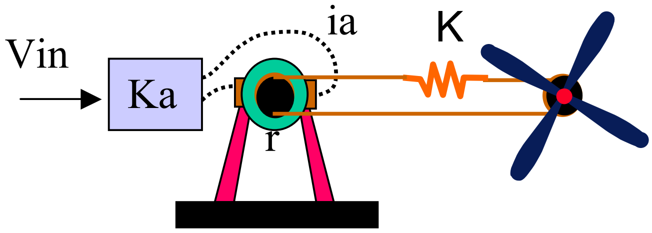
1(L+D) Il sistema in figura è composto da un **motore in c.c. controllato in corrente** (inerzia J_m ed attrito D_m), un amplificatore di corrente di costante K_a, una trasmissione elastica di costante (elastica) K, e una ventola di inerzia J_v ed attrito dato dalla relazione $K_v\,(\omega_v * |\omega_v|)$. Le pulegge hanno un raggio pari ad r. Si ricavi lo schema a blocchi del sistema nell'intorno della velocità ω_0.



2a(L) Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento:

$$P(s) = \frac{10s + 400}{(s/300)^2 + (2*0.3/300)s + 1}$$

Sintetizzare un sistema di controllo a controreazione tale che il guadagno a ciclo chiuso sia pari a **3,** l'errore a regime per ingresso a rampa **u(t)=10t** sia minore o uguale a **0.0225** e l'errore di riproduzione di una sinusoide del tipo **sin(ωt)** sia minore di **0.1** almeno fino a **300** radianti al secondo (attenzione: il valore di ***Kc*** deve essere tale da soddisfare <u>tutte</u> le precedenti specifiche). Inoltre, l'omega di attraversamento ed il margine di fase della funzione a ciclo aperto soddisfino le: ω_t**<4000** rad/sec e m_ϕ **>40°**.

2b(L) Calcolare, utilizzando la carta di Nichols, la banda passante a **–3dB** e l'effettivo modulo alla risonanza della funzione a ciclo chiuso.

2c(L) Tracciare il diagramma di Nyquist della funzione compensata e determinare se si può innescare un ciclo limite quando in catena diretta si introduce una saturazione unitaria.

3(D) Tracciare i diagrammi di Bode e di Nyquist di **G(s)=20P(s)/s** (vedi esercizio 2a). Il sistema è stabile a ciclo chiuso con una controreazione pari a **1/3**? Quanto valgono i margini di stabilità? Quanto vale l'errore di inseguimento di un'uscita desiderata a rampa pari a **yd(t)=3t**? Verificare la stabilità anche con il criterio di Routh.

5(L) Determinare la funzione di trasferimento di un sistema discreto che abbia una riposta all'impulso (in zero) pari a **yk={0, 0, 0.5, 1, 0.5, 0, 0, 0, …}**. Quindi, per la stessa funzione di trasferimento, determinare i primi 7 campioni della risposta al gradino ed il valore finale.

6(L) Data la funzione di trasferimento:

$$F(s) = \frac{s+2}{s^2 + 3s - 4}$$

determinare un sistema di controllo basato su un osservatore in modo da ottenere un sistema che abbia a ciclo chiuso un polinomio caratteristico pari a P(s)=s(s+2). Scegliere a piacere la dinamica dell'osservatore.

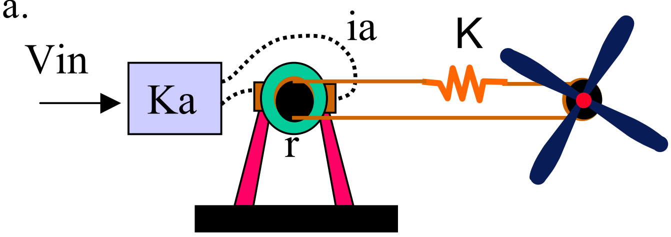
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Elettronica/Meccanica	**Laurea/ Diploma/Nuovo Ordinamento**	**Iscritto al ………. anno**

Indichiamo con θ_m e ω_m posizione e velocità dell'asse motore,
con θ_v e ω_v posizione e velocità dell'asse della ventola.
Le equazioni del sistema saranno:

1) $C_m = K_a K_m V_{in}$ coppia motore
2) $C_e = K_v(\theta_m - \theta_v)r$ coppia elastica che derivata da: $\dot{C}_e = K_v(\omega_m - \omega_v)r$
3) $J_m\dot{\omega}_m + D_m\omega_m = C_m - C_e$ dinamica del motore
4) $J_v\dot{\omega}_v = C_e - K_v\omega_v|\omega_v|$ dinamica della ventola

Linearizziamo intorno a $\omega_v = \omega_0$:
All'equilibrio (di ω e non di θ) le velocità dei due assi saranno uguali:

1) $C_{m,0} = K_a K_m V_{in,0}$
2) $\omega_{m,0} = \omega_{v,0} = \omega_0$ come si diceva prima.
3) $C_{m,0} = C_{e,0} + D_m\omega_0$
4) $C_{e,0} = K_v\omega_0|\omega_0|$



da cui

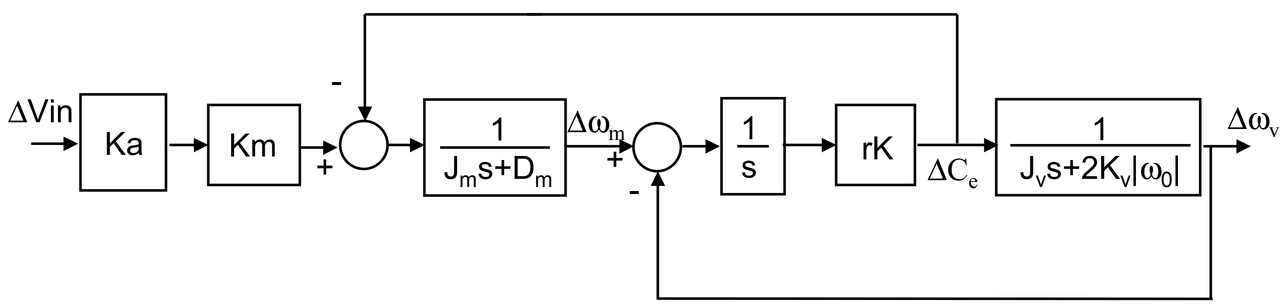
$$V_{in,0} = \frac{C_{m,0}}{K_a K_m} = \frac{C_{e,0} + D_m\omega_0}{K_a K_m} = \frac{K_v\omega_0|\omega_0| + D_m\omega_0}{K_a K_m}$$

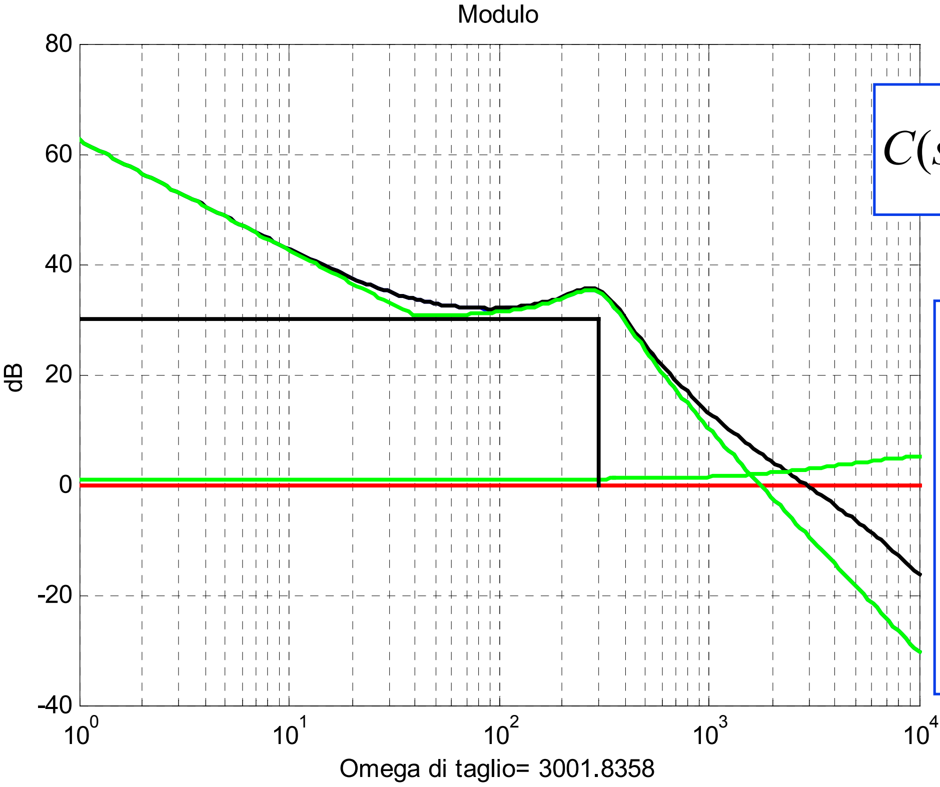
$C_{m,0} = K_v\omega_0|\omega_0| + D_m\omega_0$

