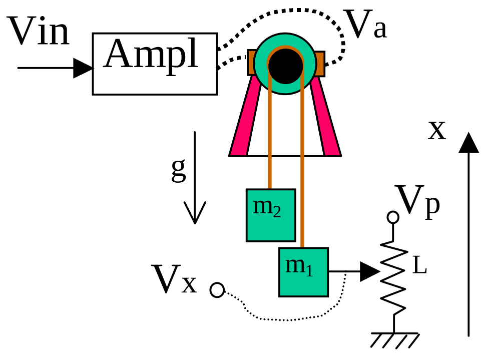
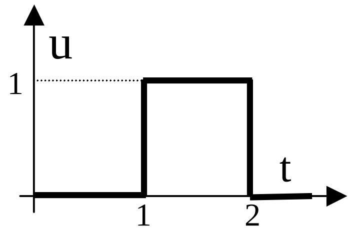
Primo accertamento di Fondamenti di Automatica

Corsi di Laurea in Elettronica e in Meccanica

2 maggio 2000 – Compito **A**

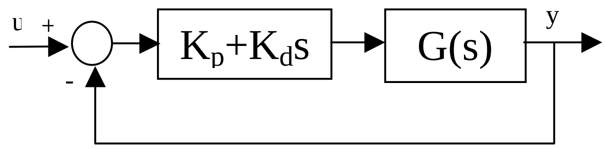
1. Disegnare lo **schema a blocchi** del sistema elettro-meccanico raffigurato supponendo che la puleggia abbia raggio **r**, l'amplificatore sia modellabile con un guadagno ed una costante di tempo **$K_a/(1+\tau_a s)$**, che la posizione **x** della massa **m_1** sia misurata con un potenziometro, e che l'errore rispetto ad una tensione di riferimento **V_{rif}** sia utilizzato per costruire un loop per la regolazione di **x** tramite un controllore proporzionale. Supporre il motore in c.c. controllato in tensione e calcolare la funzione di trasferimento tra il riferimento **V_{rif}** e la posizione **x**.





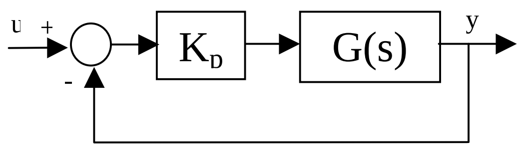
2. Dato il sistema **$G(s)=(s+1)/(s+2)$** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso **u(t)** avente l'andamento temporale raffigurato. Determinarne, quindi, il limite per **t** tendente all'infinito.

3. Dedurre, mediante il **criterio di Routh** ,per quali valori di **Kp** e **Kd** il sistema a ciclo chiuso raffigurato con **$G(s)=1/[s(s+1)(s+2)]$** risulta stabile.



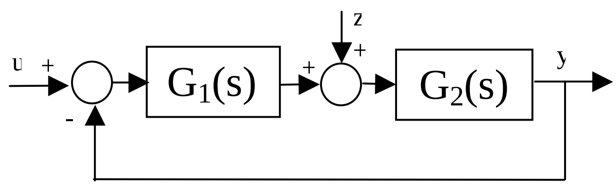
4. Relativamente all'esercizio precedente, e pensando alla posizione dello zero introdotto con il controllore **PD,** giustificare la condizione ottenuta per il coefficiente **Kd**.

5. Studiare mediante il tracciamento dei diagrammi di **Bode** (asintotico) e di **Nyquist** (qualitativo) la stabilità del sistema in controreazione raffigurato con **$G(s)=100(s+1)/[s(s^2+6s+100)(s/10\ +1)]$** al variare di **Kp**. Per tracciare i diagrammi supporre inizialmente Kp=1.



6. Dato il seguente schema di controllo con **$G_1(s)=1/[s(s+4)]$** e **$G_2(s)=(s+10)/(s+3)$,** determinare:

   a. Il **tipo** del sistema di controllo
   b. L'**errore** in uscita e(t)=yd-y(t) a regime permanente per un ingresso pari a u(t)=3t
   c. L'errore in uscita per un **disturbo** z(t) a gradino di ampiezza 2
   d. Se z(t) fosse un segnale **sinusoidale** di ampiezza unitaria e frequenza 10Hz, quale sarebbe l'ampiezza dell'errore in uscita?



7. Linearizzare il seguente sistema di equazioni differenziali con **c** costante positiva e **u_0=0**. Determinare, quindi, la stabilità della funzione di trasferimento $\frac{\Delta Y}{\Delta U}$.

$$\begin{cases} \dot{x} = c + y + u \\ \dot{y} = yx + 2c \end{cases}$$

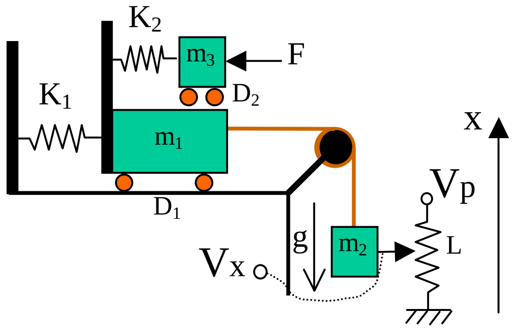
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Elettronica/Meccanica/Diploma:	**Anno di immatricolazione:**	

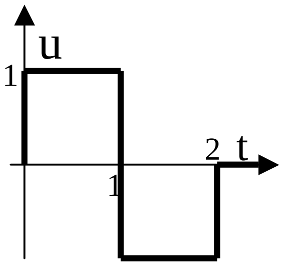
Primo accertamento di Fondamenti di Automatica

Corsi di Laurea in Elettronica e in Meccanica

2 maggio 2000 – Compito **B**

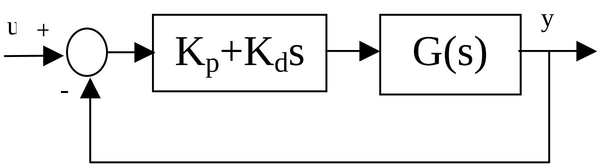
1. Tracciare lo **schema a blocchi** del sistema meccanico raffigurato, supponendo che la posizione **x** della massa $\mathbf{m_1}$ sia misurata con un potenziometro e che i due carrelli abbiano un attrito D1 e D2. Calcolare, infine, la funzione di trasferimento tra la forza **F** e la tensione del potenziometro **Vx**.





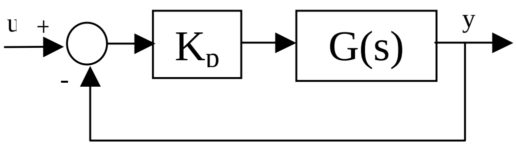
2. Dato il sistema **G(s) = (s+2)/(s+3)** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso **u(t)** avente l'andamento temporale raffigurato. Determinarne, quindi, il limite per **t** tendente all'infinito.

3. Dedurre, mediante il **criterio di Routh** ,per quali valori di **Kp** e **Kd** il sistema a ciclo chiuso raffigurato con **G(s)=(s+3)/[s(s+2)]** risulta stabile.



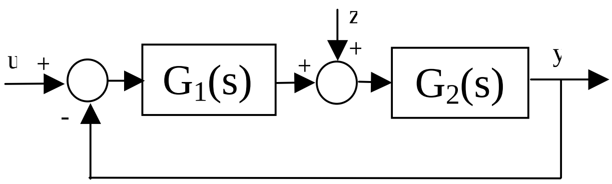
4. Relativamente all'esercizio precedente, e pensando alla posizione dello zero introdotto con il controllore **PD,** giustificare la condizione ottenuta per i coefficienti **Kp** e **Kd**.

5. Studiare mediante il tracciamento dei diagrammi di **Bode** (asintotico) e di **Nyquist** (qualitativo) la stabilità del sistema in controreazione raffigurato con $\mathbf{G(s)=300(s/10+1)/[s(s^2+10s+100)(s+1)]}$ al variare di **Kp**. Per tracciare i diagrammi supporre inizialmente Kp=1.



6. Dato il seguente schema di controllo con $\mathbf{G_1(s)=(s+1)/[(s+4)]}$ e $\mathbf{G_2(s)=2/[s(s+3)]}$, determinare:

   a. Il **tipo** del sistema di controllo
   b. L'**errore** in uscita e(t)=yd-y(t) a regime permanente per un ingresso pari a u(t)=2t
   c. L'errore in uscita per un **disturbo** z(t) a gradino di ampiezza 1.5
   d. Se z(t) fosse un segnale **sinusoidale** di ampiezza unitaria e frequenza 5Hz, quale sarebbe l'ampiezza dell'errore in uscita?



