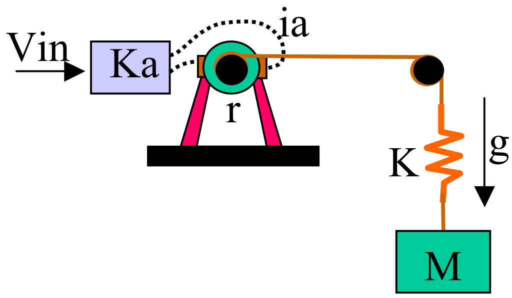
1(L+D) Il sistema in figura è composto da un motore in c.c. controllato in corrente (inerzia ***Jm*** ed attrito ***Dm***), un amplificatore di corrente di costante **Ka**, una molla di costante elastica ***K***, e una massa ***M***. Si ricavi lo schema a blocchi del sistema supponendo che il disturbo dovuto alla forza di gravità sia applicato all'istante zero e che il raggio della puleggia (di massa trascurabile) collegata all'asse del motore sia pari ad ***r***. Si ricavi, infine, il valore di ***Vin*** che mantiene ferma la massa ***M***.



.

2a(L) Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento:

$$P(s) = \frac{(900-3s)(10s+30)}{s^2+24s+900}$$

Sintetizzare un sistema di controllo a controreazione tale che il guadagno a ciclo chiuso sia pari a **2** e l'errore a regime per ingresso a rampa **u(t)=9t** sia minore o uguale a **0.8**. Inoltre, l'omega di attraversamento ed il margine di fase della funzione a ciclo aperto soddisfino le: $\omega_t > 10$ rad/sec e $m_\phi > 45°$. Determinare il regolatore tenendo conto che l'errore di riproduzione di una sinusoide del tipo **sin(ωt)** deve essere minore di **0.2** almeno fino a **un** radiante al secondo.

2b(L) Calcolare, utilizzando la carta di Nichols, la banda passante a **–3dB** e l'effettivo modulo alla risonanza della funzione a ciclo chiuso.

2c(L) Tracciare il diagramma di Nyquist della funzione compensata.

3(D) Tracciare i diagrammi di Bode e di Nyquist di **0.3*P(s)/s** (vedi esercizio 2a). Il sistema è stabile a ciclo chiuso? Verificarlo anche con il criterio di Routh.

4(L+D) Linearizzare il seguente modello dinamico intorno al punto di lavoro assegnato

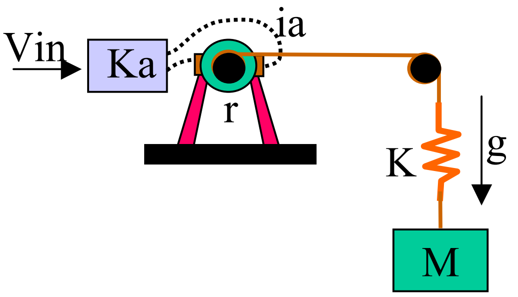
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -3x_1^2 + 2x_2 + u \\ \dot{x}_2 = -x_2 - 2x_1 + \sin u \end{cases} \qquad u_{eq} = \pi/3$$

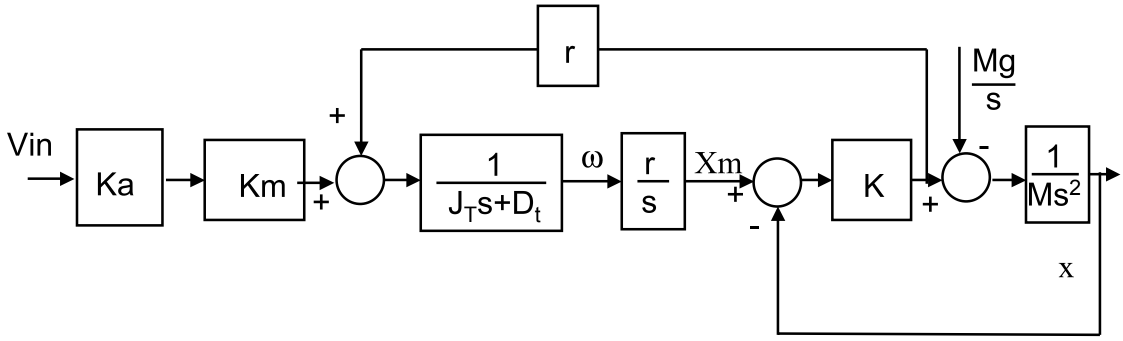
5(L) Dato il sistema:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$$

verificarne controllabilità e osservabilità e determinare, se possibile, una controreazione statica dall'uscita ***u=k(v-y)*** in grado di stabilizzare il sistema.

Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Elettronica/Meccanica	**Laurea/ Diploma/Nuovo Ordinamento**	**Iscritto al ………. anno**





Per calcolare il valore di **Vin** che bilanci esattamente la forza peso si può pensare che per questo particolare valore la velocità di rotazione del motore sia 0 (**ω=0**). E che la molla abbia raggiunto uno stato di equilibrio in cui la forza peso venga trasmessa per intero all'asse del motore.

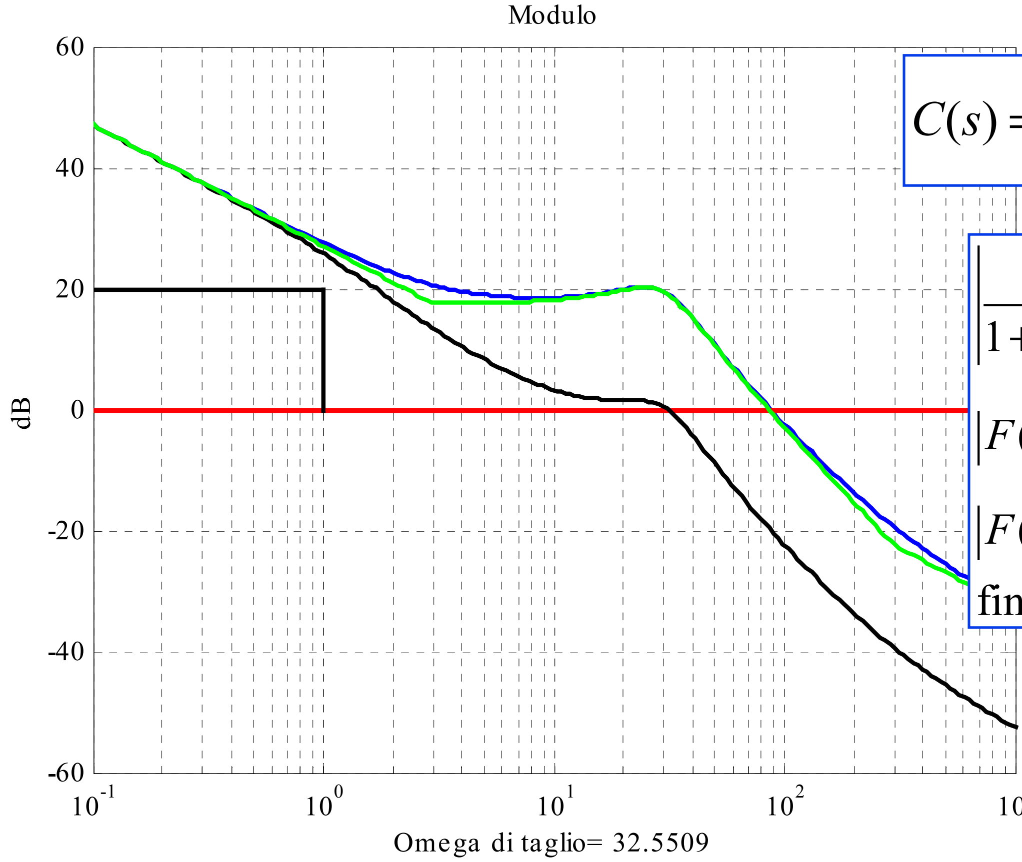
La massa **M** sarà immobile e la coppia resistente che tornerà al motore sarà costituita dalla forza peso **Mg** moltiplicata per **r**.