a questo punto la parte lineare del sistema si può scrivere:

1) $\Delta C_m = K_a K_m \Delta V_{in}$
2) $\Delta\dot{C}_e = K_v(\Delta\omega_m - \Delta\omega_v)r$
3) $J_m\Delta\dot{\omega}_m + D_m\Delta\omega_m = \Delta C_m - \Delta C_e$
4) $J_v\Delta\dot{\omega}_v = \Delta C_e - 2K_v|\omega_0|\Delta\omega_v$

Trasformando con Laplace abbiamo il seguente schema a blocchi:





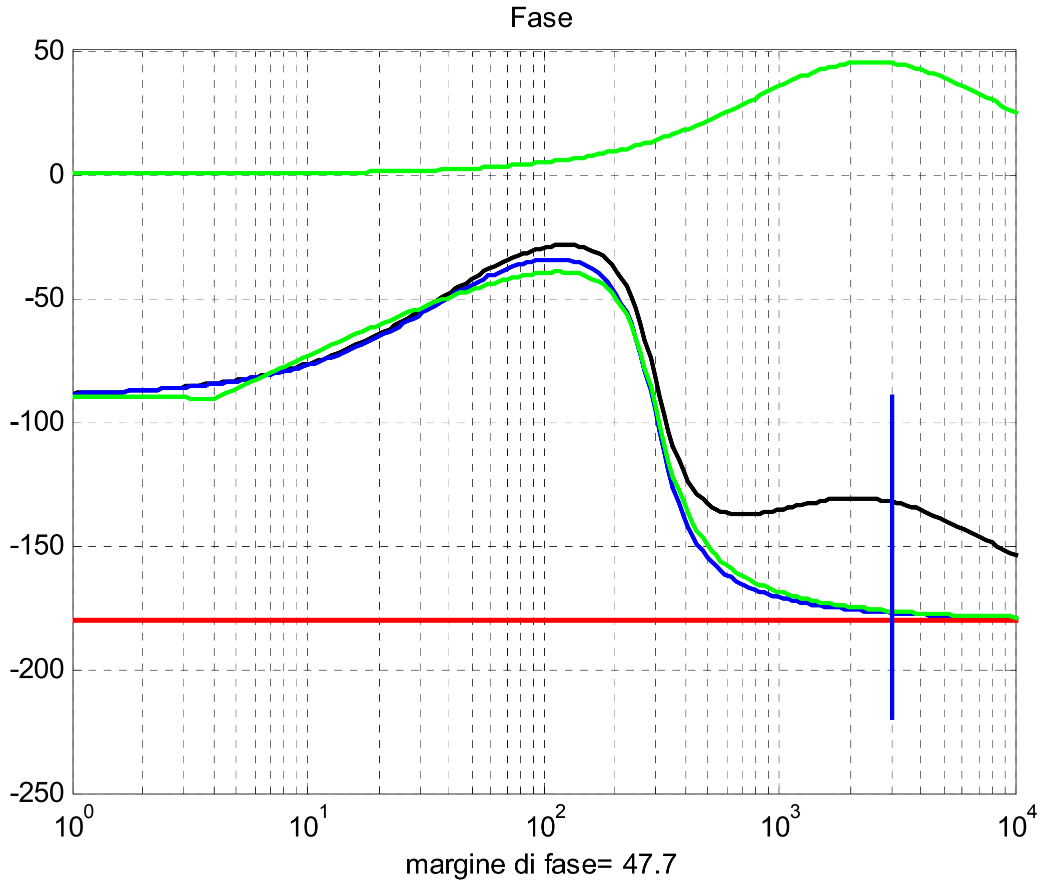
$$C(s) = \frac{10}{s}\,\frac{0.001s+1}{0.001/6s+1}$$