7. Linearizzare il seguente sistema di equazioni differenziali con **c** costante positiva, $\mathbf{x_0>0}$, $\mathbf{y_0>0}$ e $\mathbf{u_0=0}$. Determinare, quindi, la stabilità della funzione di trasferimento $\dfrac{\Delta Y}{\Delta U}$.

$$\begin{cases} \dot{x} = -4c^2 + y^2 + u \\ \dot{y} = x^2 - c^2 \end{cases}$$

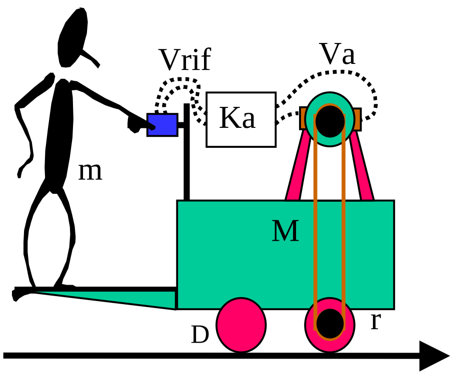
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Elettronica/Meccanica/Diploma:	**Anno di immatricolazione:**	

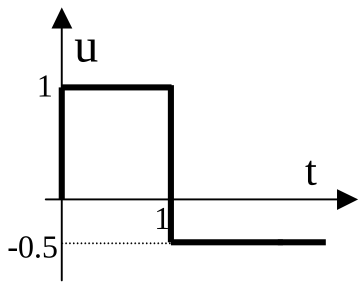
Primo accertamento di Fondamenti di Automatica

Corsi di Laurea in Elettronica e in Meccanica

2 maggio 2000 – Compito **C**

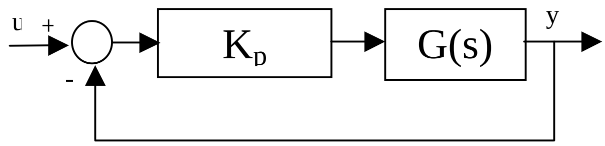
1. Tracciare lo **schema a blocchi** del sistema elettromeccanico raffigurato, supponendo che l'operatore (di peso **m**) manovri un potenziometro di riferimento in grado di imporre una tensione $\mathbf{V_{rif}}$ compresa tra **zero** e **Vp** all'amplificatore di guadagno **Ka**, il motore in c.c. sia controllato in tensione, ed il carrello abbia un attrito **D**. Calcolare poi la funzione di trasferimento tra $\mathbf{V_{rif}}$ e la velocità lineare del carrello.





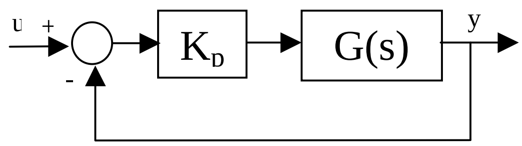
2. Dato il sistema **G(s) = (s+3)/[s(s+1)]** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso **u(t)** avente l'andamento temporale raffigurato. Determinarne, quindi, il limite per **t** tendente all'infinito.

3. Dedurre, mediante il **criterio di Routh**, per quali valori di **Kp** il sistema a ciclo chiuso raffigurato, con **G(s)=(s+30)(s+20)/[s(s+2)(s+4)],** risulti stabile.



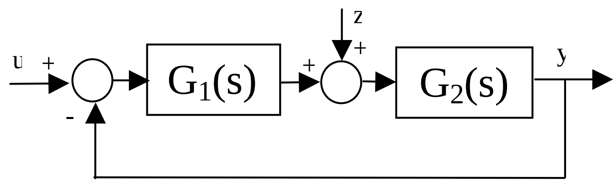
4. Relativamente all'esercizio precedente e considerando le posizioni relative dei poli e degli zeri della **G(s)**, spiegare il risultato ottenuto per **Kp**.

5. Studiare mediante il tracciamento dei diagrammi di **Bode** (asintotico) e di **Nyquist** (qualitativo) la stabilità del sistema in controreazione raffigurato con $\mathbf{G(s)=(s^2+4s+100)/[100\ s\ (s\ +1)^2]}$ al variare di **Kp**. Per tracciare i diagrammi supporre inizialmente Kp=1.



6. Dato il seguente schema di controllo con $\mathbf{G_1(s)=(s+1)/[(s+2)]}$ e $\mathbf{G_2(s)=2/[(s+3)]}$**,** determinare:

   a. Il **tipo** del sistema di controllo
   b. L'**errore** in uscita e(t)=yd-y(t) a regime permanente per un ingresso pari a $u(t)=2.5\delta_{-1}(t)$
   c. L'errore in uscita per un **disturbo** z(t) a gradino di ampiezza 2
   d. Se z(t) fosse un segnale **sinusoidale** di ampiezza unitaria e frequenza 4Hz, quale sarebbe l'ampiezza dell'errore in uscita?



7. Linearizzare il seguente sistema di equazioni differenziali con **c** costante positiva e $\mathbf{u_0=0}$. Determinare, quindi, la stabilità della funzione di trasferimento $\frac{\Delta Y}{\Delta U}$.

$$\begin{cases} \dot{x} = cxy + u \\ \dot{y} = -3y^2 + x \end{cases}$$

Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Elettronica/Meccanica/Diploma:	**Anno di immatricolazione:**	

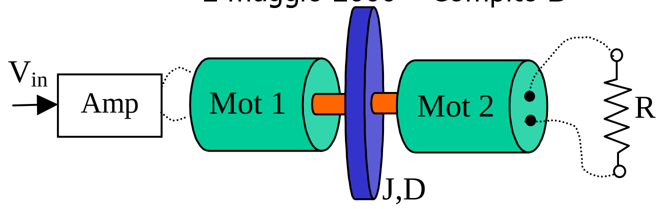
i

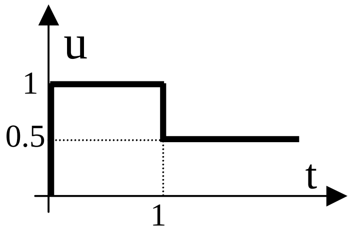
Primo accertamento di Fondamenti di Automatica

Corsi di Laurea in Elettronica e in Meccanica

2 maggio 2000 – Compito **D**

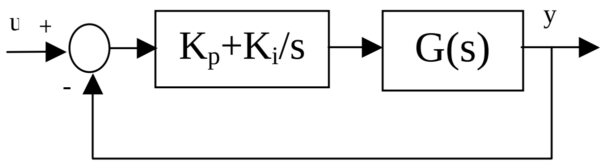
1. Tracciare lo **schema a blocchi** del sistema elettromeccanico raffigurato, supponendo che il primo motore sia controllato in corrente e che il secondo funzioni da freno elettrico. Calcolare poi la funzione di trasferimento tra $\mathbf{V_{in}}$ e la velocità angolare dell'asse di rotazione.





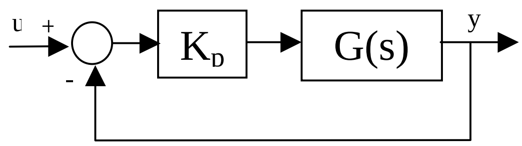
2. Dato il sistema **G(s) = (s-3)/[(s+2)(s+1)]** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso **u(t)** avente l'andamento temporale raffigurato. Determinarne, quindi, il limite per **t** tendente all'infinito.

3. Dedurre, mediante il **criterio di Routh**, per quali valori di **Kp** e $\mathbf{K_i}$ il sistema a ciclo chiuso raffigurato, con **G(s)=1/[(s+2)(s+4)],** risulti stabile.



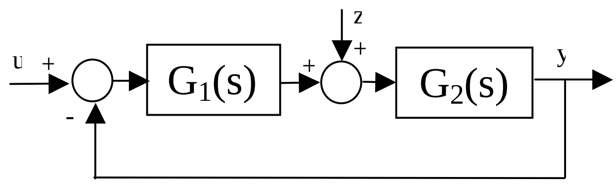
4. Spiegare con un esempio il motivo per il quale avendo una funzione di trasferimento a ciclo aperto che presenti zeri a fase non minima (parte reale positiva) è più difficile soddisfare delle specifiche sul regime permanente a ciclo chiuso molto stringenti.

