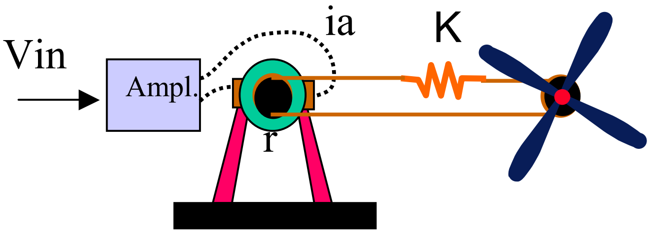
1 Il sistema in figura è composto da un **motore in c.c. controllato in tensione** (inerzia J_m ed attrito D_m), un amplificatore di corrente di guadagno K_a e costante di tempo τ_a una trasmissione elastica di costante (elastica) K, e una ventola di inerzia J_v ed attrito dato dalla relazione $K_v\ \omega_v$. Le pulegge hanno un raggio pari ad r. Si ricavi lo schema a blocchi del sistema.



2a(L) Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento:

$$P(s) = \frac{s+30}{s(s/100+1)(s/140+1)}$$

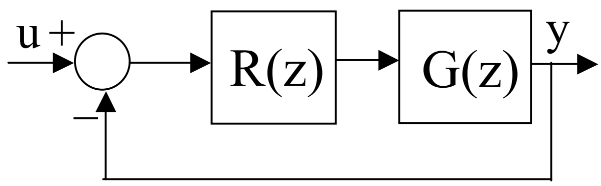
Sintetizzare un sistema di controllo a controreazione tale che il guadagno a ciclo chiuso sia pari a **4,** l'errore a regime per ingresso a rampa sia zero e l'errore di riproduzione di una sinusoide del tipo **sin(ωt)** sia minore di **0.4** almeno fino a **8** radianti al secondo (attenzione: il valore di ***Kc*** deve essere tale da soddisfare **tutte** le precedenti specifiche). Inoltre, l'omega di attraversamento ed il margine di fase della funzione a ciclo aperto soddisfino le: ω_t**>20** rad/sec e m_ϕ **>50°**.

2b Calcolare, utilizzando la carta di Nichols, la banda passante a **–3dB** e l'effettivo modulo alla risonanza della funzione a ciclo chiuso.

2c Tracciare il diagramma di Nyquist della funzione compensata e determinare se si può innescare un ciclo limite quando in catena diretta si introduce una saturazione unitaria.

---

3 Dato il sistema discreto in figura con **G(z) =3/(1-2z)**, determinare il controllore **R(z)** che assicuri una funzione di trasferimento a ciclo chiuso **W(z)** tale che in risposta ad un impulso unitario in zero produca la sequenza $\{y_k\}$=**{0, 1, 0.5, 0, ...}**. Quindi, supponendo di applicare un segnale a gradino unitario all'ingresso **u** determinare i primi **4** campioni del segnale **y**.