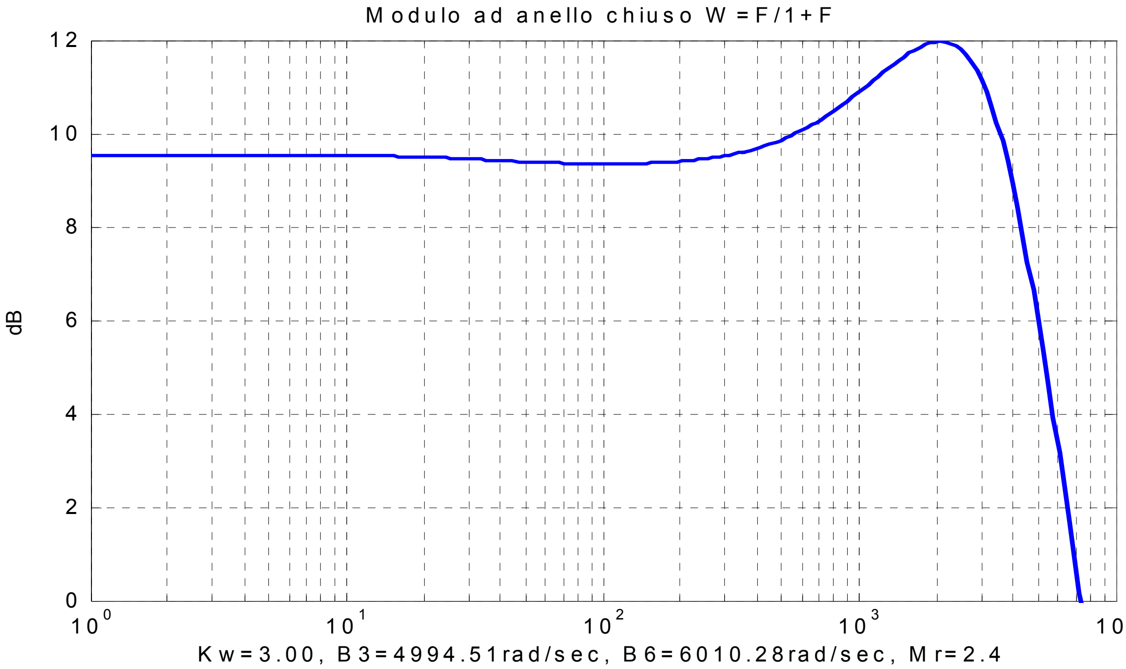
$$\left|\frac{K_d}{1+F(j\omega)}\right| < e$$

$$|F(j\omega)| > \frac{K_d}{e} = \frac{3}{0.1}$$

$$|F(j\omega)| > 30 = 29.5dB$$

fino a $\omega < 300$ rad/sec




Modulo ad anello chiuso W=F/1+F
dB
12
10
8
6
4
2
0
10^0
10^1
10^2
10^3
10^4
Kw=3.00, B3=4994.51rad/sec, B6=6010.28rad/sec, Mr=2.4

