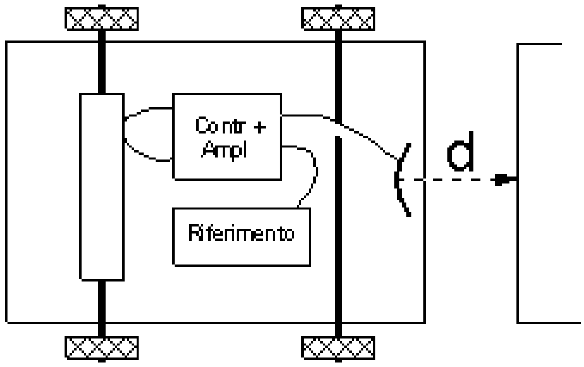
1) Per ottenere un sistema di trasporto su binario facilmente adattabile, si decide di realizzare alcuni carrelli, mossi da **motori in c.c. alimentati in corrente sull'armatura**, e di dotarli di un sensore di prossimità in modo che i sistemi di controllo mantengano circa costante la distanza di un carrello da quello che lo precede, come illustrato in figura per una singola unità. Il blocco **Contr+Ampl** rappresenta il controllore e l'amplificatore di potenza (quest'ultimo istantaneo); il riferimento di distanza è rappresentato esplicitamente per chiarezza.



Ricavare lo schema a blocchi e la funzione di trasferimento tra riferimento e distanza **d**, per un sensore istantaneo e un controllore con la struttura di un regolatore **PD**.

2a) Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{80\left(\frac{s^2}{100^2} + \frac{0.6}{100}s + 1\right)}{(s+1)(s+10)}$$

Sintetizzare un sistema di controllo a controreazione tale che il guadagno a ciclo chiuso sia pari a **2** e l'errore a regime per ingresso a rampa **u(t)=1.2t** sia minore di **0.15**. Inoltre, l'omega di attraversamento ed il margine di fase della funzione a ciclo aperto soddisfino le: $4<\omega_t<10$ rad/sec ed $m\phi$ tale da avere un modulo alla risonanza minore di 6dB.

2b) Per un ingresso del tipo **sin(ωt)**, fino a quale pulsazione l'errore di riproduzione risulterà inferiore a **0.05**? Determinare, infine, utilizzando la carta di Nichols, la banda passante (in Hz) e l'effettivo modulo alla risonanza della funzione a ciclo chiuso.

2c) Tracciare il diagramma di Nyquist della funzione compensata e si supponga di inserire un relè unitario. Si innesca un ciclo limite? Se si, a quale pulsazione si avrà l'oscillazione, e di che ampiezza?

---

3) Dato un sistema discreto **G(z)** ottenuto dalla discretizzazione tramite le differenze all'indietro di un processo "**G(s)=1/(s+1)-1/(s+3)**" con **Tc=0.1**sec, determinare l'uscita **y(z)** ottenuta applicando in ingresso la sequenza **{u_k}={0, 1/2, 1/2, 1, 1, 1, ...}**. A quale valore tende quest'uscita?