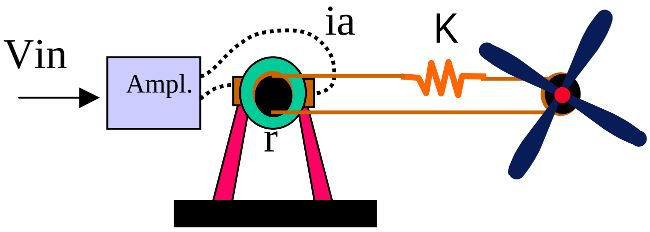


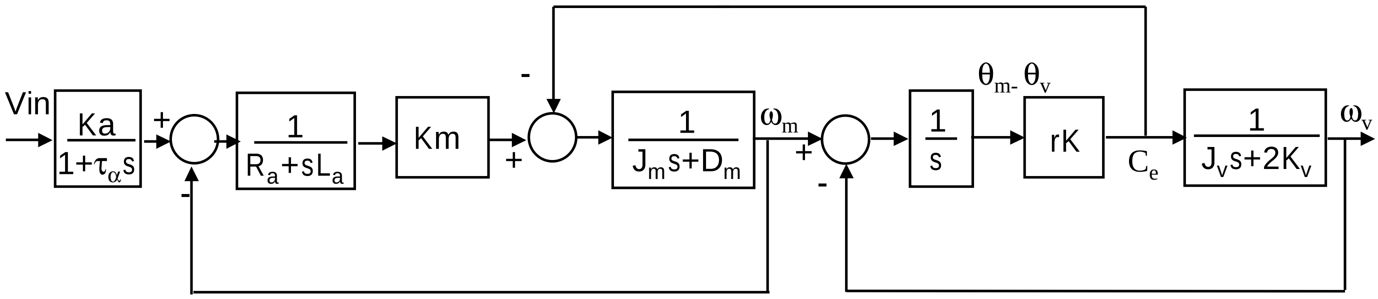
---

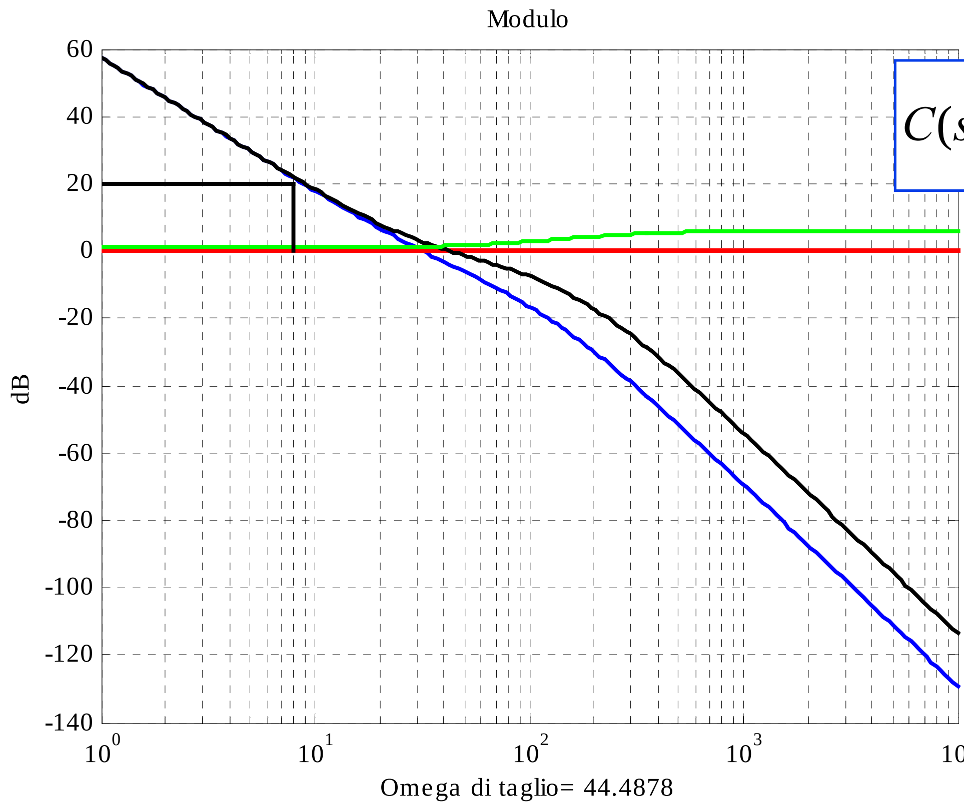
4 Determinare le proprietà strutturali (controllabilità e osservabilità) del seguente sistema e calcolarne l'uscita y(t) per t=5 sec, u(t)=0 ed x_0=(2, 1):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -3x_1 - 2x_2 \\ \dot{x}_2 = 3x_1 + 2x_2 + 2u \\ y = x_1 + x_2 \end{cases}$$

Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Elettronica/Meccanica	**Laurea/ Diploma/Nuovo Ordinamento**	


