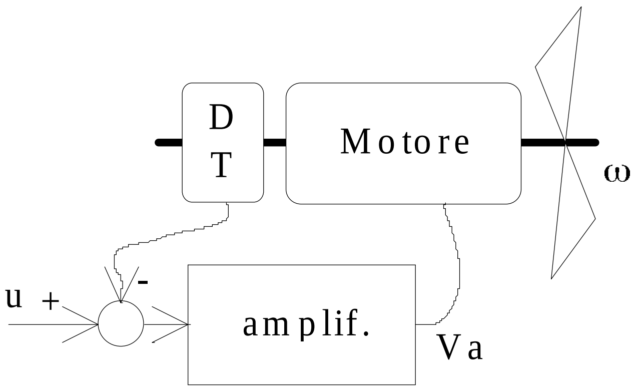
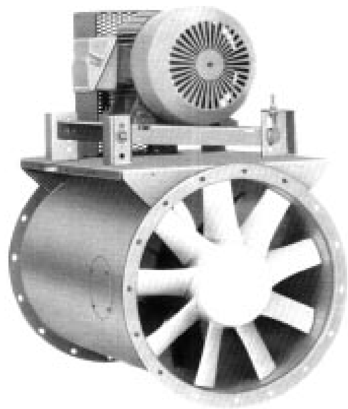
Compito di Fondamenti di Automatica
4 aprile 99

a) Il disegno rappresenta il sistema di controllo di velocità per un ventilatore industriale. Si assuma che il motore sia in c.c., alimentato in tensione sull'armatura, che la dinamo tachimetrica DT sia istantanea e abbia coefficiente di trasduzione K_T, che la trasmissione abbia rapporto unitario e infine che l'amplificatore di potenza sia lineare con funz. di trasf. $K_A/(1+\tau_A s)$.





Nell'ipotesi che la coppia resistente offerta dal ventilatore sia proporzionale alla velocità di rotazione ω, ricavare lo schema a blocchi e quindi la funzione di trasferimento del sistema a ciclo aperto.
Precisare, inoltre, il tipo di sistema e la possibilità che diventi instabile al crescere di K_A.

b) Tracciare i diagrammi di Bode per le seguenti due funz. di trasf.

1) $100\, e^{-2s} (s+1) / (s+10)$ 2) $60(s-3) / [s(s+3)]$

indicando margine di fase, di guadagno e pulsazione di attraversamento.

c) Riassumere in non più di 20 righe il legame tra l'evoluzione libera di un sistema e la posizione dei poli della sua funzione di trasferimento.

d) Calcolare col criterio di Routh per quali valori di K il sistema, avente funz. di trasf. a ciclo aperto

$$60k(s-3) / [s(s+3)(s+5)],$$

risulti stabile a ciclo chiuso.

e) Linearizzare intorno al punto ($u_0=1$, x_1<>0) il seguente sistema di equazioni:

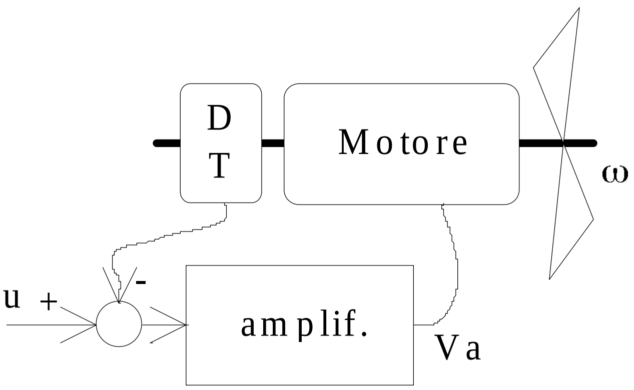
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 4x_1 + 2x_2 u \\ \dot{x}_2 = -2x_2 + x_1 x_2 \end{cases}$$