5. Studiare mediante il tracciamento dei diagrammi di **Bode** (asintotico) e di **Nyquist** (qualitativo) la stabilità del sistema in controreazione raffigurato con **G(s)= 3*(2s+1)/[(1-s) (s/5 +1)]** al variare di **Kp**. Per tracciare i diagrammi supporre inizialmente Kp=1.



6. Dato il seguente schema di controllo con $\mathbf{G_1(s)=(s+1)/[s(s+5)]}$ e $\mathbf{G_2(s)=1/[(s+2)]}$, determinare:

   a. Il **tipo** del sistema di controllo
   b. L'**errore** in uscita e(t)=yd-y(t) a regime permanente per un ingresso pari a u(t)=3t
   c. L'errore in uscita per un **disturbo** z(t) a rampa di pendenza unitaria
   d. Se z(t) fosse un segnale **sinusoidale** di ampiezza unitaria e frequenza 1Hz, quale sarebbe l'ampiezza dell'errore in uscita?

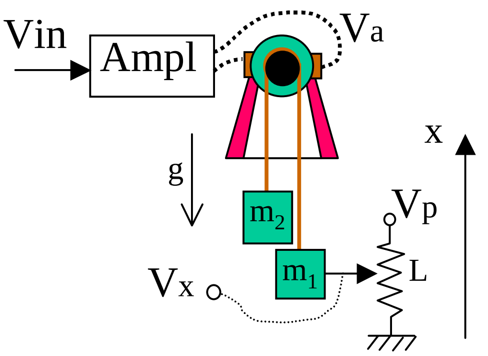


7. Linearizzare il seguente sistema di equazioni differenziali con **c** costante positiva, $\mathbf{y_0 \neq 0}$ e $\mathbf{u_0=0}$. Determinare, quindi, la stabilità della funzione di trasferimento $\dfrac{\Delta Y}{\Delta U}$.

$$\begin{cases} \dot{x} = -c\sin(x) + u \\ \dot{y} = -3y + y^2 + x \end{cases}$$

Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Elettronica/Meccanica/Diploma:	**Anno di immatricolazione:**	

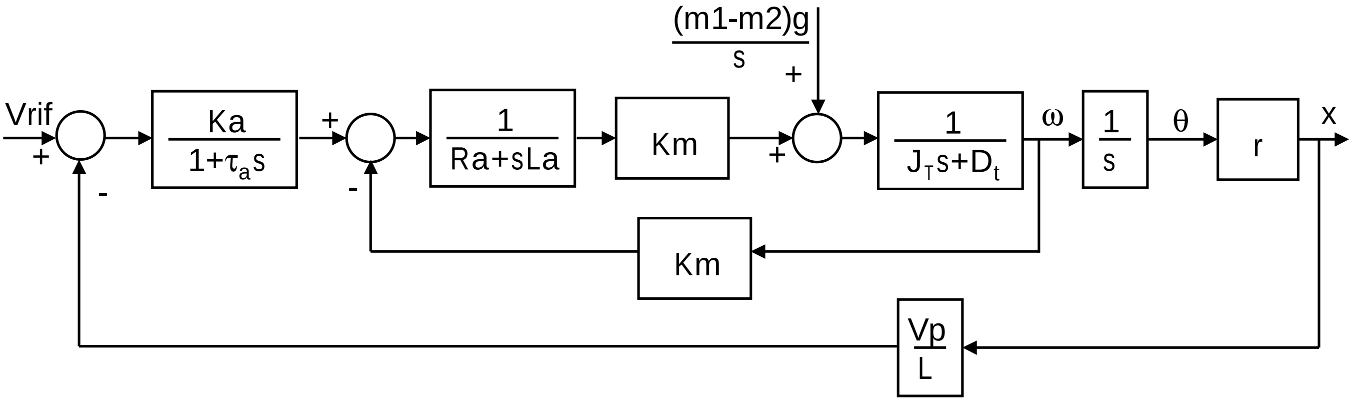
1



$J_T = J_m + (m1+m2)r^2$

$D_t = D_m + D_{puleggia}$

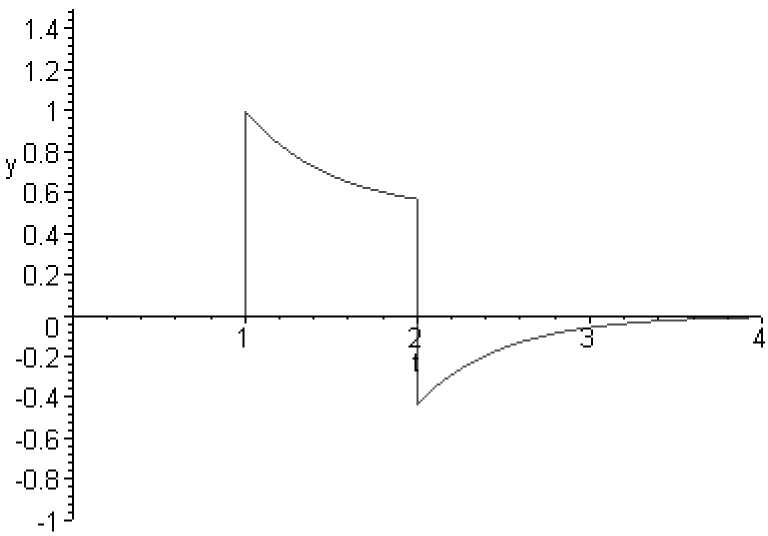
$$\frac{X(s)}{Vrif(s)} = \frac{K_m^2 L}{[(R_a + sL_a)(J_T s + D_T) + K_m]s(1+\tau_a)L + K_m^2 r K_a V_p}$$



2

$$U(s) := \frac{e^{(-s)}}{s} - \frac{e^{(-2s)}}{s}$$

$$y(t) := \frac{1}{2}\delta(t-1)\,e^{(-2t+2)} - \frac{1}{2}\delta(t-2)\,e^{(-2t+4)} + \frac{1}{2}\delta(t-1) - \frac{1}{2}\delta(t-2)$$



$$W(s)=\frac{K_p+K_d s}{s^3+3s^2+(2+K_d)s+K_p}$$

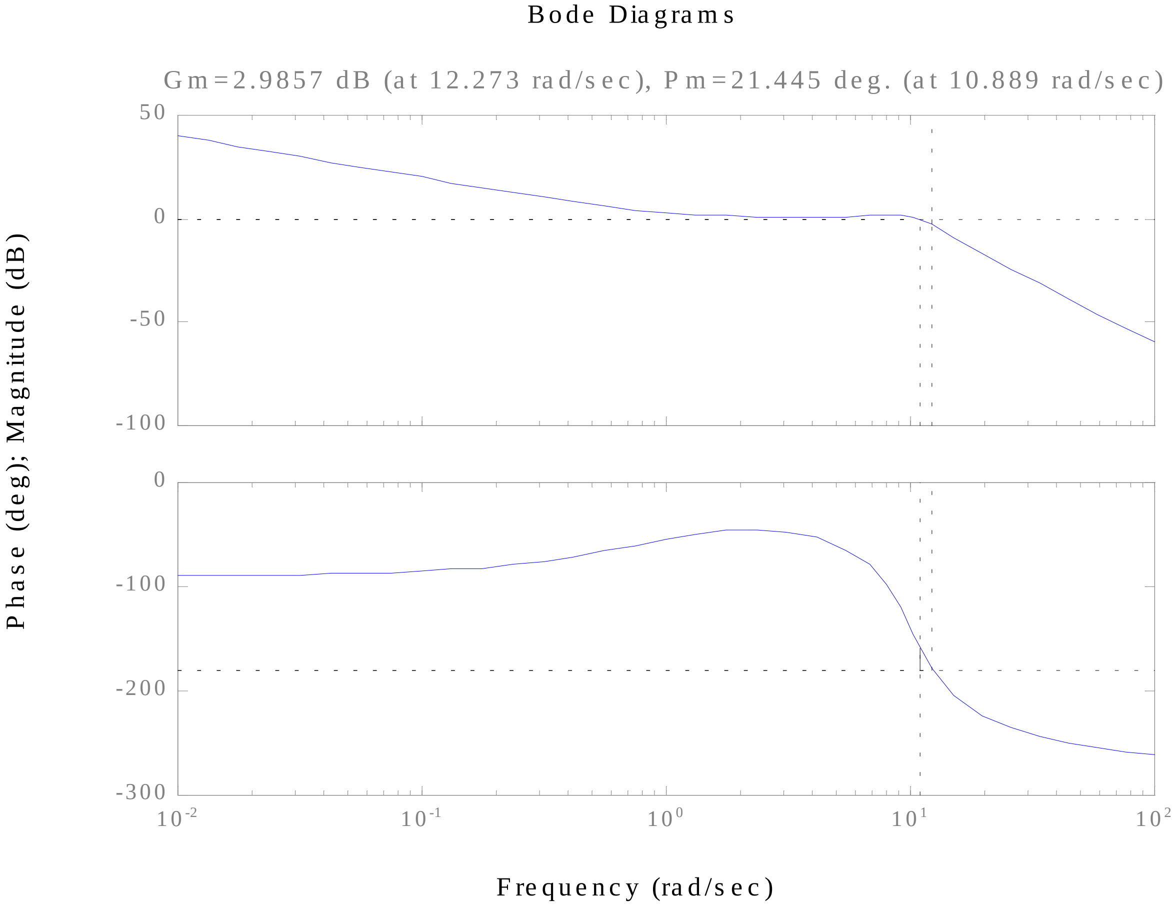
$$\begin{array}{c|cc} 3 & 1 & 2+K_d \\ 2 & 3 & K_p \\ 1 & \dfrac{K_p-6-3K_d}{-3} & \\ 0 & K_p & \end{array}$$