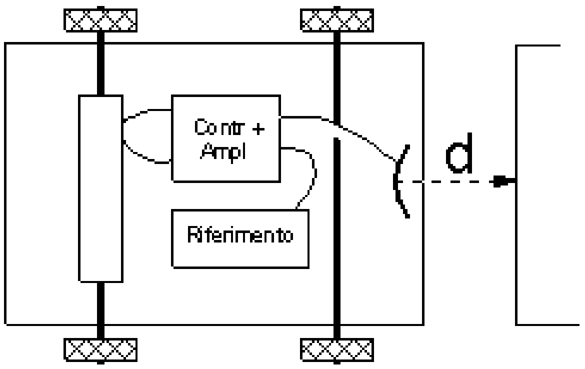
---

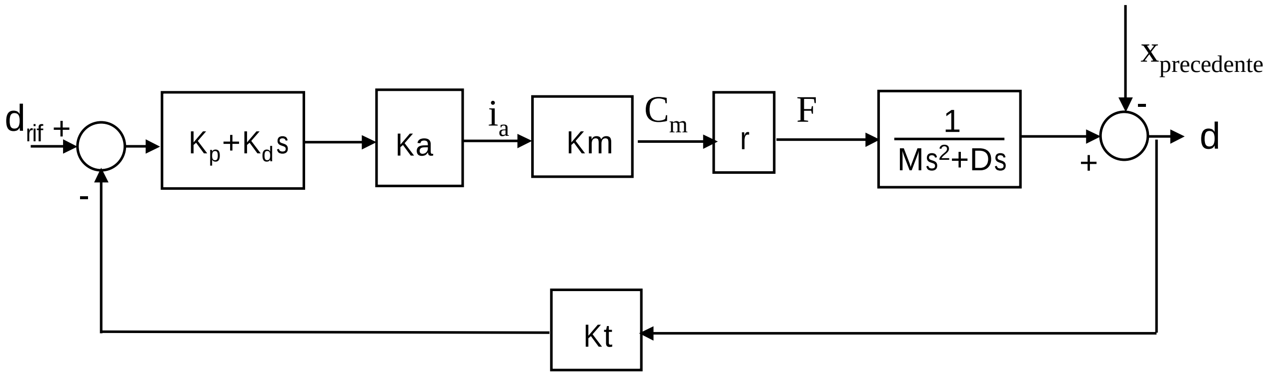
4) Dato il sistema dinamico nonlineare

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1^2 + 2u \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 \end{cases}$$

determinare se la sua linearizzazione nell'intorno dei punti di equilibrio ottenuti in corrispondenza di $u_0=2$ risulta stabile. Laddove non lo fosse determinare la matrice dei guadagni dallo stato necessaria ad imporre una coppia di autovalori pari a (-1, -2).

Nome …………........…… Cognome ……..……....… Matricola ….…………..…......... **Ele** ☐ **Mec** ☐ **Inf** ☐

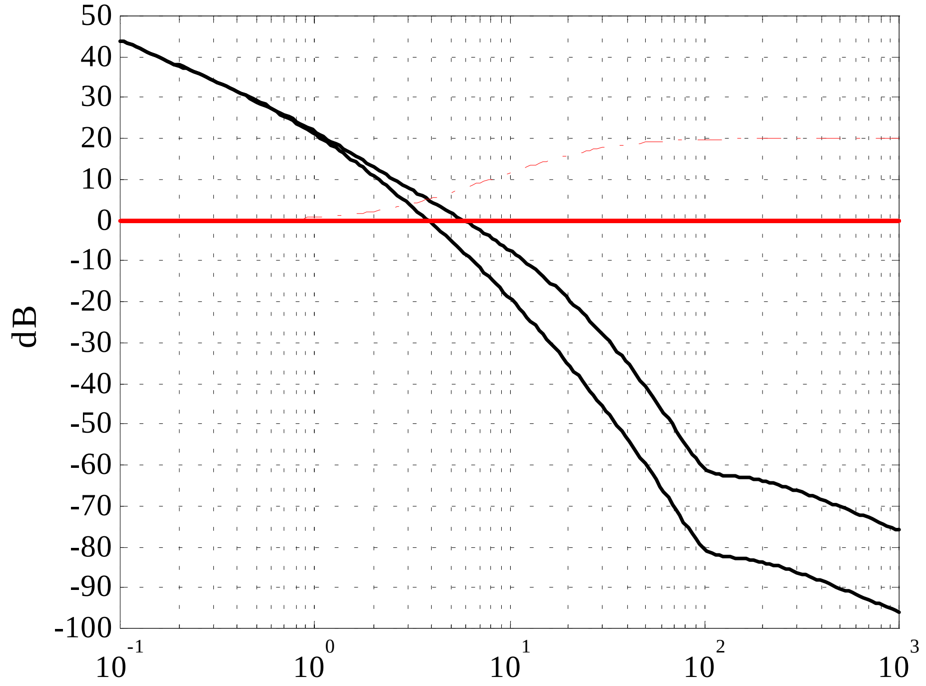




Con:
Kp: controllore proporzionale
Kd: controllore derivativo
Ka: guadagno dell'amplificatore
Km: costante del motore
r: raggio delle ruote
F: forza applicata al carrello
M: massa totale del carrello (trascurata inerzia delle ruote)
D: attrito complessivo
$x_{precedente}$: posizione del carrello che precede
Kt: trasduttore distanza/tensione
d_{rif}: tensione di riferimento

$$\frac{d(s)}{d\_rif(s)} := \frac{r\, Km\, Ka\, (Kp + Kd\, s)}{M\, s^2 + D\, s + Ka\, Km\, r\, Kt\, Kp + Ka\, Km\, r\, Kt\, Kd\, s}$$