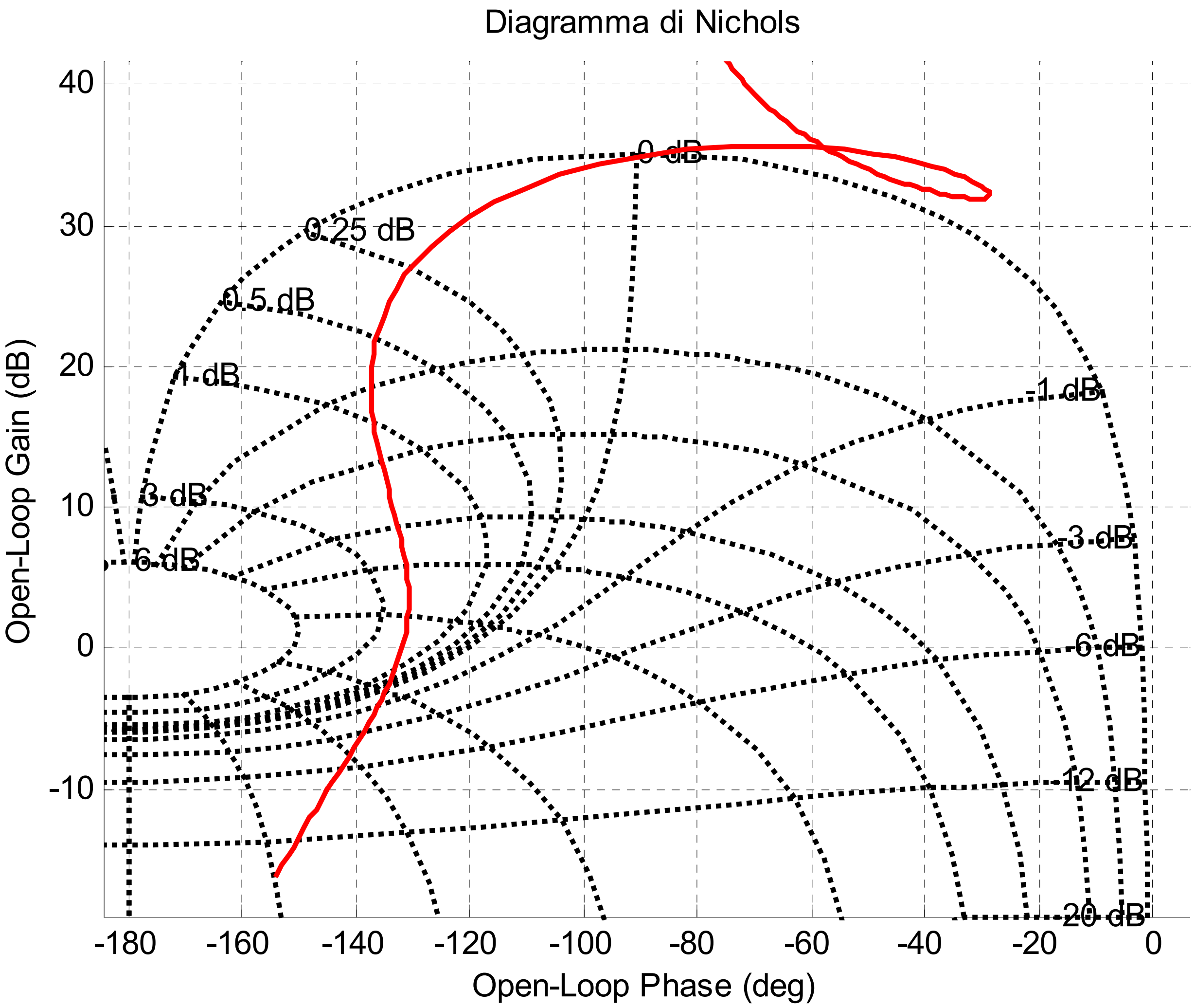
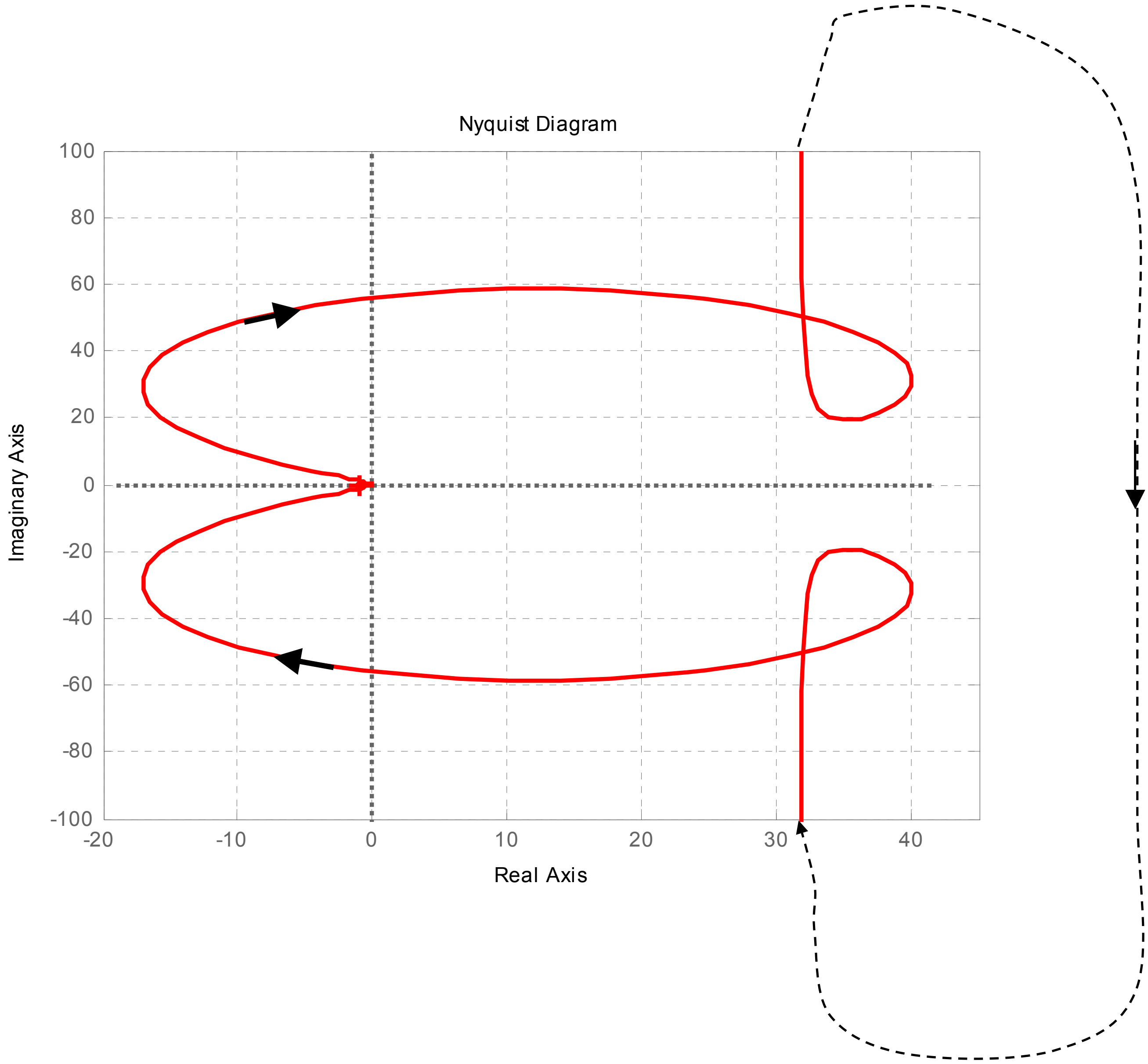