Vin
Ampl.
ia
K
r


Vin
Ka
1+ταs
+
-
1
Ra+sLa
Km
+
-
1
Jms+Dm
ωm
+
-
1
s
θm- θv
rK
Ce
1
Jvs+2Kv
ωv



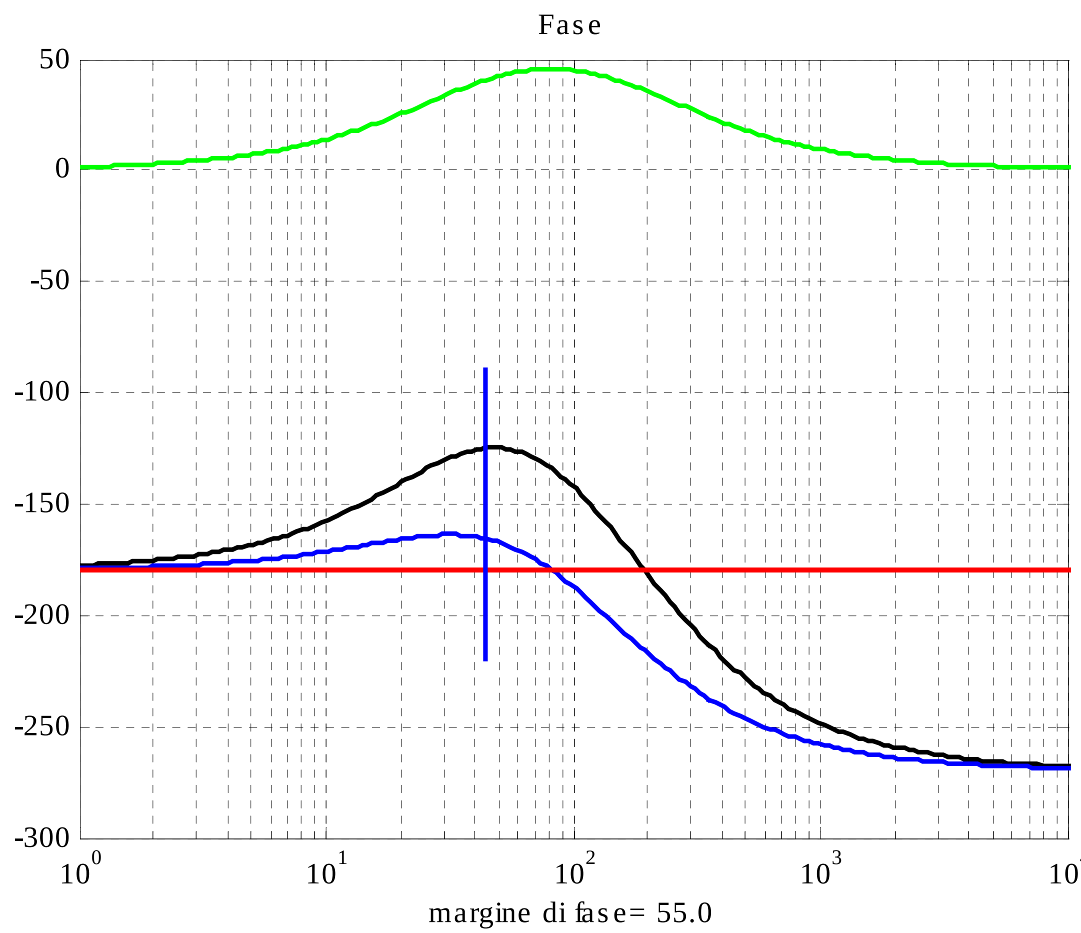
$$C(s) = \frac{100}{s} \; \frac{0.03s+1}{0.03/6s+1}$$

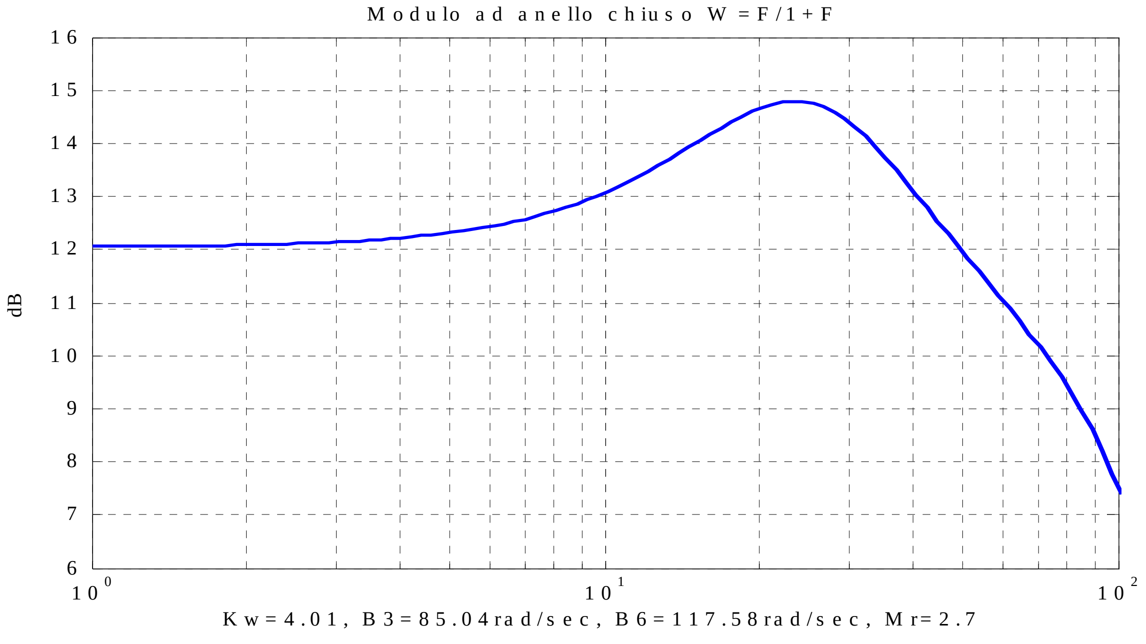
$$\left| \frac{K_d}{1+F(j\omega)} \right| < e$$