Moduli di Processo modificato, Rete e Catena diretta



Omega di taglio del processo modificato= 5.8728

$$C(s) = \frac{4}{s}\frac{0.4s+1}{(0.4/10)s+1}$$

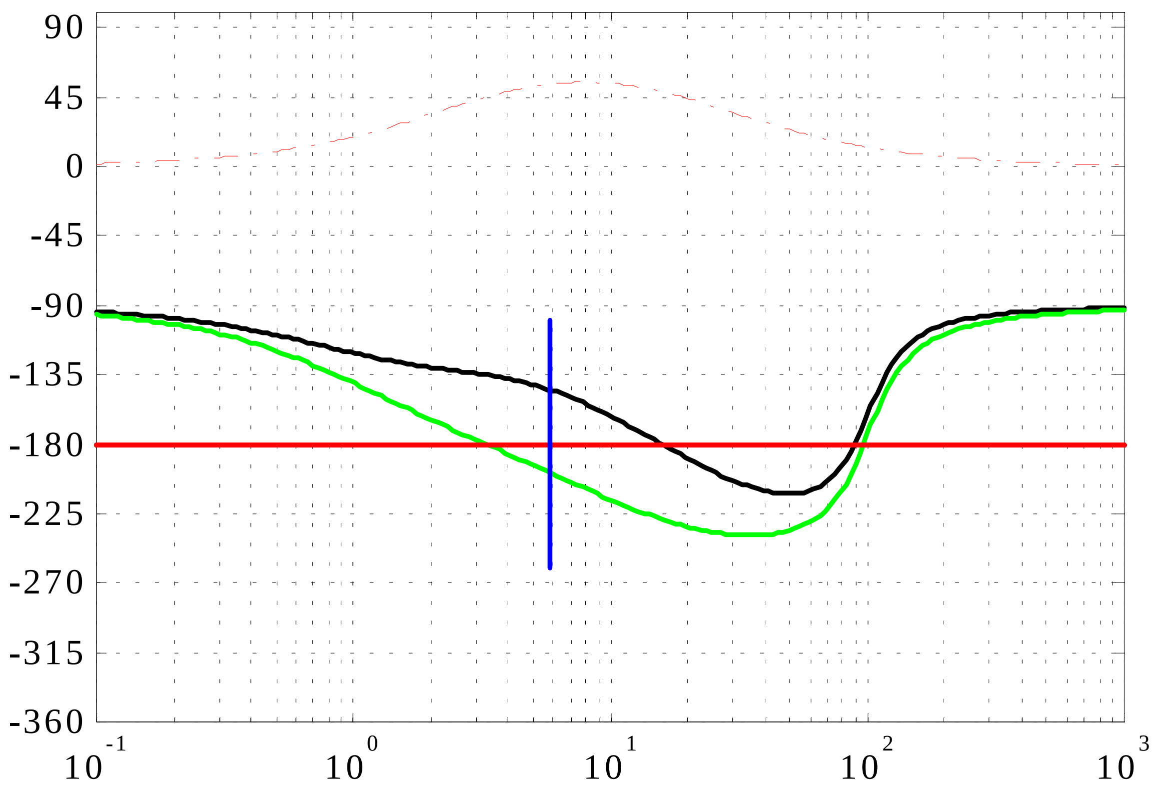
$$\left|\frac{K_d}{1+F(j\omega)}\right| < e$$