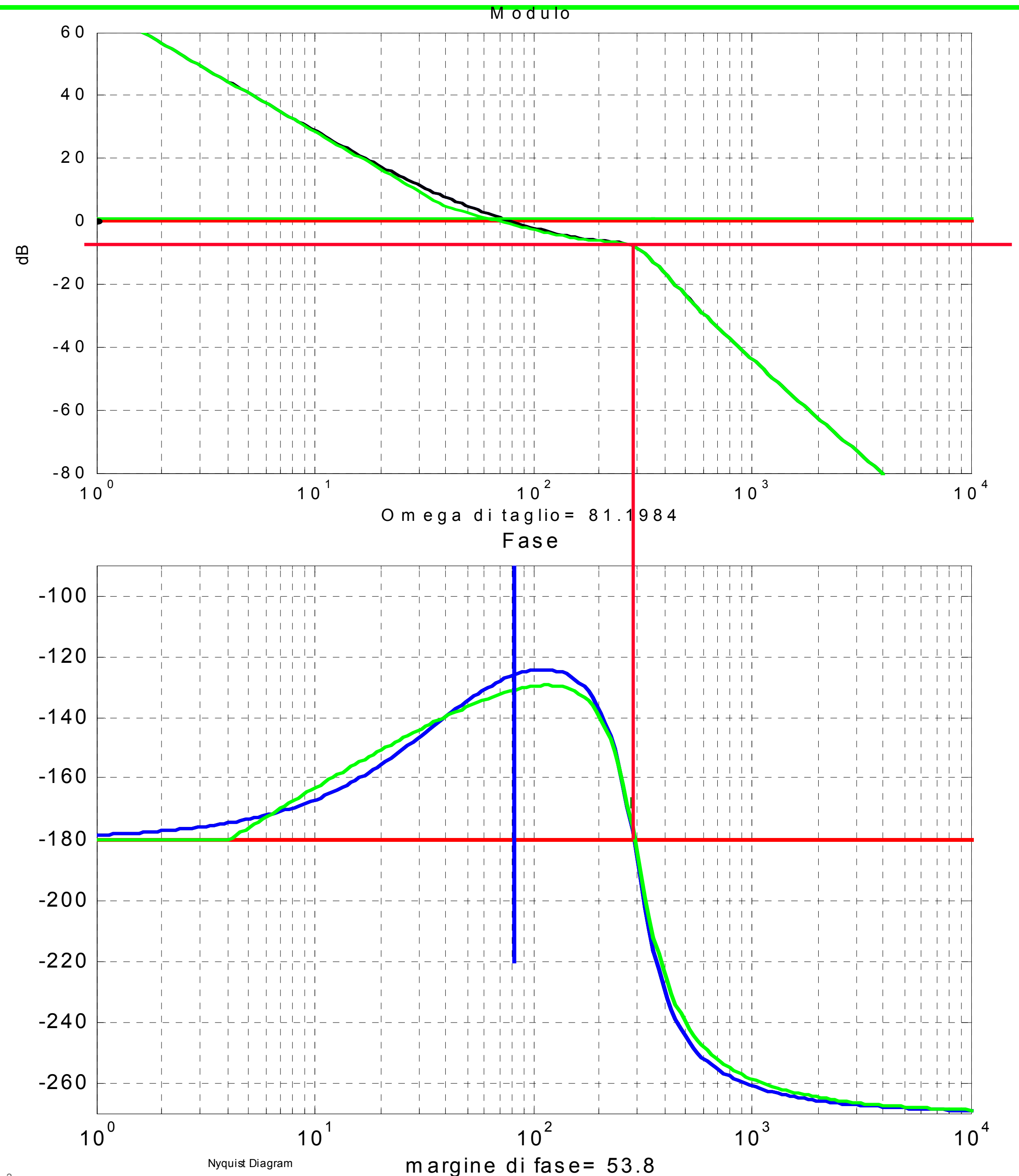
Diagramma di Nichols
Open-Loop Gain (dB)
Open-Loop Phase (deg)
40
30
20
10
0
-10
-180
-160
-140
-120
-100
-80
-60
-40
-20
0
0 dB
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-1 dB
-3 dB
-6 dB
-12 dB
-20 dB