A questo punto la coppia generata dal motore dovrà essere pari alla coppia resistente:

$$Vin\ Ka\ Km = M\ g\ r$$

da cui

$$Vin = M\ g\ r\ /\ (Ka\ Km)$$



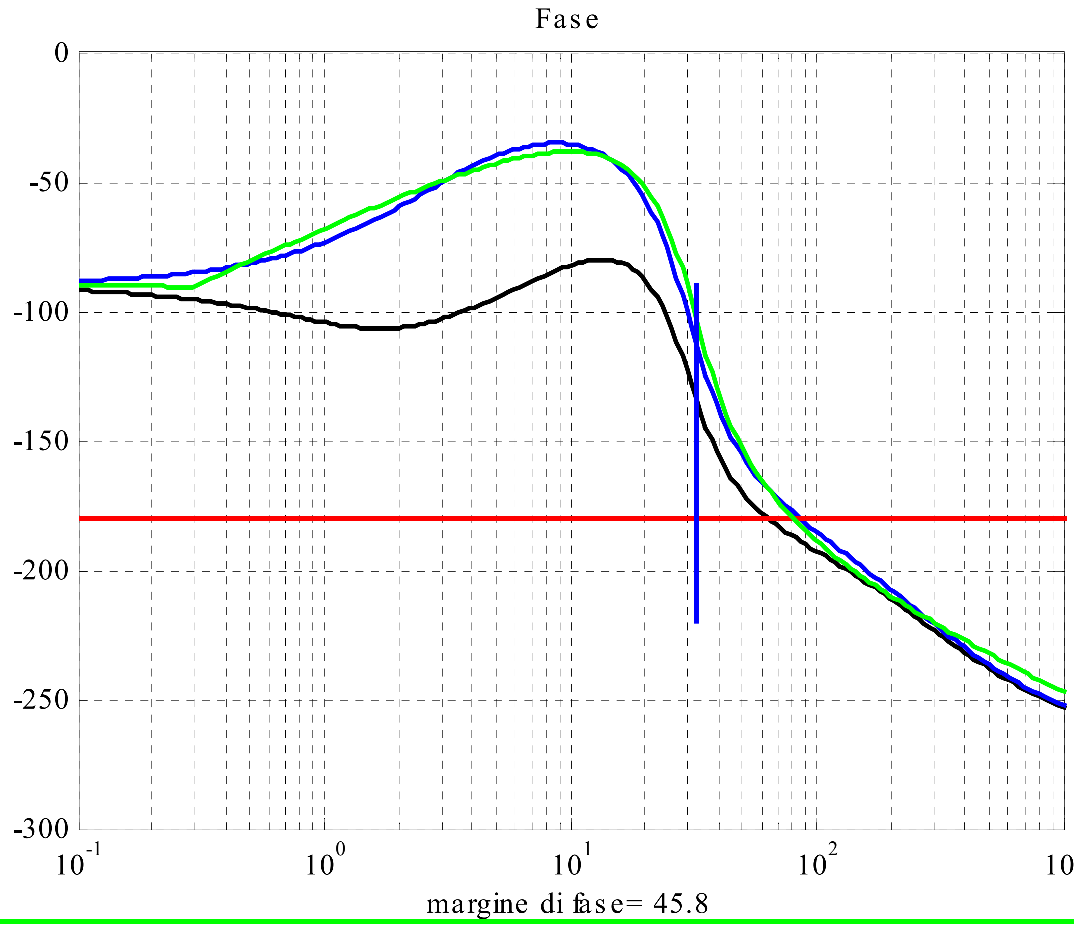
$$C(s) = \frac{1.5}{s}\ \frac{0.7/10s+1}{0.7s+1}$$