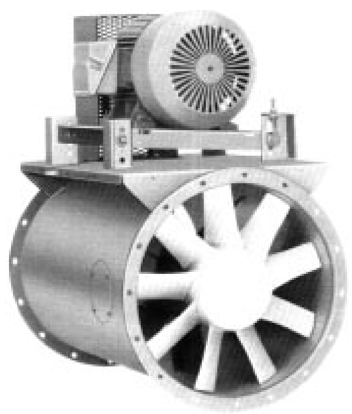
f) determinare, in maniera approssimata (graficamente), il tempo di salita della risposta indiciale del seguente sistema:

$$\longrightarrow \boxed{\frac{1}{(0.1\ s + 1)(0.5\ s + 1)}} \longrightarrow$$

Compito di Fondamenti di Automatica
4 aprile 99

a) Il disegno rappresenta il sistema di controllo di velocità per un ventilatore industriale. Si assuma che il motore sia in c.c., alimentato in tensione sull'armatura, che la dinamo tachimetrica DT sia istantanea e abbia coefficiente di trasduzione K_T, che la trasmissione abbia rapporto unitario e infine che l'amplificatore di potenza sia lineare con funz. di trasf. $K_A/(1+\tau_A s)$.





Nell'ipotesi che la coppia resistente offerta dal ventilatore sia proporzionale alla velocità di rotazione ω, ricavare lo schema a blocchi e quindi la funzione di trasferimento del sistema a ciclo aperto.
Precisare, inoltre, il tipo di sistema e la possibilità che diventi instabile al crescere di K_A.

b) Tracciare i diagrammi di Bode per le seguenti due funz. di trasf.

1) $4\, e^{-0.1s}\,(s+10) / [(s+1)(s+5)]$ 2) $20(s-1)/[(s+1)(s+10)]$

indicando margine di fase, di guadagno e pulsazione di attraversamento.

c) Riassumere in non più di 20 righe la relazione tra il numero di poli in catena diretta di un sistema a controreazione ed il suo comportamento in risposta a degli ingressi canonici (gradini, rampe, parabole).

d) Calcolare col criterio di Routh per quali valori di K il sistema, avente funz. di trasf. a ciclo aperto

$$K(s-1)/[(s+1)(s+5)(s+10)]$$

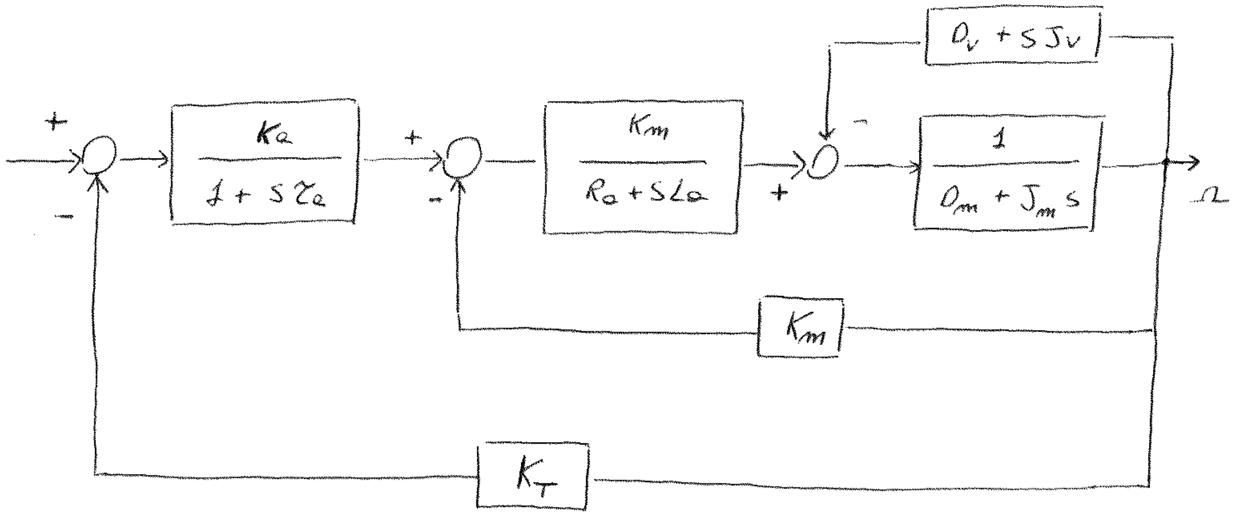
risulti stabile a ciclo chiuso.

e) Linearizzare intorno al punto ($u_0=1$, $x_2=1$) il seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_1 + 3x_2^2 \\ \dot{x}_2 = -3x_1x_2 + \dfrac{7}{2}x_2 + u^2 \end{cases}$$

f) determinare, in maniera approssimata (graficamente), il tempo di salita della risposta indiciale del seguente sistema:

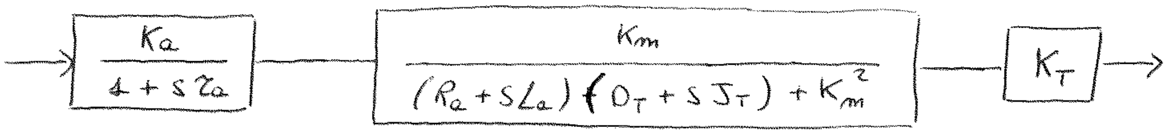
$$\longrightarrow \boxed{\dfrac{1}{(0.2\, s + 1)(0.25\, s + 1)}} \longrightarrow$$



a ciclo aperto,

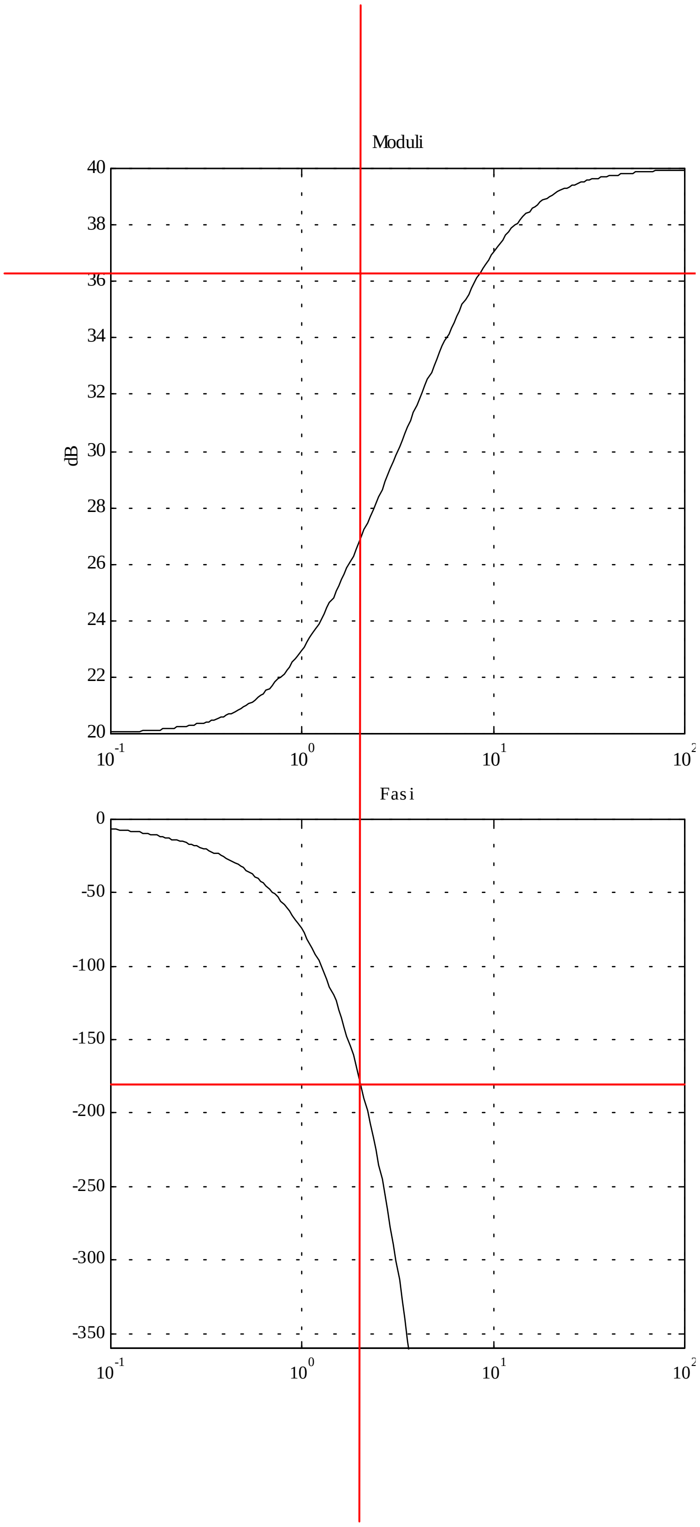
$D_T = D_m + D_v$

$J_T = J_m + J_v$

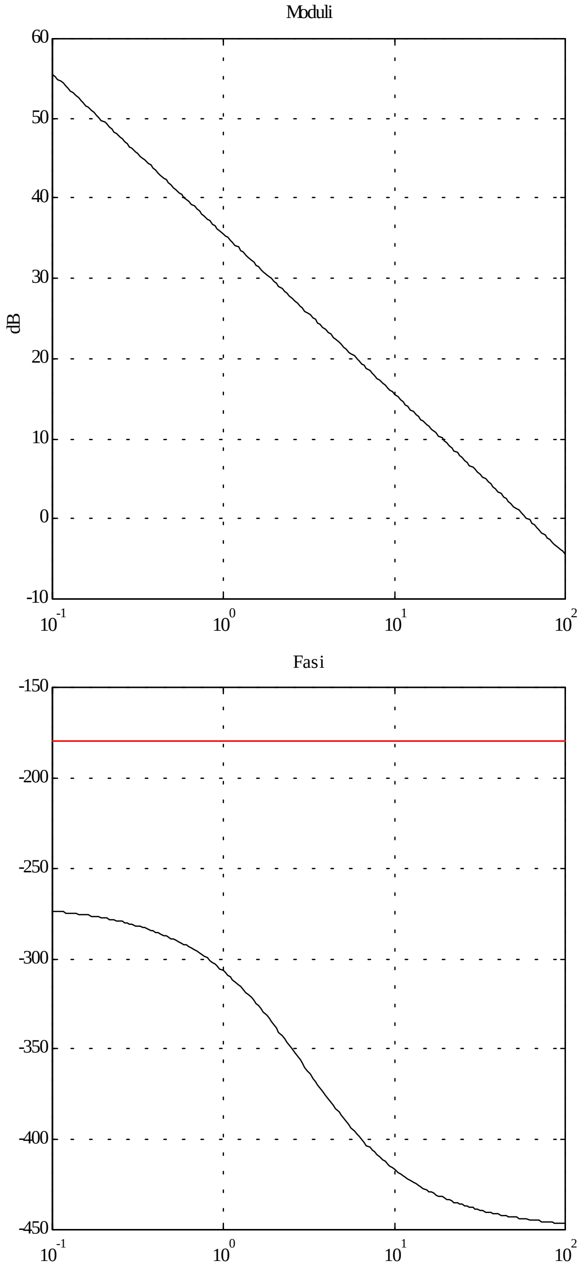


Poichè ha 3 poli reali, può divenire instabile.