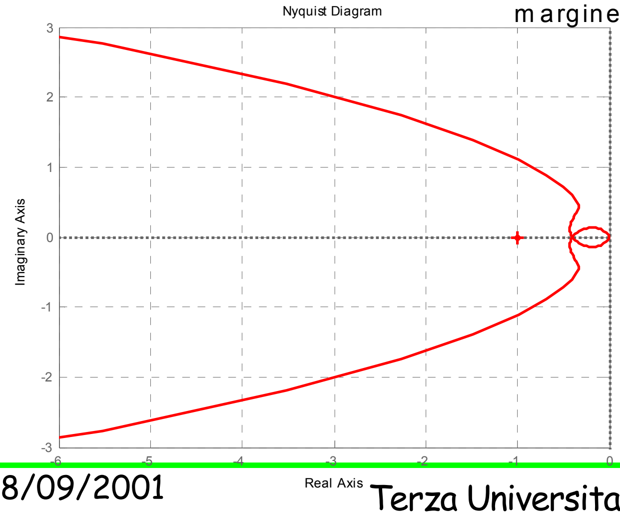
-40 dB



Se inseriamo una saturazione unitaria l’oscillazione non si innesca

Bode/Nyquist Diploma





Il Sistema è stabile a ciclo chiuso in quanto non compie giri intorno al punto –1 e non possiede poli a parte reale positiva.

Per verificare la stabilità a ciclo chiuso con Routh bisogna calcolare la funzione di trasferimento a ciclo chiuso:

$$W(s) = \frac{20P(s)/s}{1+20P(s)/s} =$$

La tabella di Routh ci fornisce:

$$\begin{array}{c|l} 3 & \\ 2 & \\ 1 & \\ 0 & \end{array}$$

Per cui, vista la assenza di variazioni di segno, concludiamo che il sistema a ciclo chiuso è asintoticamente stabile.