$$|F(j\omega)| > \frac{K_d}{e} = \frac{2}{0.15}$$

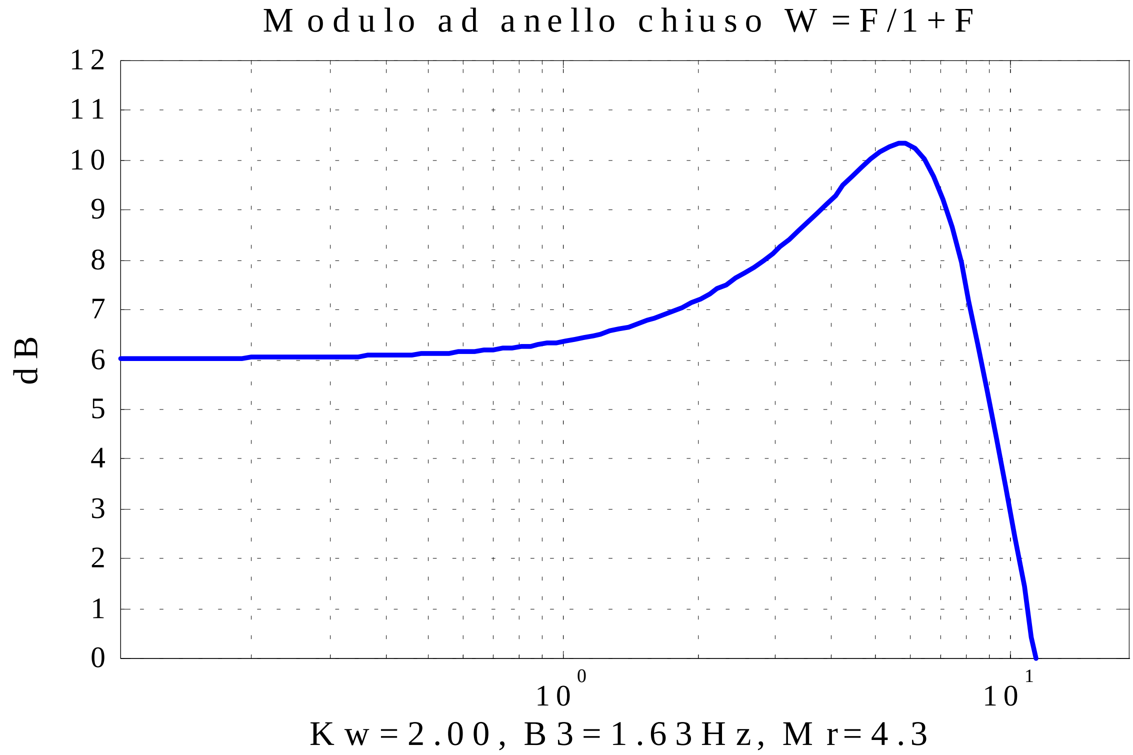
$$|F(j\omega)| > 13.3 = 22.5dB$$

$$\omega < 0.9 \text{ rad/sec}$$

Fasi di Processo modificato, Rete e Catena diretta



margine di fase processo modificato= 35.0


Modulo ad anello chiuso W=F/1+F
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
dB
10^0
10^1
Kw=2.00, B3=1.63Hz, Mr=4.3