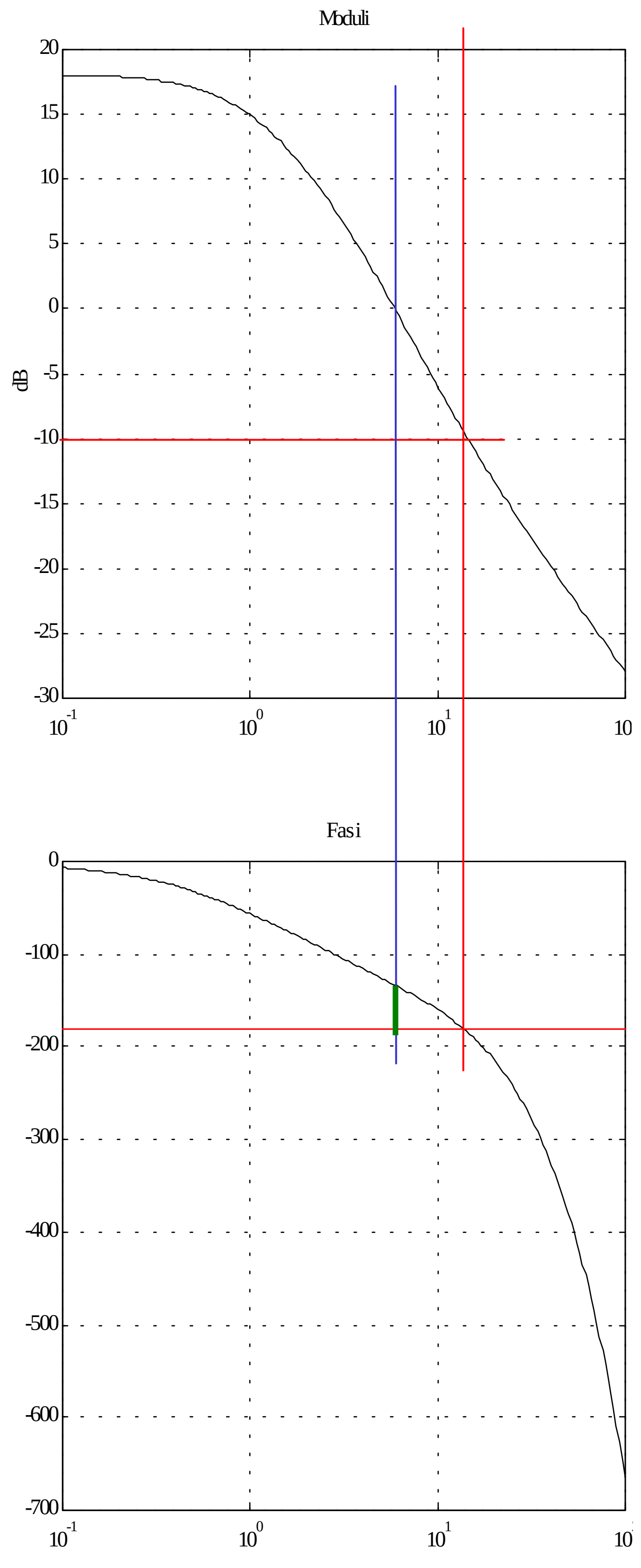
$$100\, e^{-2s}\, (s+1)/(s+10)$$



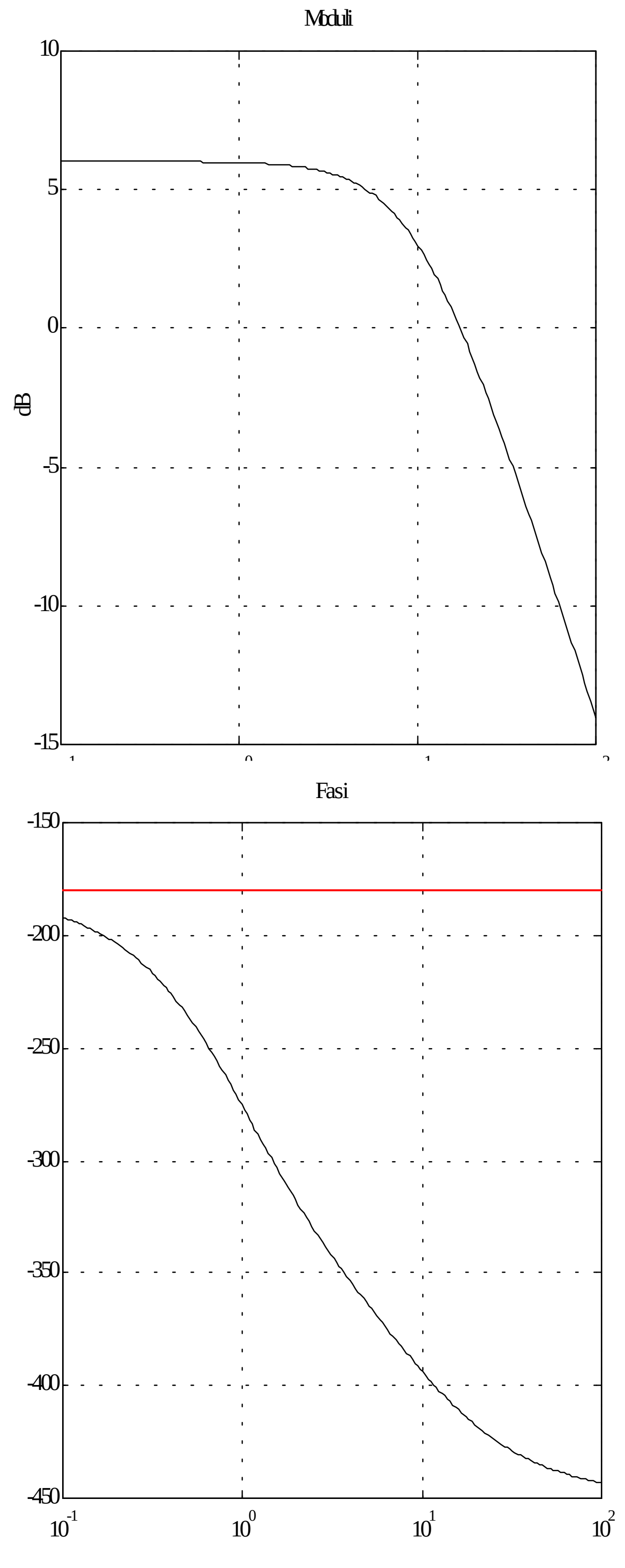
$$60\, (s-3)/[s\, (s+3)]$$



$$4\, e^{-0.1s}\, (s+10)/[(s+1)(s+5)]$$



$$20\, (s-1)/[(s+1)\, (s+10)]$$



$$F(s) = \frac{60K(s-3)}{s(s+3)(s+5)}$$

Sistema a ciclo chiuso,

$$W(s) = \frac{60K(s-3)}{s(s+3)(s+5) + 60K(s-3)}$$

Denominatore:

$$s(s^2+15+8s) + 60Ks - 180K = s^3 + 8s^2 + 15s + 60Ks - 180K =$$

$$= s^3 + 8s^2 + \underbrace{(15+60K)}_{>0 \text{ c.n.}} s \underbrace{-180K}_{>0 \text{ c.n.}}$$

Routh,

1	$15+60K$
8	$-180K$
$\frac{165K+30}{2}$	0
$-180K$	

$15+60K>0 \rightarrow -K<\frac{15}{60} \rightarrow K>-\frac{15}{60}$

$-180K>0 \rightarrow K<0$

$\uparrow$ non si hanno variazioni di segno quando,

$$\begin{cases} \frac{165K+30}{2} > 0 \rightarrow K > -\frac{30}{165} & \text{(più restrittiva di } K>-\frac{15}{60}\text{)} \\ -180K > 0 \rightarrow K < 0 \end{cases}$$

Quindi,

$$-\frac{30}{165} < K < 0$$

$$F(s) = \frac{K\,(s-1)}{(s+1)\quad(s+5)\qquad(s+10)}$$

sistema a ciclo chiuso,

$$W(s) = \frac{K(s-1)}{(s+1)\,(s+5)\,(s+10) + K\,(s-1)}$$

Denominatore:

$$(s^2+6s+5)\,(s+10) + K\,(s-1) = s^3+6s^2+5s+10s^2+60s+50+Ks-K =$$

$$= s^3 + 16s^2 + \underbrace{(65+K)}_{>0 \text{ c.n.}}s + \underbrace{(50-K)}_{>0 \text{ c.n.}}$$

$65+K>0 \;\to\; K>-65$

$50-K>0 \;\to\; K<50$

1	$65+K$
16	$50-K$
$\frac{990+17K}{16}$	0
$50-K$	

↑ non si hanno variazioni di segno quando,

$$\begin{cases} \frac{990+17K}{16} > 0 \;\to\; K > -\frac{990}{17} = -58.23 \quad \left(\text{più restrittiva di } K>-65\right) \\ 50-K > 0 \;\to\; K < 50 \end{cases}$$

Quindi,

$$-58.23 < K < 50$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 4x_1 + 2x_2\,\mu \\ \dot{x}_2 = -2x_2 + x_1 x_2 \end{cases}$$

$\mu_0 = 1 \quad x_1 <> 0$

condizioni di equilibrio,

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 = 0 \;\rightarrow\; x_1 = -x_2/2 \\ -2x_2 + x_1 x_2 = 0 \end{cases}$$

$$-2x_2 + \left(-\frac{x_2}{2}\right)x_2 = 0 \;\rightarrow\; -2x_2 - \frac{x_2^2}{2} = 0 \;\rightarrow\; x_2^2 + 4x_2 = 0$$

quindi $x_{20} = 0$ e $x_{20} = -4$

$x_{20} = 0 \rightarrow x_{10} = 0 \rightarrow$ DA SCARTARE

$x_{20} = -4 \rightarrow x_{10} = 2 \rightarrow$ PUNTO DI EQUILIBRIO

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 4\,\dfrac{\partial x_1}{\partial x_1}\Delta x_1 + 2x_{20}\,\dfrac{\partial \mu}{\partial \mu}\Delta\mu + 2\mu\,\dfrac{\partial x_2}{\partial x_2}\Delta x_2 = 4\Delta x_1 - 8\Delta\mu + 2\Delta x_2 \\ \dot{x}_2 = -2\,\dfrac{\partial x_2}{\partial x_2}\Delta x_2 + \dfrac{\partial x_1}{\partial x_1}\Delta x_1 \cdot x_{20} + x_{10}\cdot\dfrac{\partial x_2}{\partial x_2}\Delta x_2 = -2\cancel{\Delta} x_2 - 4\Delta x_1 + 2\cancel{\Delta} x_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_1 + 3x_2^2 \\ \dot{x}_2 = -3x_1x_2 + \frac{7}{2}x_2 + u^2 \end{cases} \qquad u_0 = 1 \quad x_{20} = 1$$