RISOLVENDO CON MAPLE:

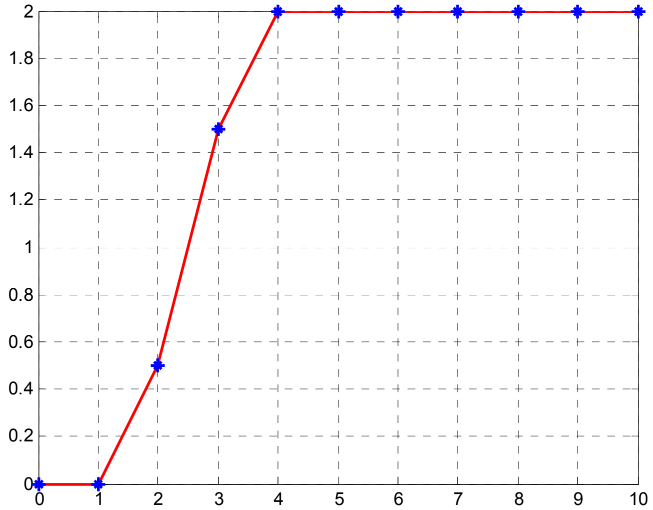
```
> restart:
> with(linalg):
> Y(z):=0.5*z^(-2)+z^(-3)+0.5*z^(-4);

                                 1       1           1
                  Y(z)  := .5  ---- + ---- + .5  ----
                                z^2     z^3         z^4
> F(z):=simplify(Y(z));
                                z^2   + 2. z + 1.
                  F(z)  := .5 -----------------
                                     z^4
> U(z):=z/(z-1);
                                       z
                           U(z)  := -----
                                     z - 1
> R(z):=simplify(F(z)*U(z));
                              z^2 + 2. z + 1.
                  R(z)  := .5 ---------------
                               z^3  (z - 1.)

Da cui, applicando il teorema del valore finale:
              (z-1)
r(t=inf)=lim  ----- R(z)=2
         z→1    z

L'equazione alle differenze sarà data da:
Y(z) (z^4)= U(z) .5 (z^2 + 2z + 1)
che diventa
y_k = 0.5 u_k-2 + u_k-3 + u_k-4
Risolvendo con u_k={1, 1 , 1, 1, …} otteniamo:
```

y_k= {0, 0, 0.5, 1.5, 2, 2, 2, 2, 2, … }



$F(s) = \frac{s+2}{s^2+3s-4}$

Possiamo scegliere il tipo di realizzazione. Utilizziamo la forma comapagna:

A=$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$

Lo schema di controllo con osservatore ci richiede di calcolare le matrici K_1, K_2 e di conseguenza calcolare la $F = A - K_2C$ per poter scrivere la dinamica dell'osservatore nella seguente forma:

$\dot{z} = Fz + Bu + K_2 y$

e poi la controreazione dallo stato stimato come:

$u = v + K_1 z$

Per K_1, visto che il sistema è in forma compagna, possiamo semplicemente scrivere

$K_1 = \begin{bmatrix} a_0 - \alpha_0 & a_1 - \alpha_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 1 \end{bmatrix}$

con $a_0 = -4$ e a_1=3 coefficienti del polinomio caratteristico di F(s) e

$\alpha_0 = 0$ e $\alpha_1 = 2$ coefficienti del polinomio caratteristico desiderato $P(s) = s^2 + 2s$.

Per quel che riguarda la dinamica dell'errore (cioè dell'osservatore) l'importante è avere delle costanti di tempo almeno paragonabili con quelle richieste per il sistema.

Quindi poniamo, ad esempio,

$\mathrm{P}_e^*(\lambda) = (\lambda+3)(\lambda+3) = \lambda^2 + 6\lambda + 9$

La matrice di osservabilità vale:

$O = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ La cui inversa è $\mathrm{O}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$

A questo punto una possibile soluzione per K_2 *è*:

$$K_2 = P_e^*(A)\begin{bmatrix} \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 3 \\ 12 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7}{6} \\ \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$