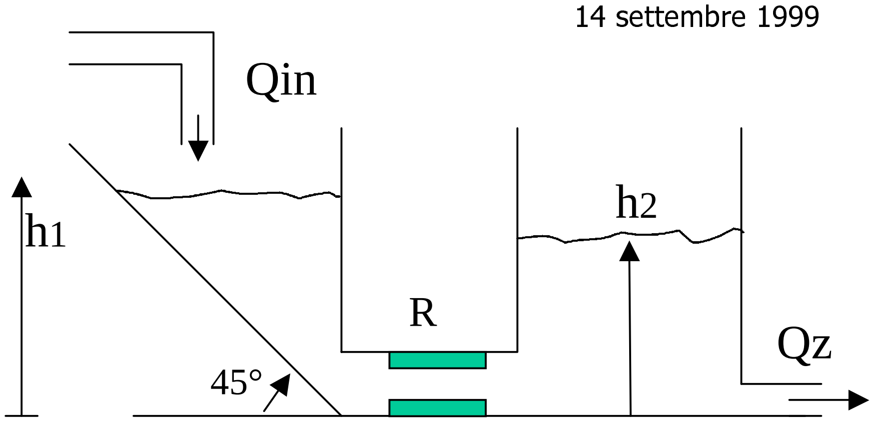
Prova di esame di Fondamenti di Automatica

Corsi di Laurea in Elettronica e in Meccanica

14 settembre 1999

1-(***diploma***+***laurea***) Dato il sistema idraulico in figura determinare lo schema a blocchi che ne descrive il comportamento nell'intorno di una altezza $h1_0$. Determinare quindi la funzione di trasferimento tra la variazione di portata assorbita ΔQz e la variazione di altezza Δh2 del secondo serbatoio
.



2-(***diploma***) Determinare con il criterio di **Routh** per quali valori di **K** il seguente processo è stabilizzabile con una controreazione unitaria

$$G(s) = \frac{K(1-s)}{(s+2)(s+3)}$$

Tracciare, per conferma, il diagramma di **Nyquist**.

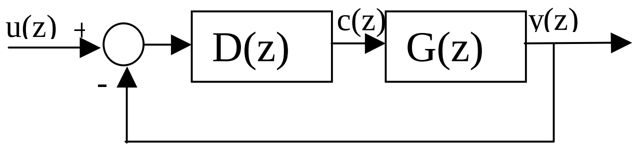
3-(***laurea***) Sia dato un processo P(s) descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{10-s}{(s/100+1)^2}$$

Sintetizzare un sistema di controllo a controreazione tale che il guadagno a ciclo chiuso sia pari a **10** e l'errore a regime per una uscita a rampa **y(t)=2t** sia minore di **0.1**. Inoltre, l'omega di attraversamento ω_t sia maggiore di **5 rad/sec** ed il margine di fase della *funzione a ciclo aperto* sia tale da ottenere un modulo alla risonanza **Mr** minore di **3 dB**. Calcolare, poi, l'errore di riproduzione di un ingresso del tipo **u(t)=3sin(0.3t)**, e determinare, utilizzando la carta di *Nichols*, la *banda passante* (in Hz) e l'effettivo *modulo alla risonanza* della funzione a ciclo chiuso.

4-(***diploma***) Tracciare il diagramma di bode della funzione P(s) dell'esercizio 3

5-(***laurea***) Dato il processo continuo G(s)=1/(s+2), discretizzarlo con Tc=0.1sec ed il metodo delle diferenze all'indietro. Determinare, quindi, il controllore D(z) tale che, in risposta ad un impulso unitario in ingresso, il sistema in controreazione riportato in figura produca una uscita pari a y_k={0, 0, 0.5, 0.5, 0, 0, 0, ...}. Calcolare, infine, i primi 6 campioni della risposta al gradino unitario.



6-(***laurea***) Dato il sistema dinamico sotto riportato, determinare da quale ingresso risulta stabilizzabile e calcolare una controreazione dallo stato in grado di assegnare gli autovalori
λi^* = (-1, -1, -2).

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

Nome ....……………… Cognome .....……….....…… Matricola ....….……….... Laurea/Diploma ....