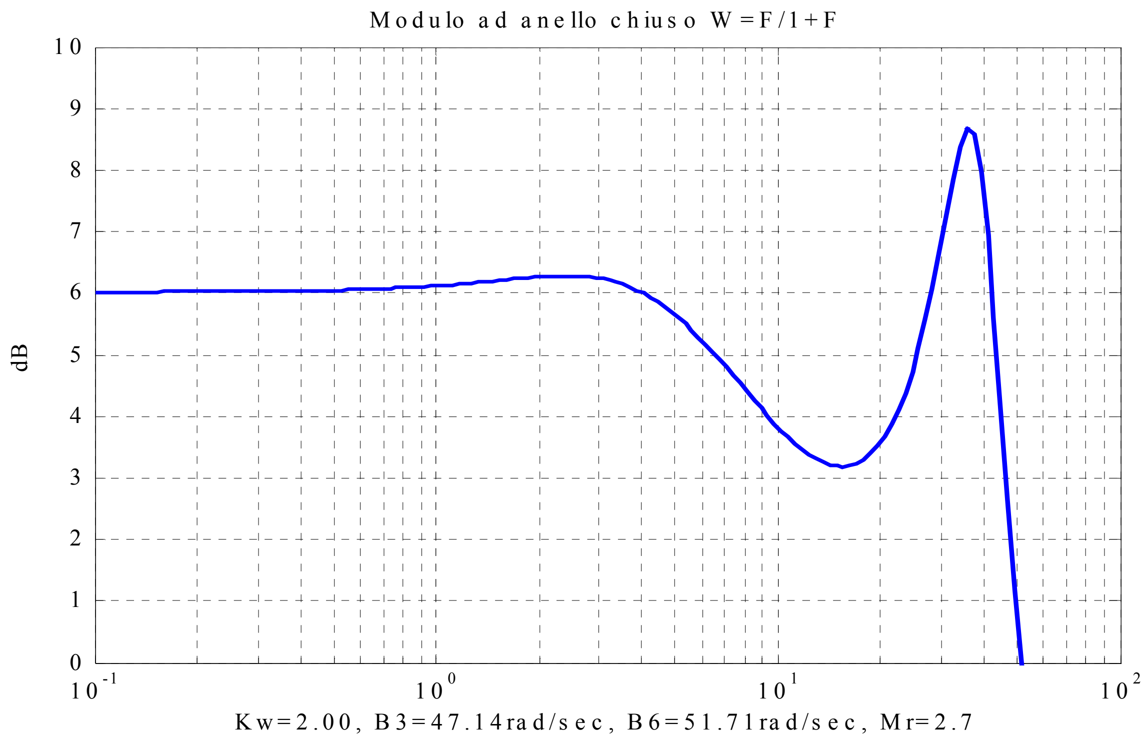
$$\left|\frac{K_d}{1+F(j\omega)}\right| < e$$

$$|F(j\omega)| > \frac{K_d}{e} = \frac{2}{0.2}$$

$$|F(j\omega)| > 10 = 20dB$$

fino a $\omega < 1$ rad/sec




Modulo ad anello chiuso W=F/1+F
dB
Kw=2.00, B3=47.14rad/sec, B6=51.71rad/sec, Mr=2.7