$$\begin{cases} K_p>0 \\ K_d>\dfrac{K_p}{3}-2 \end{cases}$$

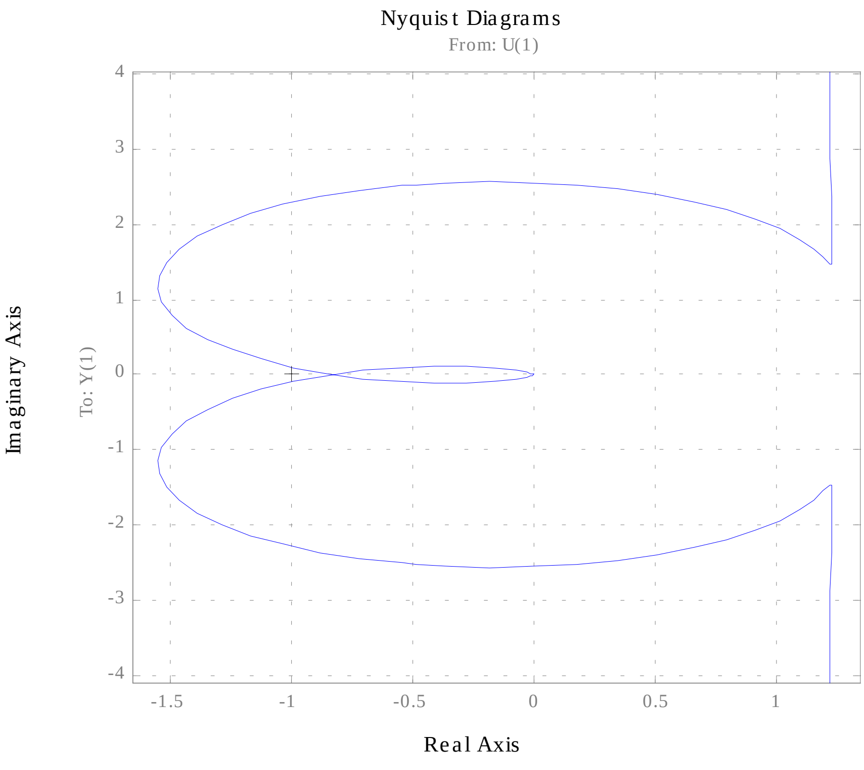
3

4

Poichè la posizione dello zero è –Kp/Kd questa, al crescere di Kp, il punto di rottura tende ad assumere al massimo il valore 3 e comunque (aumentando il Kd) si mantiene su valori più piccoli. Questo significa che si colloca in una posizione che non va mai oltre quella dei due poli reali . Questo per evitare che la fase, con tre poli a denominatore, scenda sotto i –180° e di conseguenza il sistema a ciclo chiuso diventi instabile. In particolare, per Kp <6, il Kd può anche essere negativo, cioè lo zero può anche essere a fase non minima, in quanto con un guadagno così piccolo la pulsazione di attraversamento sarà molto piccola ed il contributo di sfasamento dei due poli ancora sufficientemente piccolo.



5



Il margine di guadagno vale 1.6dB, pari a, 1.2, quindi una condizione è Kp<1.2; per Kp<0 il diagramma compie un giro in senso orario, quindi non è mai stabile. Complessivamente: 0<Kp<1.2

6

Essendoci un polo nell'origine in catena diretta Il tipo del sistema di controllo è 1.

$$e_\infty = \lim_{s\to 0} s\left(K_d - \frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)/K_d}\right)\frac{3}{s^2} = \frac{K_d^2}{K_{G1}K_{G2}}3 = \frac{1}{1/4*10/3}3 = 3.6$$

$$y_\infty = \lim_{s\to 0} s\left(\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)/K_d}\right)\frac{2}{s} = 0$$

$$|y(\infty)| = \left.\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}\right|_{s=62.8j} = 1.01$$

7

$$\begin{cases} \dot{x} = c + y + u \\ \dot{y} = yx + 2c \end{cases}$$

Equlibrio:

$$\begin{cases} 0 = c + y_0 + u_0 \\ 0 = y_0 x_0 + 2c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_0 = -c \\ x_0 = -2 \end{cases}$$

Linearizzando:

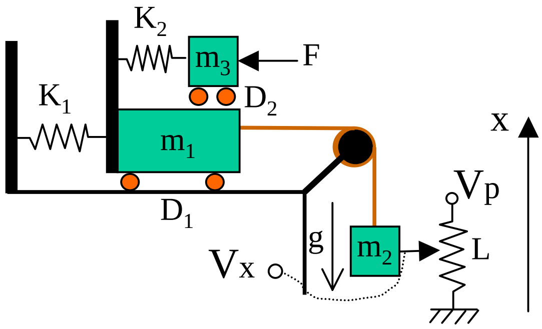
$$\begin{cases} \Delta\dot{x} = c + y_0 + \Delta y + u_0 + \Delta u \\ \Delta\dot{y} = y_0 x_0 + x_0\Delta y + y_0\Delta x + 2c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta\dot{x} = \Delta y + \Delta u \\ \Delta\dot{y} = x_0\Delta y + y_0\Delta x \end{cases}$$

L-trasformando:

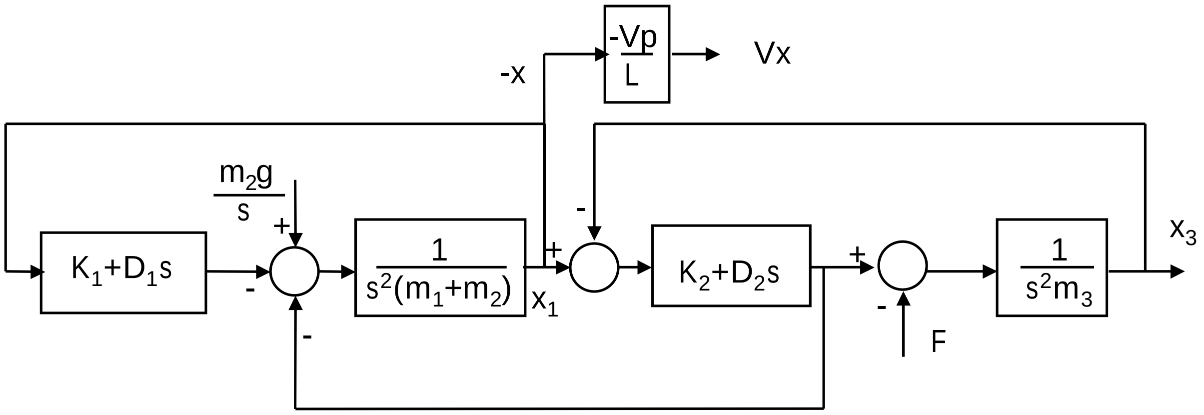
$$\begin{cases} s\Delta X = \Delta Y + \Delta U \\ s\Delta Y = 2\Delta Y - c_0\Delta X \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta Y}{\Delta U} = \frac{-c}{s^2 - 2s + c}$$

La funzione di trasferimento ha un denominatore di secondo grado con un coefficiente negativo e quindi sicuramente non è stabile.