MODELLISTICA (1)

Supponendo che la sezione del primo serbatoio sia rettangolare la sua area può essere epressa in funzione di h1 come:

$$A_1(h_1) = L_1 h_1$$

Le equazioni nonlineari che possiamo scrivere saranno:

$$L h_1 \dot{h}_1 = Q_{in} - \frac{h_1 - h_2}{R}$$

$$A_2 \dot{h}_2 = \frac{h_1 - h_2}{R} - Q_Z$$

All'equilibrio

$$0 = Q_{in0} - \frac{h_{10} - h_{20}}{R}, 0 = \frac{h_{10} - h_{20}}{R} - Q_{Z0}$$

Linearizzando le due equazioni, sostituendo

$$h_1 = h_{10} + \Delta h_1, \dot{h}_1 = \Delta \dot{h}_1, h_2 = h_{20} + \Delta h_2, \dot{h}_2 = \Delta \dot{h}_2, Q_{in} = Q_{in0} + \Delta Q_{in}, Q_z = Q_{z0} + \Delta Q_z$$

Si ottiene

$$L(h_{10} + \Delta h_1)\Delta \dot{h}_1 = Q_{in0} + \Delta Q_{in} - \frac{h_{10} + \Delta h_1 - h_{20} - \Delta h_2}{R}$$

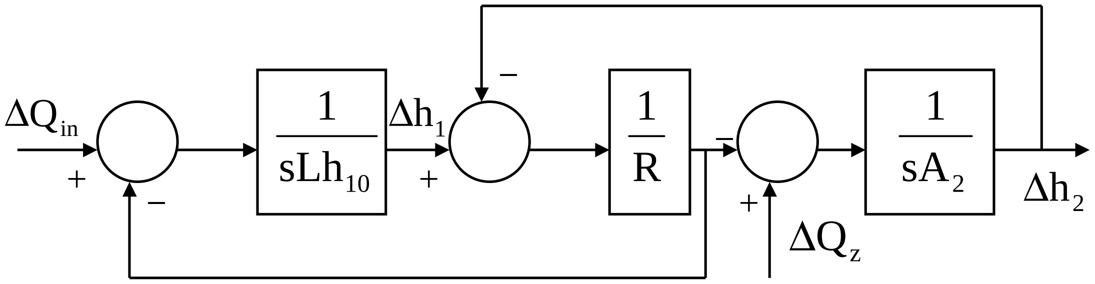
$$A_2 \Delta \dot{h}_2 = \frac{h_{10} + \Delta h_1 - h_{20} - \Delta h_2}{R} - Q_{z0} + \Delta Q_z$$

da cui, semplificando le equazioni di equilibrio ed eliminando il termine di ordine superiore

$$L h_{10} \Delta \dot{h}_1 = \Delta Q_{in} - \frac{\Delta h_1 - \Delta h_2}{R}$$

$$A_2 \Delta \dot{h}_2 = \frac{\Delta h_1 - \Delta h_2}{R} + \Delta Q_z$$

che forniscono il seguente schema a blocchi:



$$W(s) = \frac{\Delta h_2}{\Delta Q_z} = -\frac{1 + h_{10} L R s}{s(A_2 h_{10} L R s + A_2 + h_{10} L)}$$

Routh (2)

Considerando il sistema chiuso in controreazione si ottiene la seguente funzione di trasferimento:

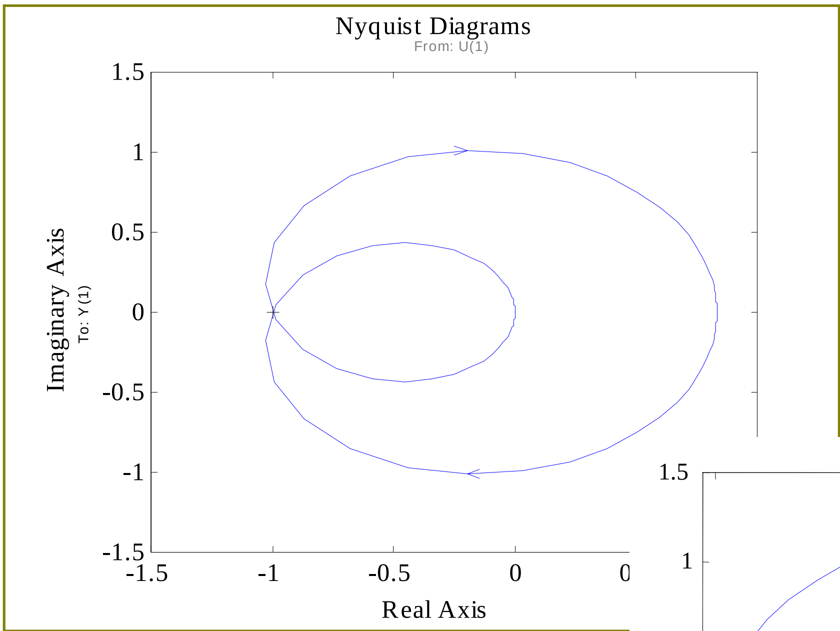
$$W(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{K(1-s)}{s^2+(5-K)s+6+k}$$