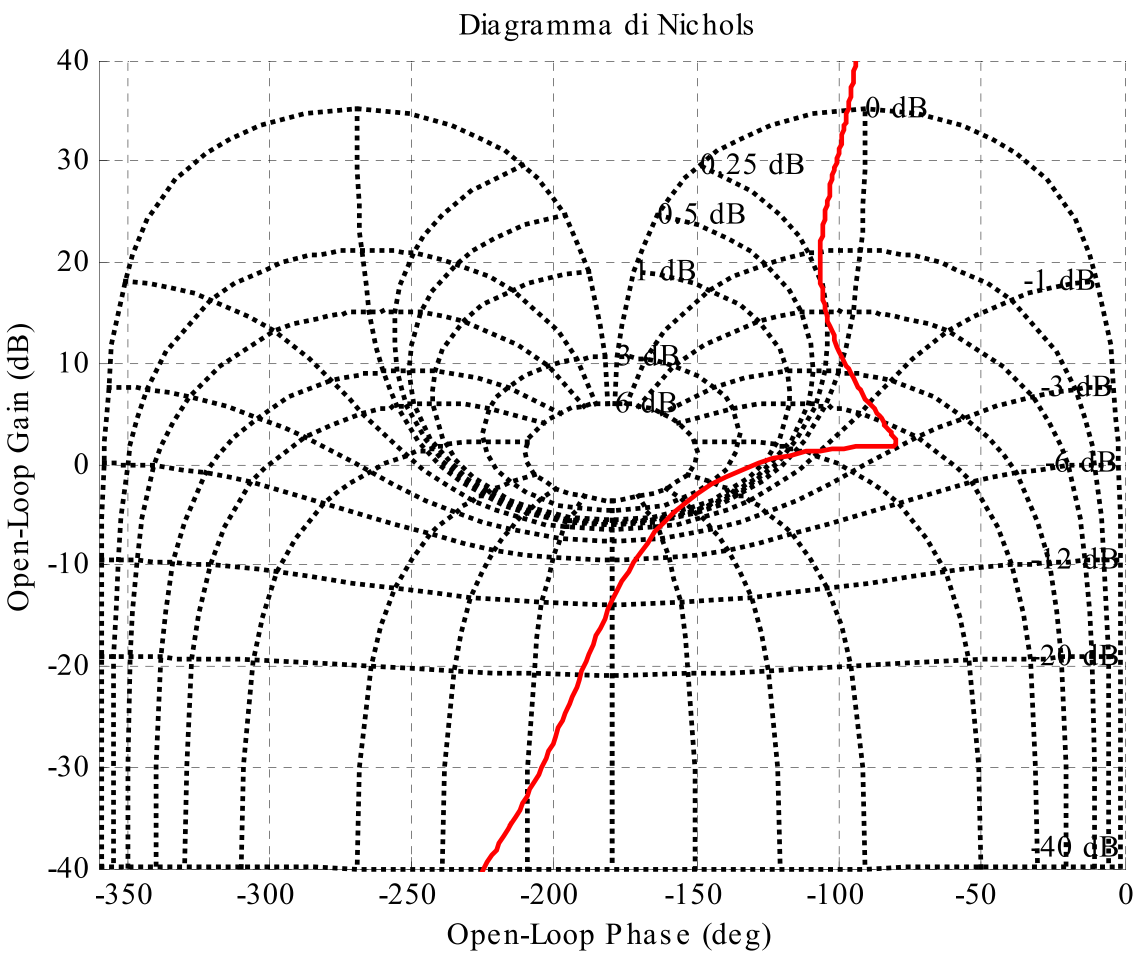


Diagramma di Nichols
Open-Loop Gain (dB)
Open-Loop Phase (deg)
0 dB
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-1 dB
-3 dB
-6 dB
-12 dB
-20 dB
-40 dB