1



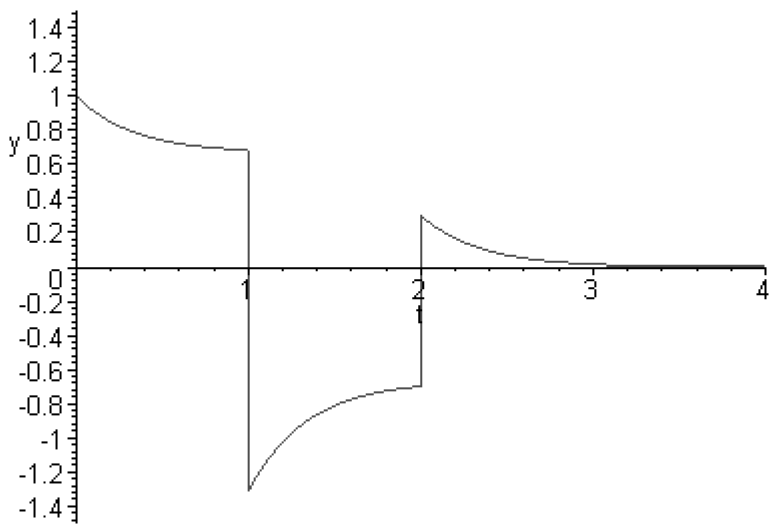
$$\frac{Vx(s)}{F(s)}=-\frac{V_p}{L}\frac{K_2+D_2 s}{m_3 s^2((m_1+m_2)s^2+(D_1+D_2)s+K_1+K_2)+(K_2+D_2 s)((m_1+m_2)s^2+D_1 s+K_1)}$$



2

$$U(s):=\frac{1}{s}-2\frac{\mathbf{e}^{(-s)}}{s}+\frac{\mathbf{e}^{(-2\,s)}}{s}$$

$$y(t):=\frac{1}{3}\mathbf{e}^{(-3\,t)}-\frac{2}{3}\delta(t-1)\,\mathbf{e}^{(-3\,t+3)}+\frac{1}{3}\delta(t-2)\,\mathbf{e}^{(-3\,t+6)}+\frac{2}{3}-\frac{4}{3}\delta(t-1)+\frac{2}{3}\delta(t-2)$$



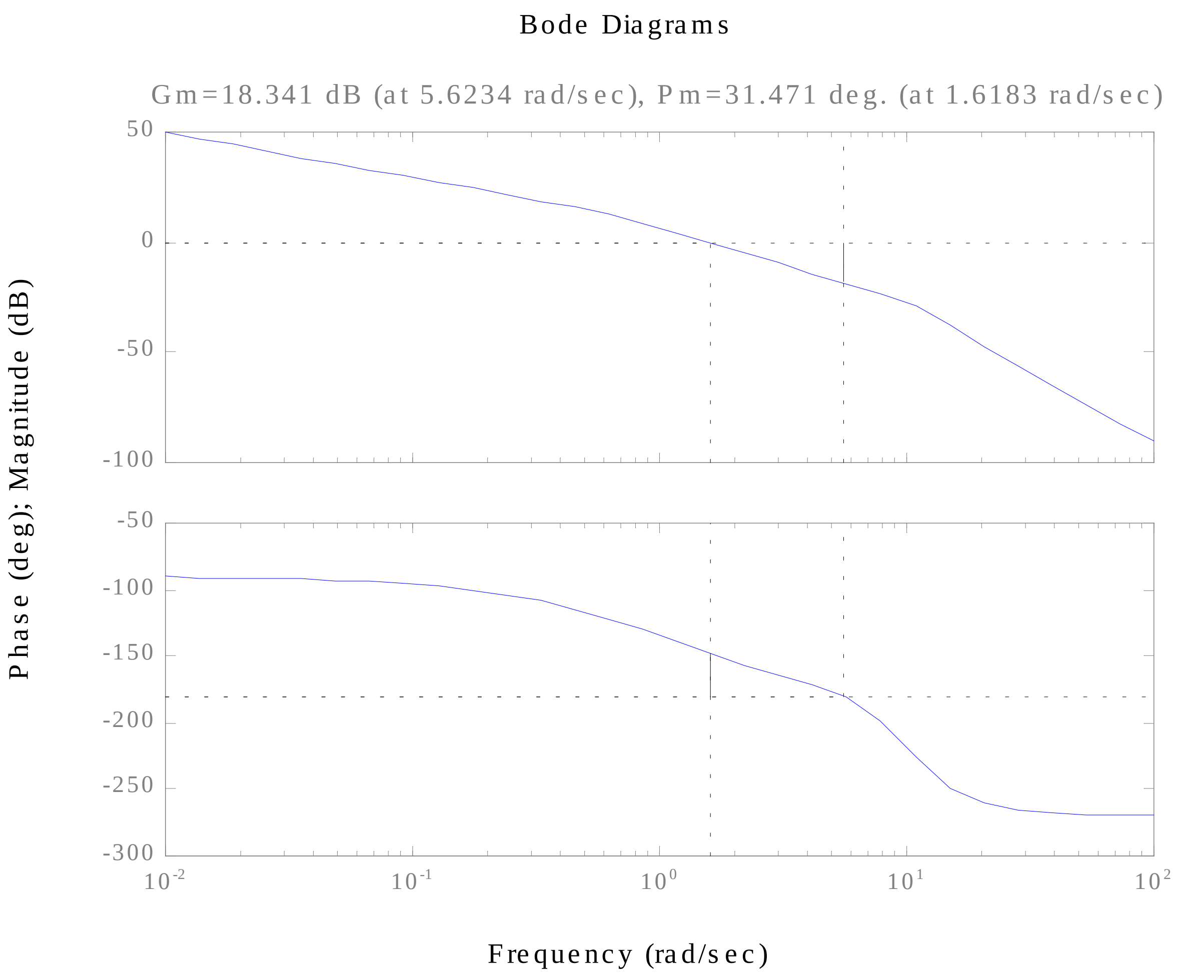
3

$$W(s) = \frac{(K_p + K_d s)(s+3)}{(1+K_d)s^2 + (2+K_p+3K_d)s + 3K_p}$$

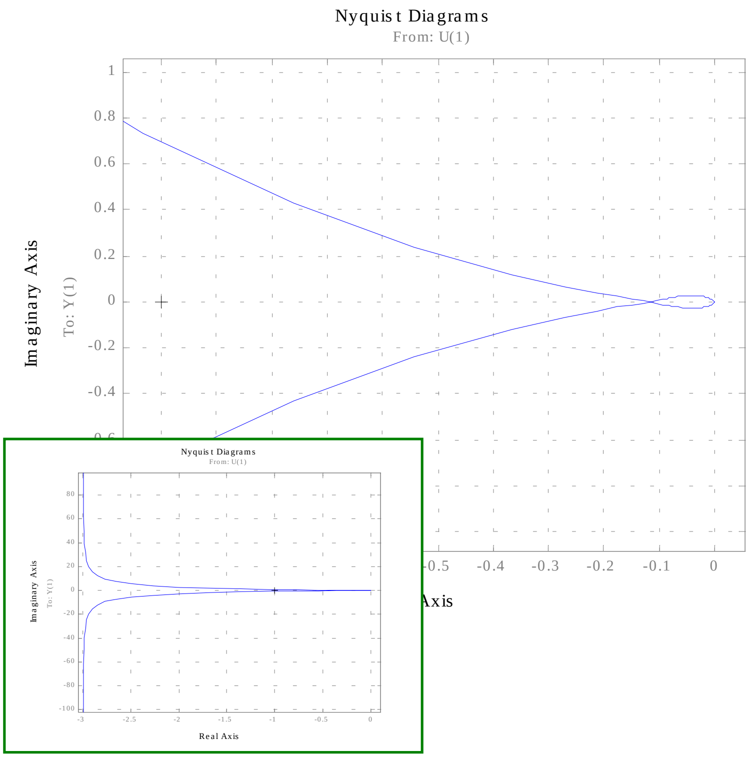
$$\begin{cases} 1+K_d > 0 \\ 2+K_p+3K_d > 0 \\ 3K_p > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_p > 0 \\ K_d > \max(-1, \frac{-2-K_p}{3}) \end{cases}$$

4

La funzione di trasferimento G(s) ha uno zero e due poli, quindi, per Kp>0 e Kd=0 sarebbe sempre stabile in quanto la fase rimarrebbe sempre compresa tra 0° e –180° garantendo un margine di stabilità positivo. Lo zero che si introduce in –Kp/Kd non è quindi funzionale alla stabilità del sistema a ciclo chiuso e, all'aumentare di Kp viene spinto sempre più lontano. Per di più risulta essere a fase non minima spingendo la fase, per ω tendente a +infinito, a –180 riducendo quindi il margine di fase.