la tabella di Routh che si ottiene considerando il polinomio a denominatore è la seguente:

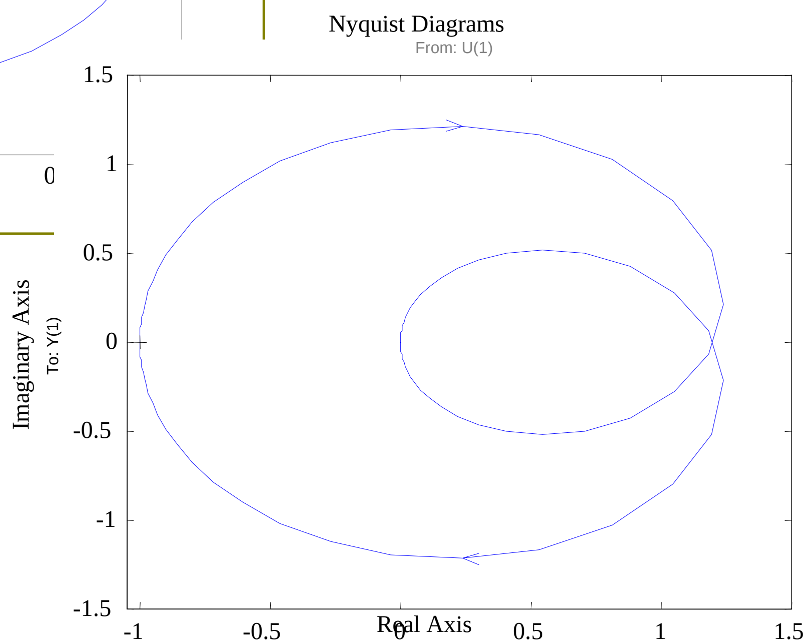
$$\begin{array}{c|cc} 2 & 1 & 6+K \\ 1 & 5-K & 0 \\ 0 & 6+K & \end{array}$$

da cui 5-K>0 e 6+K>0 ➔ -6 < K < 5.

I diagrammi di Nyquist che si ottengono per K=5 e K=-6 sono:

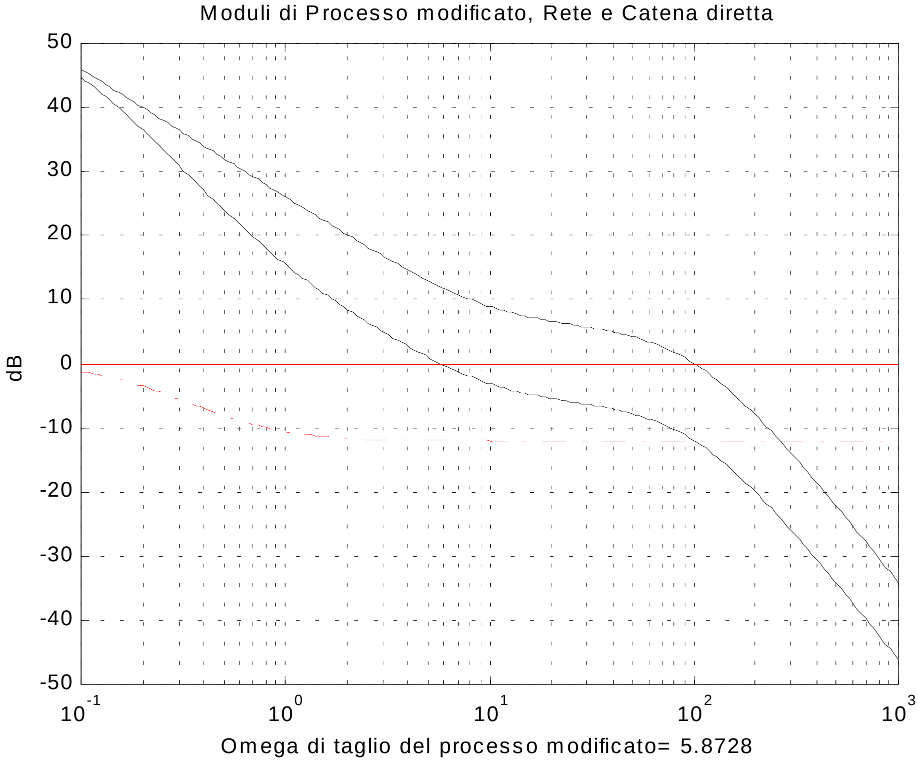


K=5



K=-6

Sintesi (3)