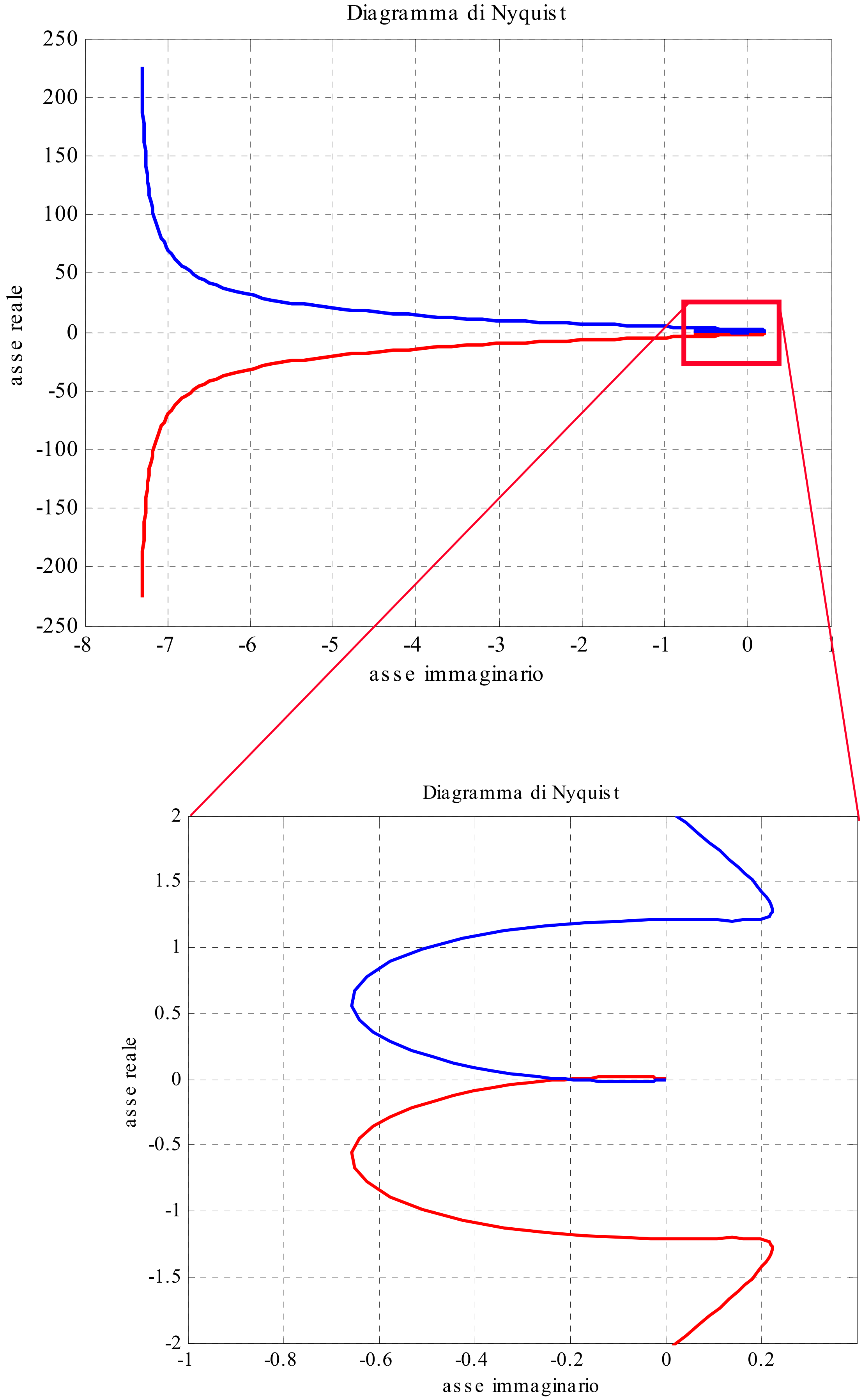
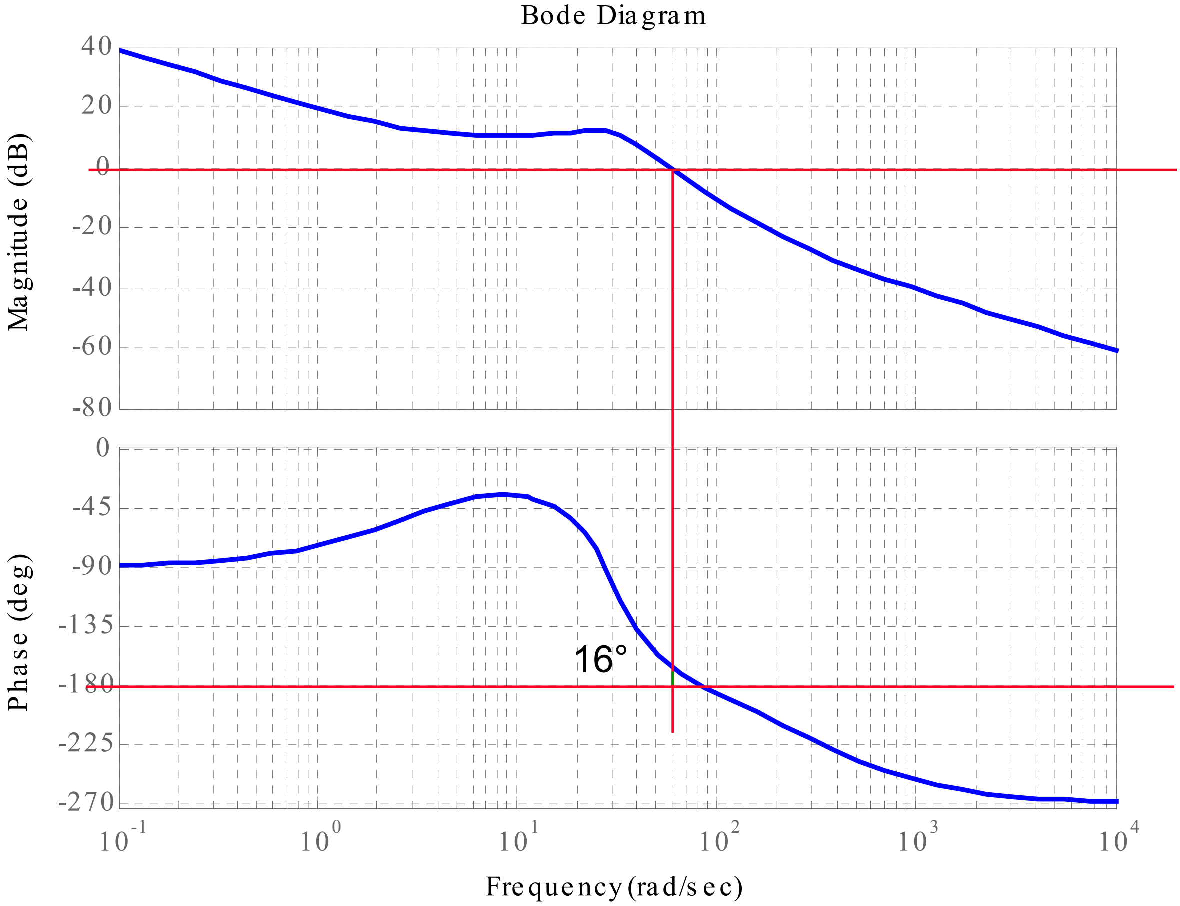