5



Il margine di guadagno vale 18.34dB, pari a, 8.26, quindi una condizione è Kp<8.26; per Kp<0 il diagramma compie un giro in senso orario, quindi non è mai stabile. Complessivamente: 0<Kp<8.26

6

Essendoci un polo nell'origine in catena diretta Il tipo del sistema di controllo è 1.

$$e_\infty = \lim_{s\to 0} s\left(K_d - \frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)/K_d}\right)\frac{2}{s^2} = \frac{K_d^2}{K_{G1}K_{G2}}2 = \frac{1}{1/4*2/3}2 = 12$$

$$y_\infty = \lim_{s\to 0} s\left(\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)/K_d}\right)\frac{1.5}{s} = 6$$

$$|y(\infty)| = \left.\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}\right|_{s=31.4j} = 0.002$$

7

$$\begin{cases} \dot{x} = -4c^2 + y^2 + u \\ \dot{y} = x^2 - c^2 \end{cases}$$

Equlibrio:

$$\begin{cases} 0 = -4c^2 + y_0^2 + u_0 \\ 0 = x_0^2 - c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_0 = 2c \\ x_0 = c \end{cases}$$

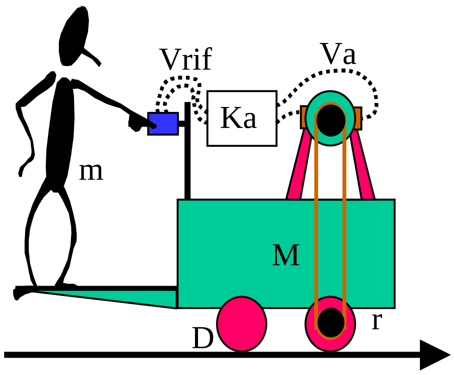
Linearizzando:

$$\begin{cases} \Delta\dot{x} = -4c^2 + {y_0}^2 + 2y_0\Delta y + u_0 + \Delta u \\ \Delta\dot{y} = x_0^2 + 2x_0\Delta x - c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta\dot{x} = 4c\Delta y + \Delta u \\ \Delta\dot{y} = 2c\Delta x \end{cases}$$

L-trasformando:

$$\begin{cases} s\Delta X = 4c\Delta Y + \Delta U \\ s\Delta Y = 2c\Delta X \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta Y}{\Delta U} = \frac{2c}{s - 8c^2}$$

La funzione di trasferimento ha un denominatore con un polo reale positivo ed un polo reale negativo, di conseguenza è instabile.

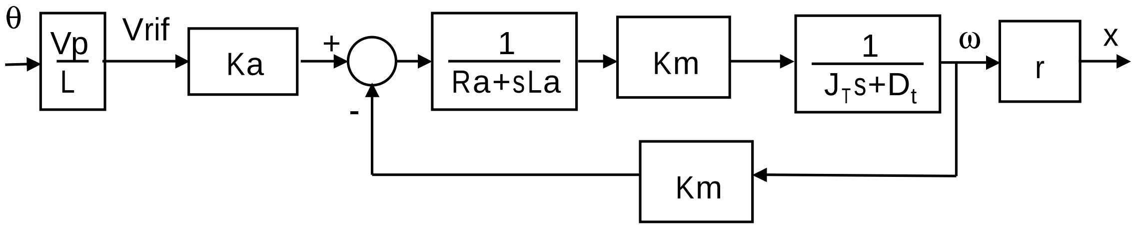


1

$J_T = J_m + J_{ruote} + (M+m)r^2$

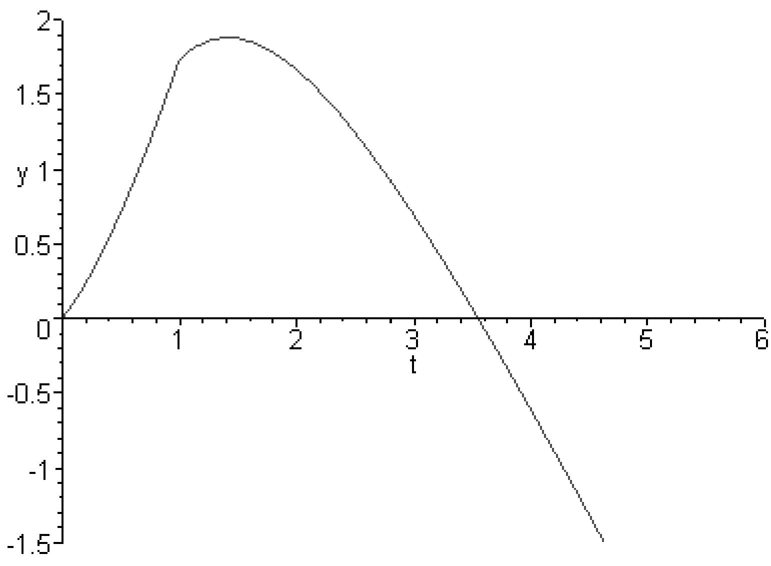
$D_t = D_m + D$

$$\frac{\Omega(s)}{\Theta(s)} = \frac{K_m K_a}{(R_a + sL_a)(J_T s + D_T) + K_m^2} \frac{V_p}{L}$$



2

$$U(s) := \frac{1}{s} - 1.5\,\frac{e^{(-1.\,s)}}{s}$$



$$y(t) := -2. + 2.\,e^{(-1.\,t)} + 7.5\,\delta(t-1.) - 3.\,\delta(t-1.)\,e^{(-1.\,t+1.)} + 3.\,t - 4.5\,\delta(t-1.)\,t$$

3

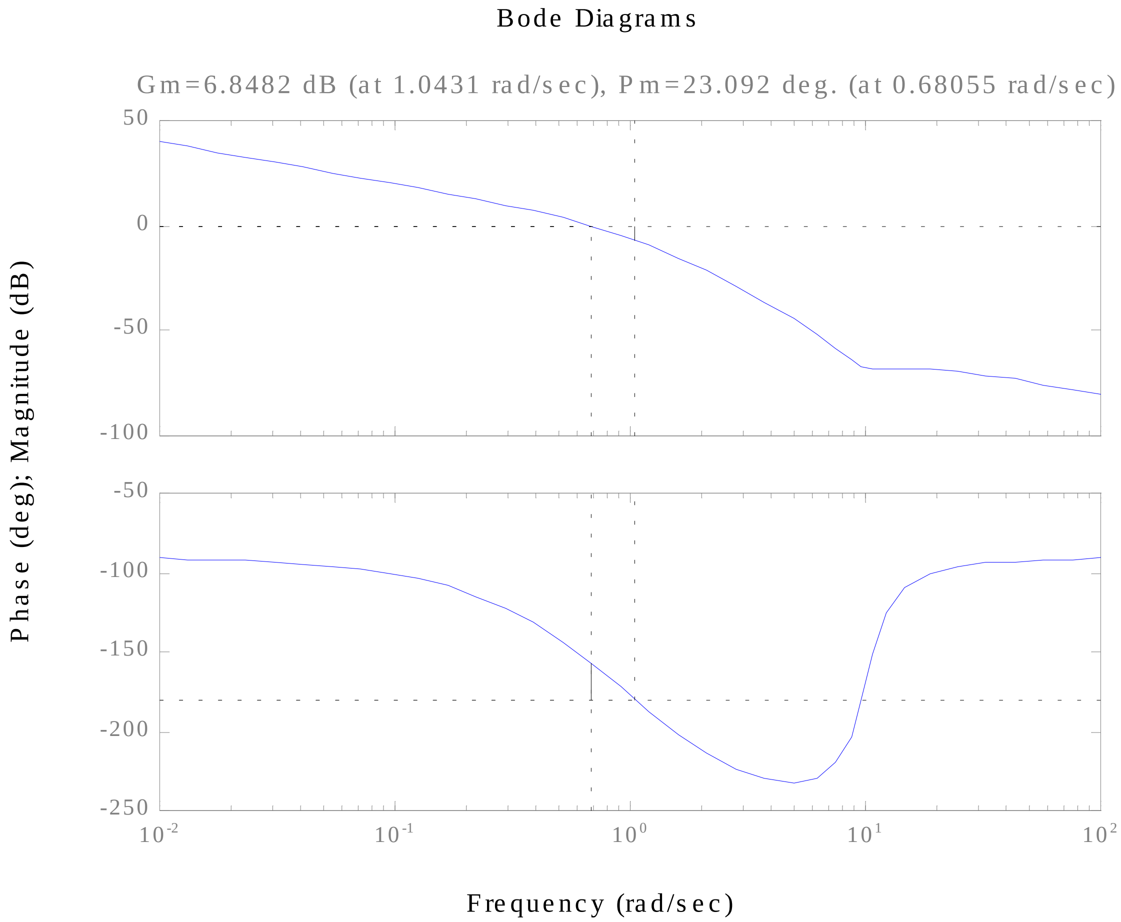
$$W(s)=\frac{K_p(s+30)(s+20)}{s^3+(6+K_p)s^2+(8+50K_p)s+600K_p}$$