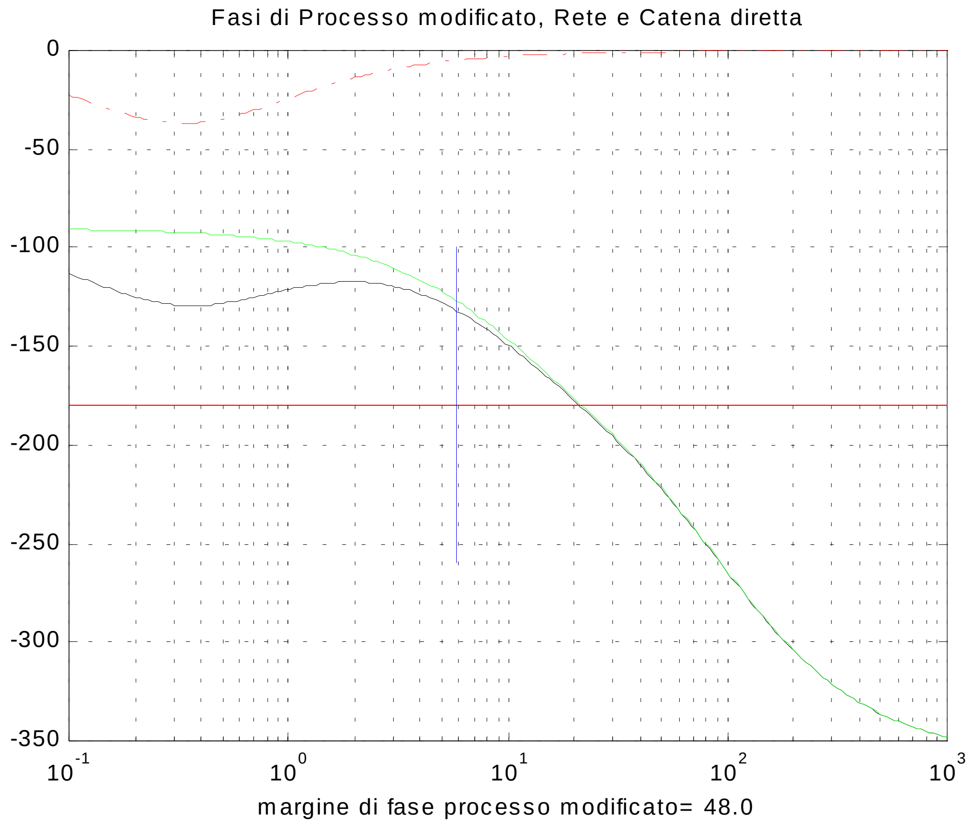


$$C(s) = \frac{20}{s}\,\frac{\frac{6}{4}s+1}{6s+1}$$

$$3\left|\frac{K_d}{1+F(0.3j)}\right| \cong$$