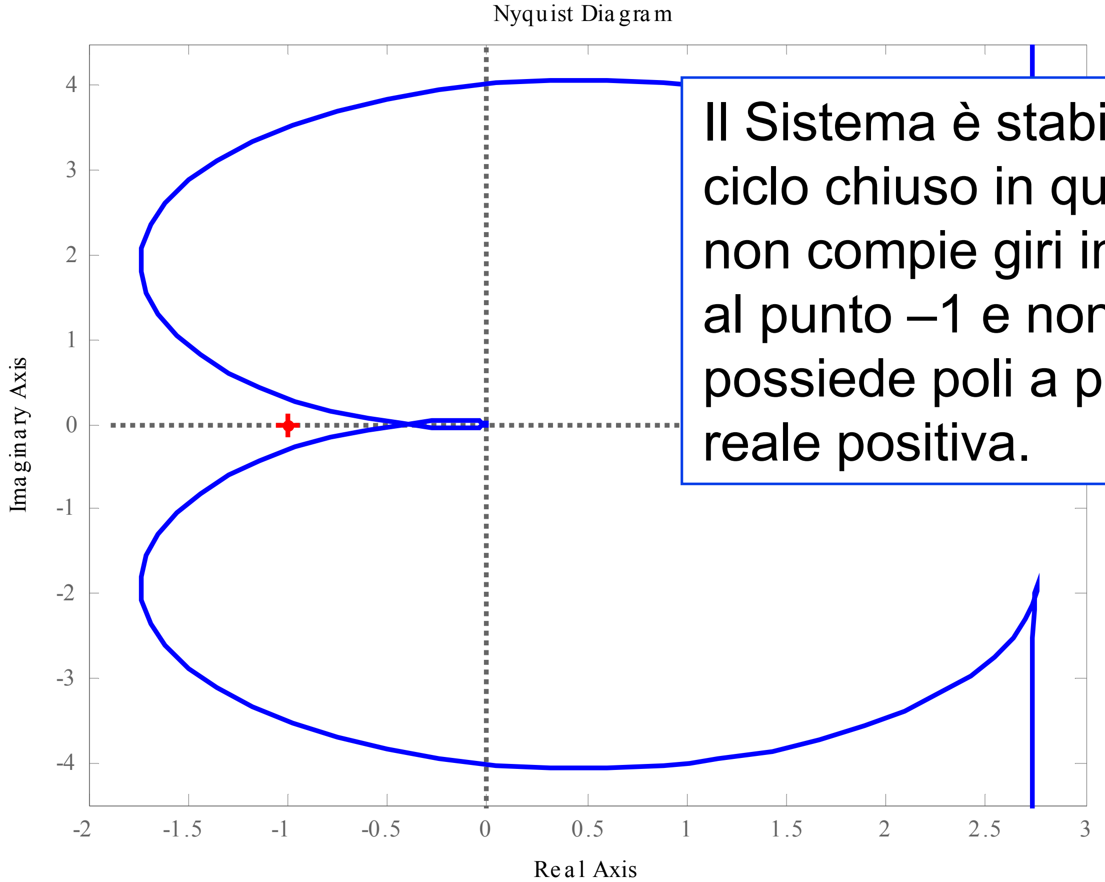