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 1 & 8+50K_p \\ 2 & 6+K_p & 600K_p \\ 1 & \dfrac{-50K_p^2+292K_p-48}{-(6+K_p)} & \\ 0 & 600K_p & \end{array}$$

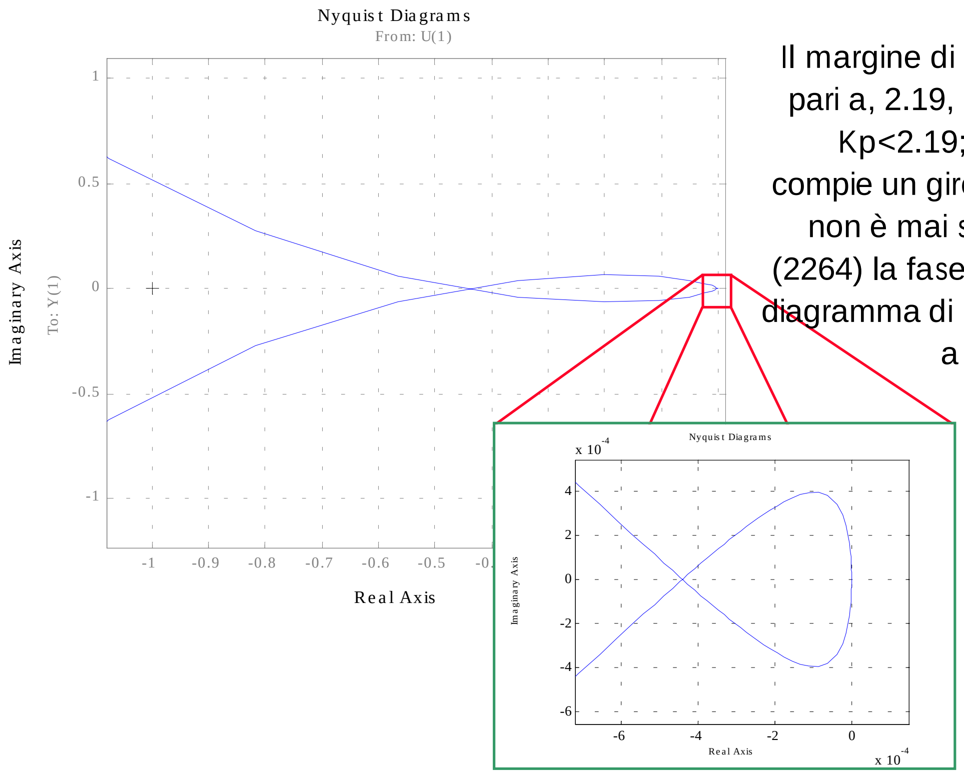
$$\begin{cases} K_p>0 \\ K_p<0.16 \text{ or } K_p>5.6 \end{cases}$$

4

Il diagramma di Nyquist della funzione G(s) è simile a quello dell'esercizio 5. La fase parte da –90° e termina a –90° dopo essere scesa sotto i –180° a causa dei due poli ed essere risalita fina a –90° per via dei due zeri. Quindi la condizione trovata impone che la pulsazione di attraversamento sia nella zona dove la fase scende sotto i –180°. Per Kp<0 il diagramma di nyquist gira sempre intorno al punto –1 e quindi non può mai essere stabilizzato in questo modo.



5



Il margine di guadagno vale 6.84dB, pari a, 2.19, quindi una condizione è Kp<2.19; per Kp<0 il diagramma compie un giro in senso orario, quindi non è mai stabile. Per Kp> 67.1db (2264) la fase torna sopra i –180 ed il diagramma di Nyquist non gira intorno a –1. Complessivamente: 0<Kp<1.2 e Kp>2264

6

Non essendoci poli nell'origine in catena diretta Il tipo del sistema di controllo è 0.

$$e_\infty = \lim_{s\to 0} s(K_d - \frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)/K_d})\frac{2.5}{s} = \frac{K_d^2}{K_d + K_{G1}K_{G2}}2.5 = \frac{1}{1+1/2*2/3}2.5 = 1.875$$

$$y_\infty = \lim_{s\to 0} s\left(\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)/K_d}\right)\frac{2}{s} = 0.75$$

$$|y(\infty)| = \left.\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}\right|_{s=25.13j} = 0.0778$$

7

$$\begin{cases} \dot{x} = cxy + u \\ \dot{y} = -3y^2 + x \end{cases}$$

Equlibrio:

$$\begin{cases} 0 = cx_0y_0 + u_0 \\ 0 = -3y_0^2 + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_0 = 0 \\ x_0 = 0 \end{cases}$$

Linearizzando:

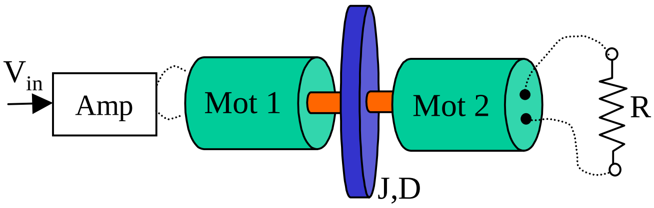
$$\begin{cases} \Delta\dot{x} = cx_0y_0 + cy_0\Delta x + cx_0\Delta y + u_0 + \Delta u \\ \Delta\dot{y} = -3y_0^2 - 6y_0\Delta y + x_0 + \Delta x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta\dot{x} = \Delta u \\ \Delta\dot{y} = \Delta x \end{cases}$$

L-trasformando:

$$\begin{cases} s\Delta X = \Delta U \\ s\Delta Y = \Delta X \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta Y}{\Delta U} = \frac{1}{s^2}$$

La funzione di trasferimento ha un denominatore con un doppio polo nell'origine, di conseguenza è instabile.

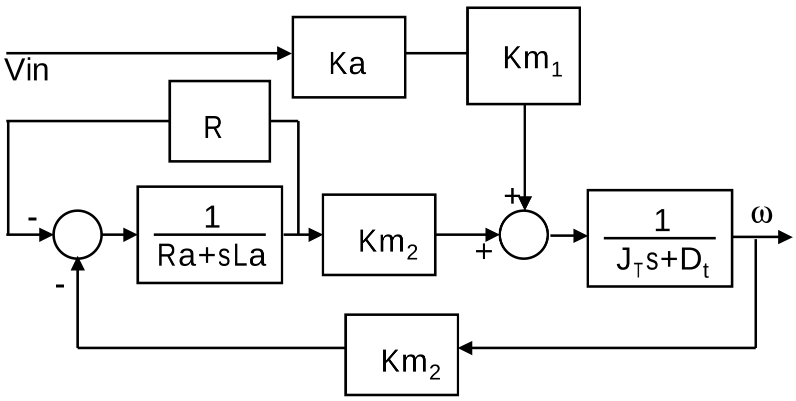
1



$J_T=J_{m1}+J_{m2}+J$

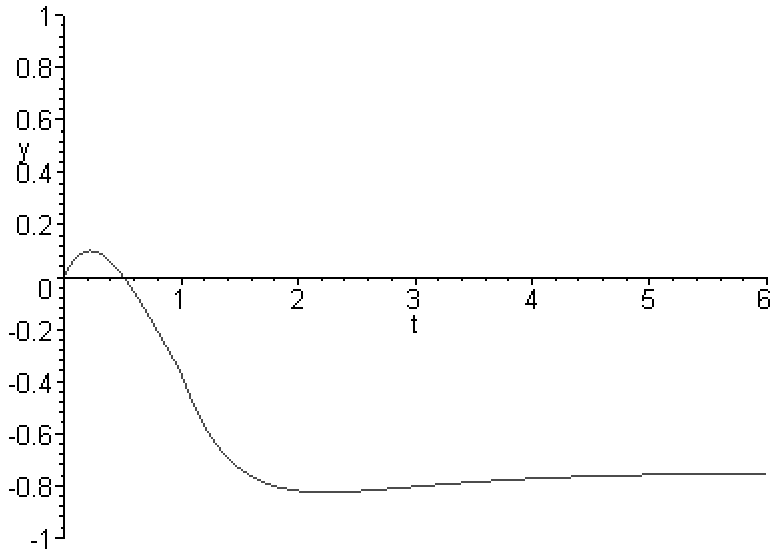
$D_t=D_{m1}+D_{m2}+D$

$$\frac{V_{in}(s)}{\Omega(s)}=\frac{(R_a+R+sL_a)K_{m1}K_a}{(R_a+R+sL_a)(J_T s+D_T)+K_{m2}^2}$$