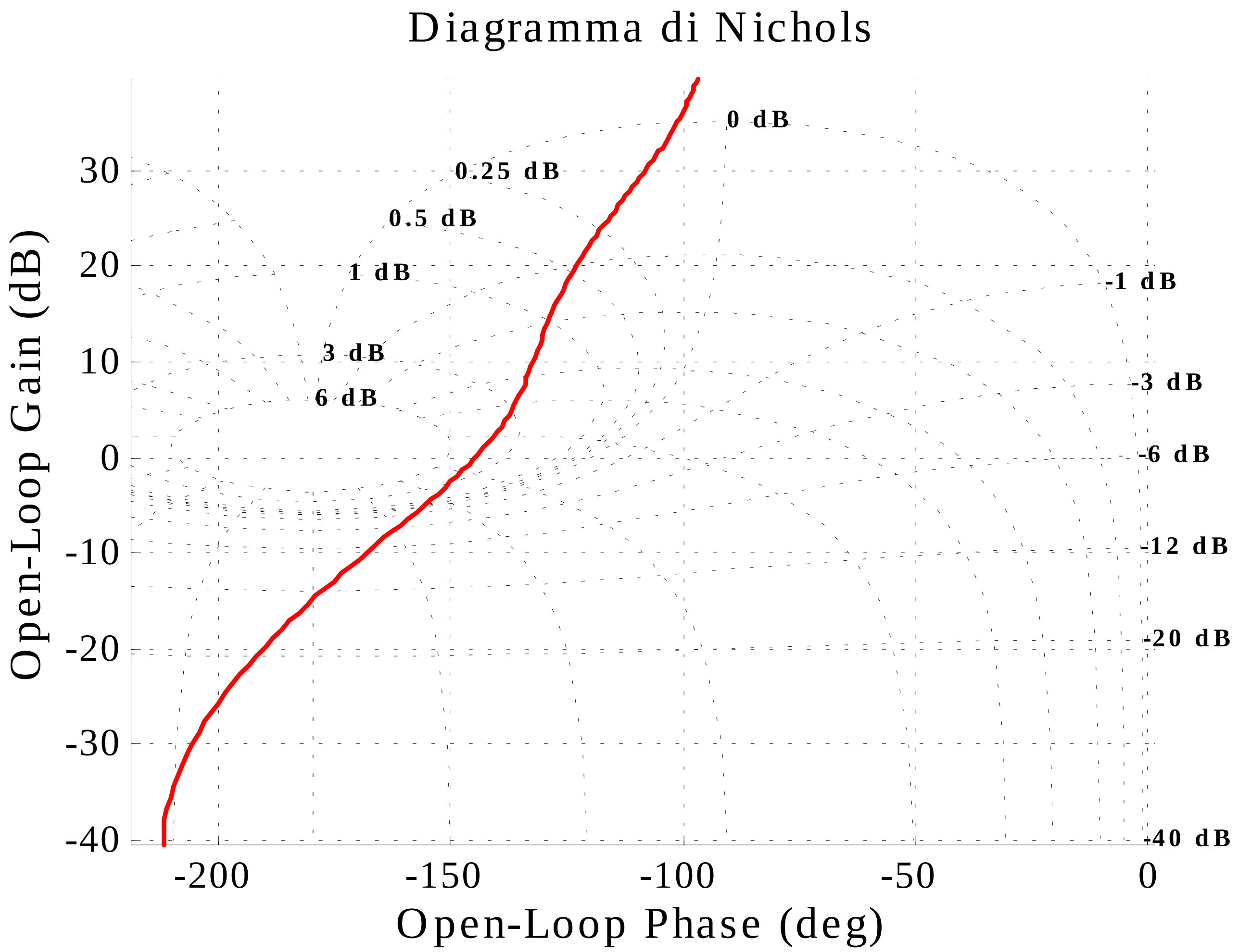


Diagramma di Nichols
Open-Loop Gain (dB)
Open-Loop Phase (deg)
0 dB
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-1 dB
-3 dB
-6 dB
-12 dB
-20 dB
-40 dB
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-200
-150
-100
-50
0