condizioni di equilibrio,

$$-2x_1 + 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 3/2 \quad \text{quindi} \quad x_{10} = 3/2$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2\Delta x_1 + 6x_{20} \cdot \Delta x_2 = -2\Delta x_1 + 6\Delta x_2 \\ \dot{x}_2 = -3x_{10} \cdot \Delta x_2 - 3x_{20} \cdot \Delta x_1 + \frac{7}{2}\Delta x_2 + 2u_0\Delta u = \end{cases}$$

$$= -\Delta x_2 - 3\Delta x_1 + 2\Delta u$$

le equazioni linearizzate sono,

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2\Delta x_1 + 6\Delta x_2 \\ \dot{x}_2 = -\Delta x_2 - 3\Delta x_1 + 2\Delta u \end{cases}$$

$$\text{Sistema} = \frac{1}{(0.1s+1)\,(0.5s+1)}$$

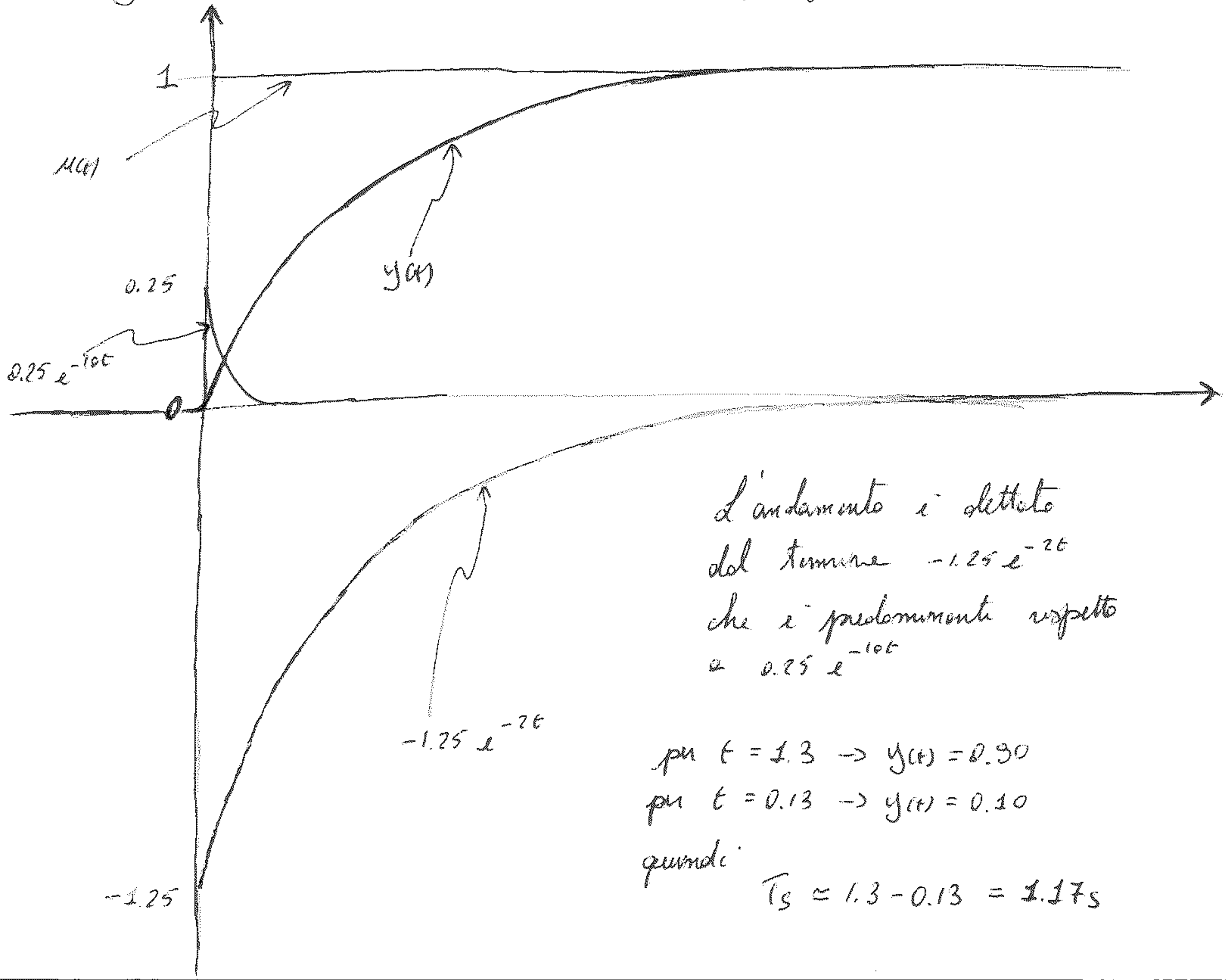
Risposta al gradino,

$$Y(s) = \frac{1}{s\,(0.1s+1)(0.5s+1)} = \frac{1}{s} + \frac{0.25}{s+10} - \frac{1.25}{s+2}$$

$$\lim_{s \to -10} (s+10) \cdot \frac{20}{s\,(s+10)\,(s+2)} = \frac{20}{-10 \cdot -8} = 0.25 \;\rightarrow\; \text{coeff. di } \frac{1}{s+10}$$