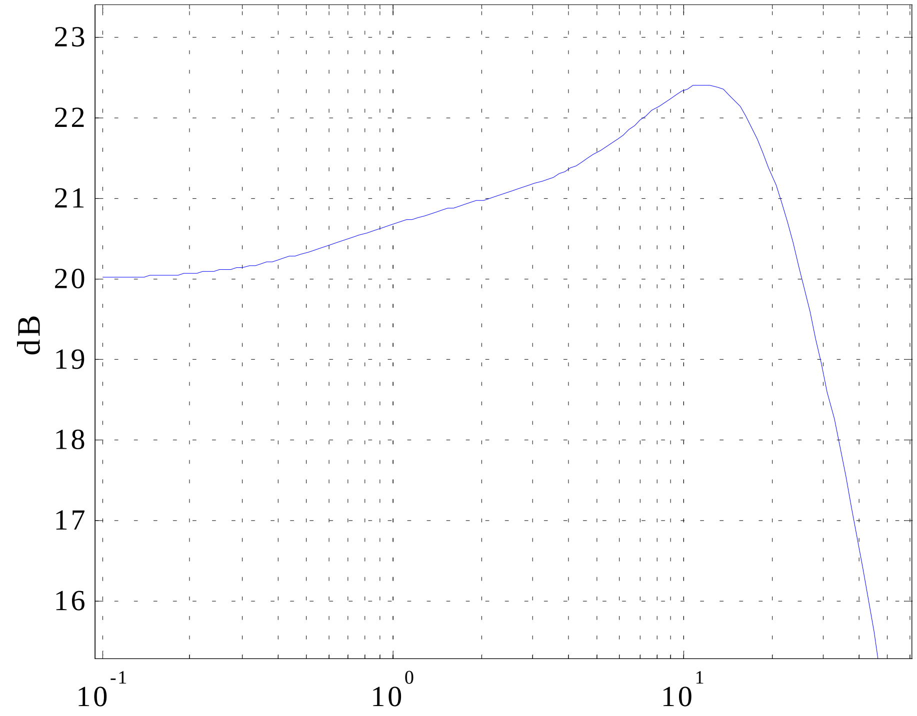
$$3\left|\frac{10}{1+31.6}\right| =$$

$$= 0.9202$$



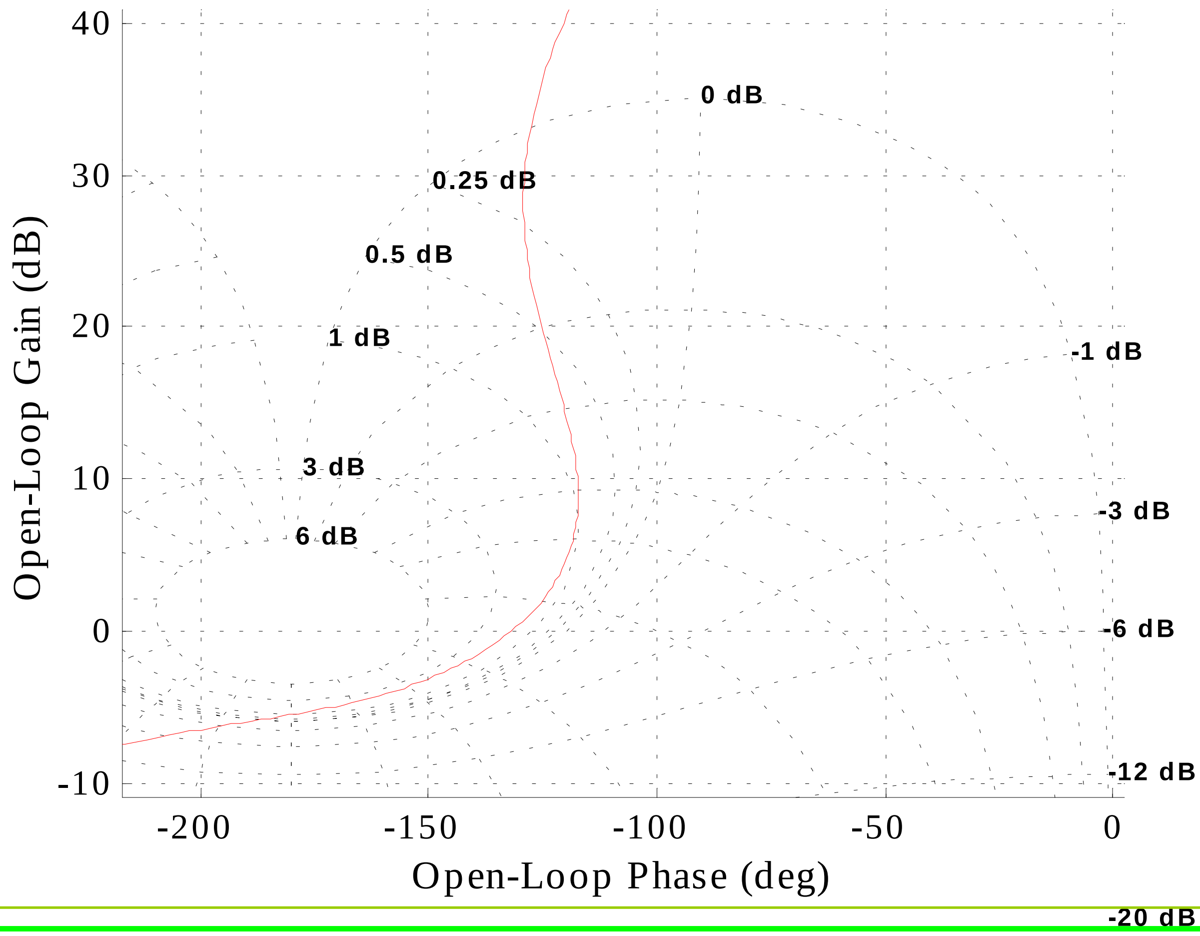
SINTESI (3)