2

$$U(s):=\frac{1}{s}-.50\,\frac{\mathbf{e}^{(-1.\,s)}}{s}$$



$$y(t):=4.\,\mathbf{e}^{(-1.\,t)}-2.5\,\mathbf{e}^{(-2.\,t)}-2.\,\delta(t-1.)\,\mathbf{e}^{(-1.\,t+1.)}+1.3\,\delta(t-1.)\,\mathbf{e}^{(-2.\,t+2.)}-1.5+.75\,\delta(t-1.)$$

3

$$W(s)=\frac{K_p s+K_i}{s^3+6s^2+(8+K_p)s+K_i}$$

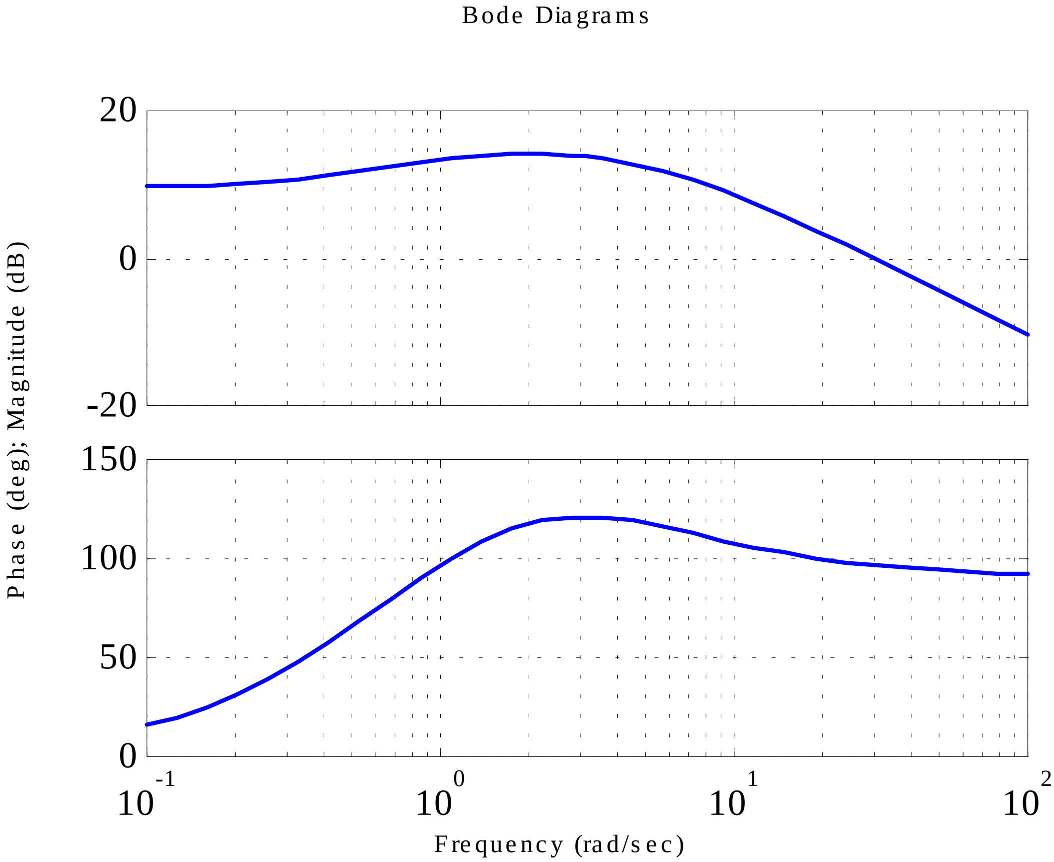
$$\begin{array}{c|cc} 3 & 1 & 8+K_p \\ 2 & 6 & K_i \\ 1 & \dfrac{K_i-48-6K_p}{-6} & \\ 0 & K_i & \end{array}$$

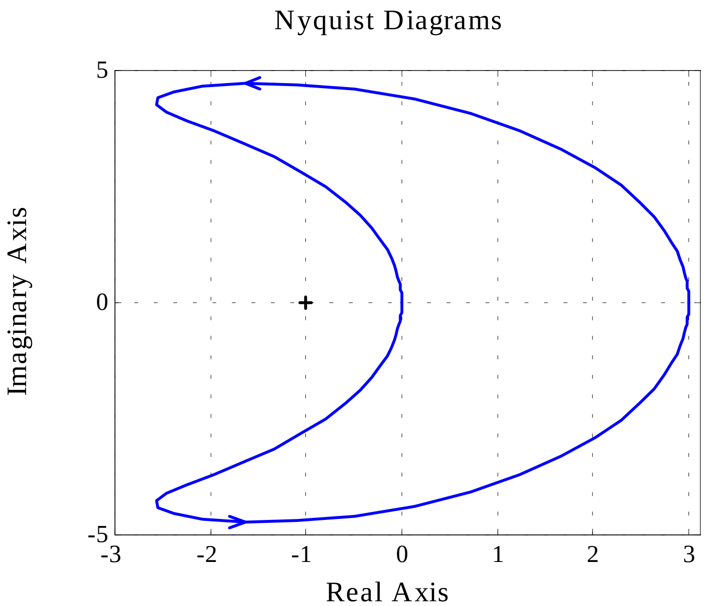
$$\begin{cases} K_i>0 \\ K_p>\dfrac{K_i}{6}-8 \end{cases}$$

4

Una funzione di trasferimento di ciclo che presenti zeri a fase non minima scende molto rapidamente di fase raggiungendo i –180° prima di quanto possa fare una analoga funzione con gli stessi punti di rottura ma senza zeri a parte reale positiva. Quindi il guadagno in catena diretta, a cui è legata la pulsazione di attraversamento, non potrà essere molto elevato e di conseguenza gli errori a regime permanente saranno proporzionalmente più elevati.

5





Il diagramma non gira una volta in senso antiorario come dovrebbe per soddisfare il teorema di Nyquist (c'è un polo a parte reale positiva) e quindi il sistema ciclo chiuso non è stabile.
Tuttavia, per Kp<-1/3 il diagramma compie la rotazione necessaria a stabilizzare il sistema.
Complessivamente:
Kp<-1/3

6

Essendoci un polo nell'origine in catena diretta Il tipo del sistema di controllo è 1.

$$e_\infty = \lim_{s \to 0} s(K_d - \frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)/K_d})\frac{3}{s^2} = \frac{K_d^2}{K_{G1}K_{G2}}3 = \frac{1}{1/5*1/2}3 = 30$$

$$y_\infty = \lim_{s \to 0} s\left(\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)/K_d}\right)\frac{1}{s^2} = 5$$

$$|y(\infty)| = \frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}\Bigg|_{s=6.28j} = 0.153$$

7

$$\begin{cases} \dot{x} = -c\sin(x) + u \\ \dot{y} = -3y + y^2 + x \end{cases}$$

Equlibrio:

$$\begin{cases} 0 = -c\sin(x_0) + u_0 \\ 0 = -3y_0 + y_0^2 + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 3 \end{cases}$$

Linearizzando:

$$\begin{cases} \Delta\dot{x} = -c\sin(x_0) - c\cos(x_0)\Delta x + u_0 + \Delta u \\ \Delta\dot{y} = -3y_0 - 3\Delta y + y_0^2 + 2y_0\Delta y + x_0 + \Delta x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta\dot{x} = -c\Delta x + \Delta u \\ \Delta\dot{y} = 3\Delta y + \Delta x \end{cases}$$

L-trasformando:

$$\begin{cases} s\Delta X = -c\Delta X + \Delta U \\ s\Delta Y = 3\Delta Y + \Delta X \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta Y}{\Delta U} = \frac{1}{(s-3)(s+c)}$$

La funzione di trasferimento ha un denominatore con un polo a parte reale positiva, pertanto è instabile