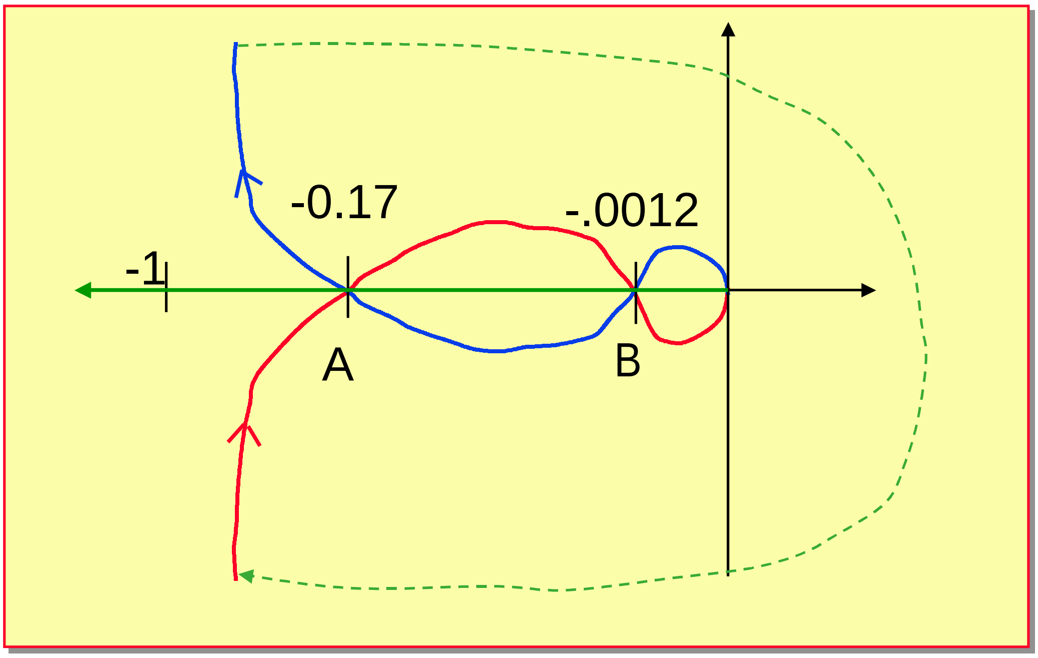


Diagramma di Nyquist

Il diagramma di Nyquist interseca la funzione descrittiva del relè (-inf, 0) ben due volte, quindi il sistema si porterà sicuramente su un ciclo limite. In particolare possiamo avere due cicli limite: uno stabile in A ed uno instabile in B. Infatti nel punto A la funzione descrittiva tende ad "uscire" dal dominio definito dal diagramma di Nyquist della $G(j\omega)$ (vedi Marro).
In questo punto la pulsazione dell'oscillazione sarà pari a ω=3rad/sec (pulsazione alla quale il diagramma di Bode prevede una fase di –180°).
L'ampiezza della stessa si può calcolare sapendo che la funzione descrittiva del relè è pari a

$$F(x)=4s/\pi x$$

con s=1 ed x pari all'ampiezza cercata. Dalla

$$G(j\omega)=-1/F(x)$$

otteniamo

$$x=-G(j\omega)*4*s/\pi=0.17*4*1/\pi=0.2165$$

Per cominciare discretizziamo la G(s) con il metodo indicato:

$$G(s)=1/(s+1)-1/(s+3)$$

sostituendo $s=(1-z^{-1})/Tc$ con $Tc=0.1$ sec otteniamo

$$G(z)=2*z^2 / ((11*z-10) * (13*z-10))$$

il cui guadagno, ottenibile ponendo z=1, vale 0.6666

La trasformata Z della sequenza di ingresso si può otterere considerando un gradino traslato di tre campioni e due campioni di valore 1/2 in corrispondenza di k=1 e k=2:

$$U(z) = 0.5*z^{-1}+0.5*z^{-2}+z/(z-1)*z^{-3} = 0.5*(z^2+1)/(z^2*(z-1))$$

A questo punto l'uscita Y(z) sarà calcolata come

$$Y(z)=G(z)\ U(z)=(z^2+1)/((11*z-10)*(13*z-10)*(z-1))$$

ed il valore a cui tende sarà possibile calcolarlo utilizzando il teorema del valore finale

$$y(inf)=\lim_{z\to 1}(1-z^{-1})Y(z)=0.66666$$

come potevasi già dedurre dal valore del guadagno della G(z) e dal fatto che il segnale applicato fosse, a transitorio esaurito, equivalente ad un gradino di ampiezza unitaria.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1^2 + 2u \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 \end{cases}$$

all'equilibrio otteniamo

$$\begin{cases} 0 = -x_{1,0}^2 + 2u_0 \\ 0 = x_{1,0} - x_{2,0} \end{cases}$$

da cui

$x_{1,0} = \pm 2$

$x_{2,0} = \pm 2$

i sistemi che si ottengono sono:

$$\begin{cases} \Delta\dot{x}_1 = -x_{1,0}^2 - 2x_{1,0}\Delta x_1 + 2u_0 + 2\Delta u = \mp 4\Delta x_1 + 2\Delta u \\ \Delta\dot{x}_2 = x_{1,0} + \Delta x_1 - x_{2,0} - \Delta x_2 = \Delta x_1 - \Delta x_2 \end{cases}$$

da cui le matrici di stato sono

$$A = \begin{bmatrix} \mp 4 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

considerando il segno - abbiamo un sistema linearizzato asintoticamente stabile che implica la stabilità asintotica locale del sistema nonlineare, considerando il segno + abbiano un sistema instabile che può essere stabilizzato con una reazione dallo stato se fosse garantita la condizione di controllabilità del sistema.

A tal fine la matrice di raggiungibilità vale

$$R = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

il cui rango è massimo, da cui la completa raggiungibilità del sistema

$\gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \end{bmatrix}$:ultima riga di R^{-1}

$P^*(\lambda) = (\lambda + 1)(\lambda + 2)$:polinomio caratteristico desiderato

$F = -\gamma P^*(A) = \begin{bmatrix} -3 & 0 \end{bmatrix}$:matrice di guadagni dallo stato