Diagramma di Nyquist
250
200
150
100
50
0
-50
-100
-150
-200
-250
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
asse reale
asse immaginario
Diagramma di Nyquist
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-1
-0.8
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2
asse reale
asse immaginario

Bode/Nyquist Diploma





Il Sistema è stabile a ciclo chiuso in quanto non compie giri intorno al punto –1 e non possiede poli a parte reale positiva.

Routh Diploma

Per verificare la stabilità a ciclo chiuso con Routh bisogna calcolare la funzione di trasferimento a ciclo chiuso:

$$W(s) = \frac{0.3P(s)/s}{1+0.3P(s)/s} = -9\frac{(s-300)(s+3)}{s^3+15s^2+3573s+8100}$$

La tabella di Routh ci fornisce:

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 1 & 3573 \\ 2 & 15 & 8100 \\ 1 & 3033 & \\ 0 & 8100 & \end{array}$$

Per cui, vista la assenza di variazioni di segno, concludiamo che il sistema a ciclo chiuso è asintoticamente stabile.

Linearizzazione

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -3x_1^2 + 2x_2 + u \\ \dot{x}_2 = -x_2 - 2x_1 + \sin u \end{cases} \quad u_{eq} = \pi/3$$

$$\begin{cases} 0 = -3x_{1,eq}^2 + 2x_{2,eq} + \pi/3 \\ 0 = -x_{2,eq} - 2x_{1,eq} + \sin(\pi/3) \end{cases}$$

$$x_{1,eq} = (-1.198, 0.532), x_{2,eq} = (3.263, -0.198)$$

$$\begin{cases} \Delta\dot{x}_1 = -3x_{1,eq}^2 - 6x_{1,eq}\Delta x_1 + 2x_{2,eq}\Delta x_2 + u_{eq} + \Delta u \\ \Delta\dot{x}_2 = -x_{2,eq} - \Delta x_2 - 2x_{1,eq} - 2\Delta x_1 + \sin u_{eq} + \cos u_{eq}\Delta u \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta\dot{x}_1 = -6x_{1,eq}\Delta x_1 + 2\Delta x_2 + \Delta u \\ \Delta\dot{x}_2 = -\Delta x_2 - 2\Delta x_1 + \cos u_{eq}\Delta u \end{cases}$$

Per verificare la controllabilità del sistema calcoliamo l'omonima matrice:

$$R = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Il rango è massimo (determinante diverso da zero) quindi il sistema è controllabile.

Per l'osservabilità abbiamo:

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$$

il cui rango è massimo e quindi il sistema è pienamente osservabile.

Per verificare la possibilità di stabilizzare il sistema con una reazione statica dall'uscita del tipo

$u = k(v - y)$

si può calcolare la FdT ed applicare il criterio di Routh, oppure è possibile scrivere il sistema nella forma:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 - 2x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u \\ y = 2x_1 + x_2 \end{cases}$$

da cui, sostituendo u,

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 - 2x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 + k(v - 2x_1 - x_2) \\ y = 2x_1 + x_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 - 2x_2 \\ \dot{x}_2 = (-1-2k)x_1 - kx_2 + kv_1 \\ y = 2x_1 + x_2 \end{cases}$$

la cui matrice di stato vale

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1-2k & -k \end{bmatrix}$$

che ha, come polinomio caratteristico

$s^2 + (k-1)s - 5k - 2$

per avere radici a parte reale negativa dovrà essere (Routh)

$$\begin{cases} k-1>0 \\ 2-5k>0 \end{cases}$$

che NON ha soluzioni: il sistema non può essere stabilizzato!

La $F(s)$, calcolabile con $C(sI - A)^{-1}B$, vale

$$F(s) = \frac{s-5}{s^2 - s - 2}$$