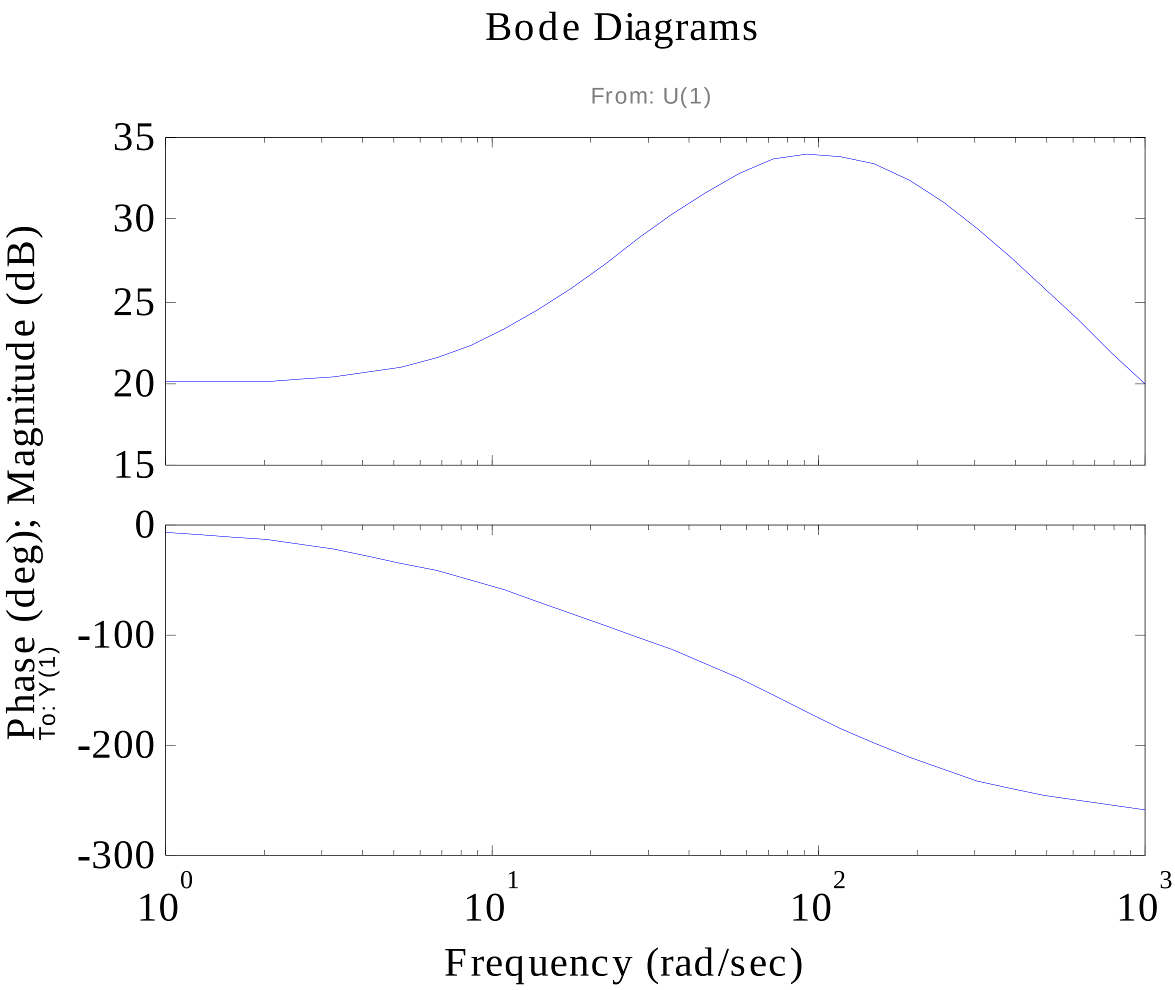
Modulo ad anello chiuso W=F/1+F



Kw=10.02, B3=6.23Hz, Mr=2.4

Diagramma di Nichols

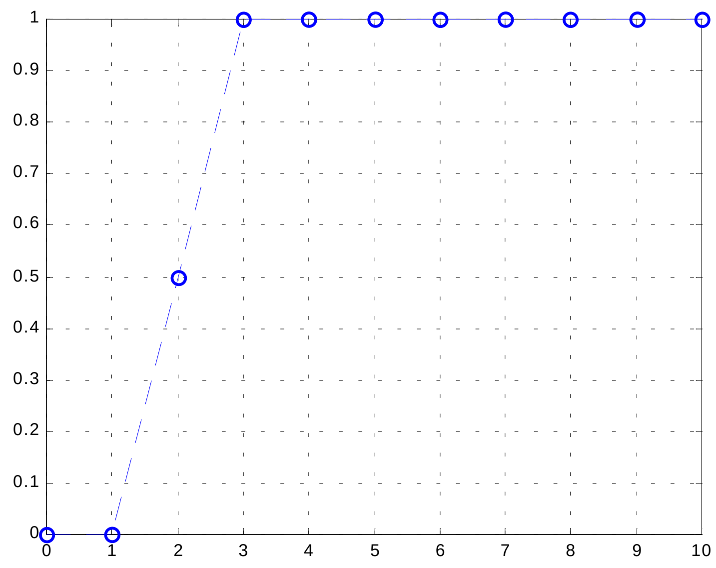



Bode Diagrams
From: U(1)
35
30
25
20
15
0
-100
-200
-300
Phase (deg); Magnitude (dB)
To: Y(1)
10^0
10^1
10^2
10^3
Frequency (rad/sec)

```
G(s):=1/(s+2);
                              1
                   G(s) := -----
                            s + 2

> Tc:=0.1;

                      Tc := .1

> G(z):=simplify(subs(s=(1-z^(-1))/Tc,G(s)));

                                 z
                  G(z) := .5 ---------
                             6. z - 5.

> W(z):=simplify(0.5*(z^(-2)+z^(-3)));

                               z + 1.
                  W(z) := .5  ------
                                 3
                                z

> D(z):=simplify(1/G(z)*W(z)/(1-W(z)));

                       (6. z - 5.) (z + 1.)
           D(z) := 2. --------------------
                             3
                       z (2. z  - 1. z - 1.)
```

Primi 6 campioni della risposta al gradino

0
0
0.5
1
1
1



Glia autovalori di A sono (1,2,-1).
Le matrici di raggiungibilità dei due ingressi sono:

$$R1=\begin{matrix}1 & 1 & 1\\ 0 & -1 & -3\\ 0 & 2 & 0\end{matrix} \qquad R2=\begin{matrix}0 & 0 & 0\\ 1 & 2 & 4\\ 1 & -1 & 1\end{matrix}$$

La prima ha rango 3 e quindi il sistema risulta completamnete raggiungibile dal primo ingresso che può essere sicuramente utilizzato per stabilizzarlo.
La seconda ha rango 2 e solo se il sottosistema non raggiungibile ha autovalore –1 il secondo ingresso può essere utilizzato per stabilizzare il sistema: verifichiamolo. La decomposizione di Kalman, utilizzando la matrice di trasformazione si può scrivere

$$T=\begin{matrix}0 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 0\\ 1 & -1 & 0\end{matrix}$$

da cui:

$$T^{-1}AT=\begin{matrix}0 & 2 & 1\\ 1 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 1\end{matrix}$$

che mostra come l'autovalore 1 sia non raggiungibile e di conseguenza il secondo ingresso non utilizzabile per risolvere il nostro problema.
Utilizzando il primo ingresso abbiamo:

$P^*(\lambda)= \lambda^3 + 4\lambda^2 + 5\lambda + 2$

$F= -\gamma P^*(A) = [-6 \;\; 12 \;\; 0]$ $\qquad \gamma = [0 \;\; -1/3 \;\; -1/6]$

con γ l'ultima riga di $R1^{-1}$ (inverso della matrice di raggiungibilità)