gli altri due coeff. si trovano in modo analogo.
nel dominio del tempo,

$$y(t) = u(t) + 0.25\,e^{-10t}\,u(t) - 1.25\,e^{-2t}\,u(t)$$



L'andamento è dettato dal termine $-1.25\,e^{-2t}$ che è predominante rispetto a $0.25\,e^{-10t}$

per $t = 1.3 \rightarrow y(t) = 0.90$
per $t = 0.13 \rightarrow y(t) = 0.10$
quindi
$$T_s \simeq 1.3 - 0.13 = 1.17\,s$$

$$\text{Sistema} = \frac{1}{(0.2s+1)(0.25s+1)}$$

Risposta al gradino,

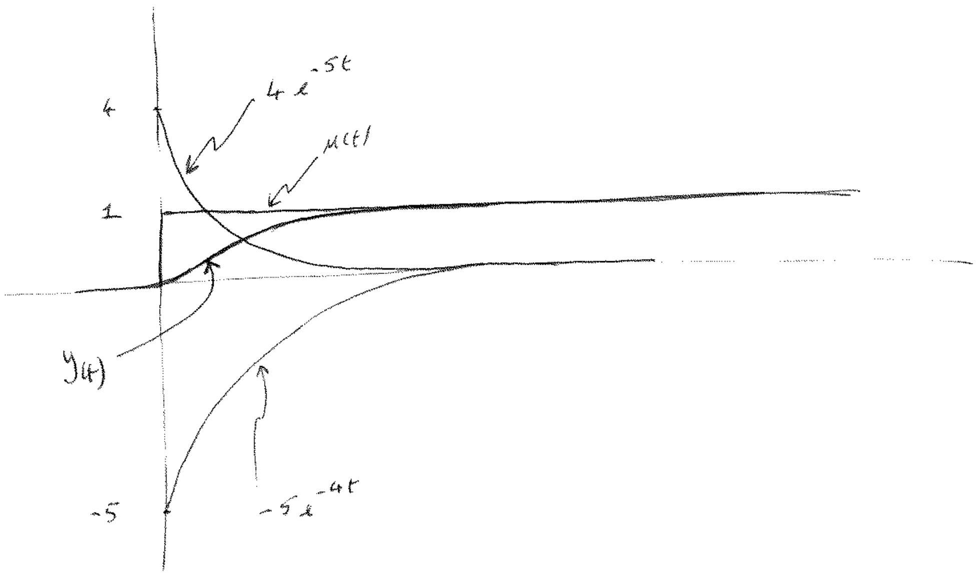
$$Y(s) = \frac{1}{s(0.2s+1)(0.25s+1)} = \frac{1}{s} + \frac{4}{s+5} - \frac{5}{s+4}$$

$$\lim_{s \to -5} (s+5) \frac{20}{s(s+5)(s+4)} = \frac{20}{-5 \cdot -1} = 4 \to \text{coeff. di } \frac{1}{s+5}$$

gli altri coeff. si ricavano in modo analogo.

nel dominio del tempo si ha,

$$y(t) = u(t) + 4e^{-5t}u(t) - 5e^{-4t}u(t)$$



per $t = 0.9 \to y(t) = 0.90$

per $t = 0.12 \to y(t) = 0.10$

quindi $T_s = 0.9 - 0.12 \cong 0.78$