$$\left| F(j\omega) \right| > \frac{K_d}{e} = \frac{4}{0.4}$$

$$\left| F(j\omega) \right| > 10 = 20dB$$

fino a $\omega < 8$ rad/sec




Modulo ad anello chiuso W = F/1+F
dB
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
10^0
10^1
10^2
Kw=4.01, B3=85.04rad/sec, B6=117.58rad/sec, Mr=2.7

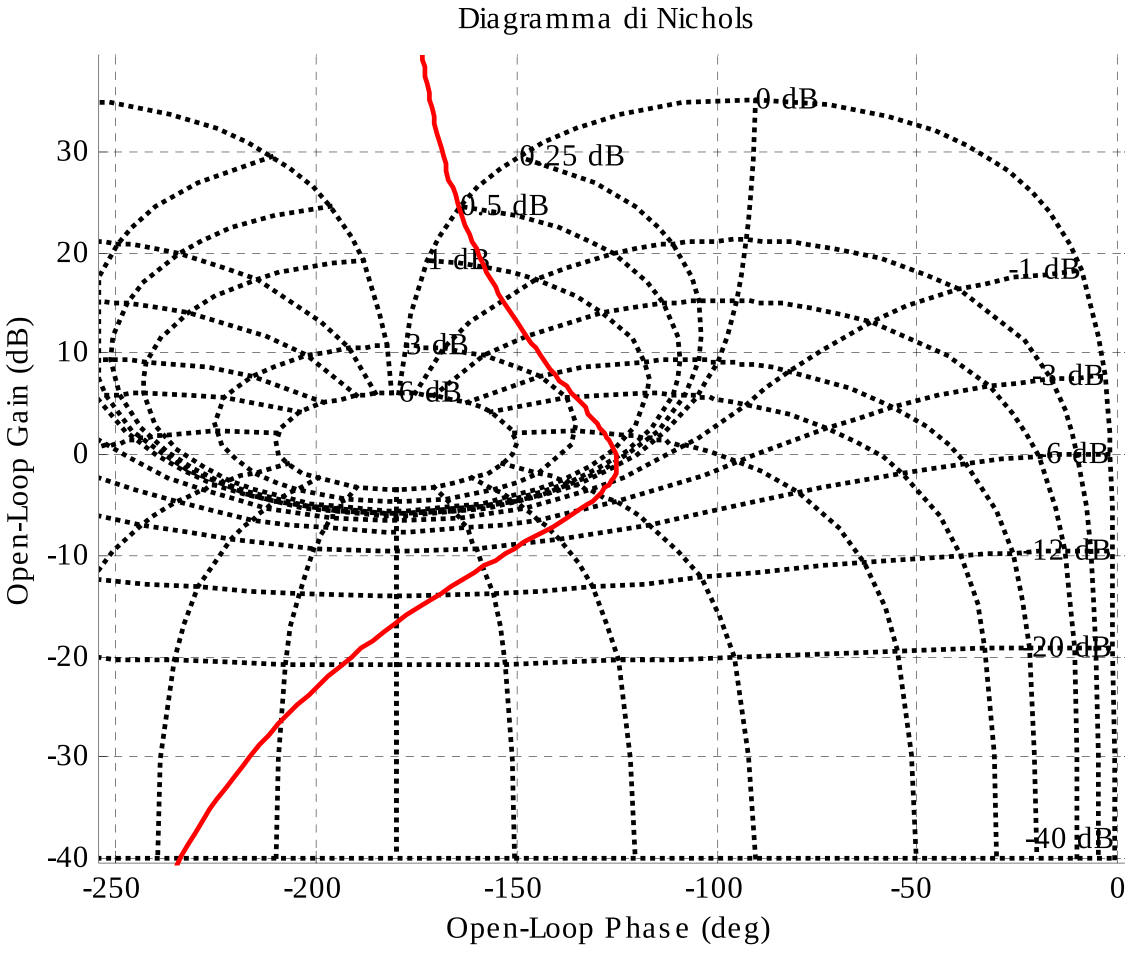
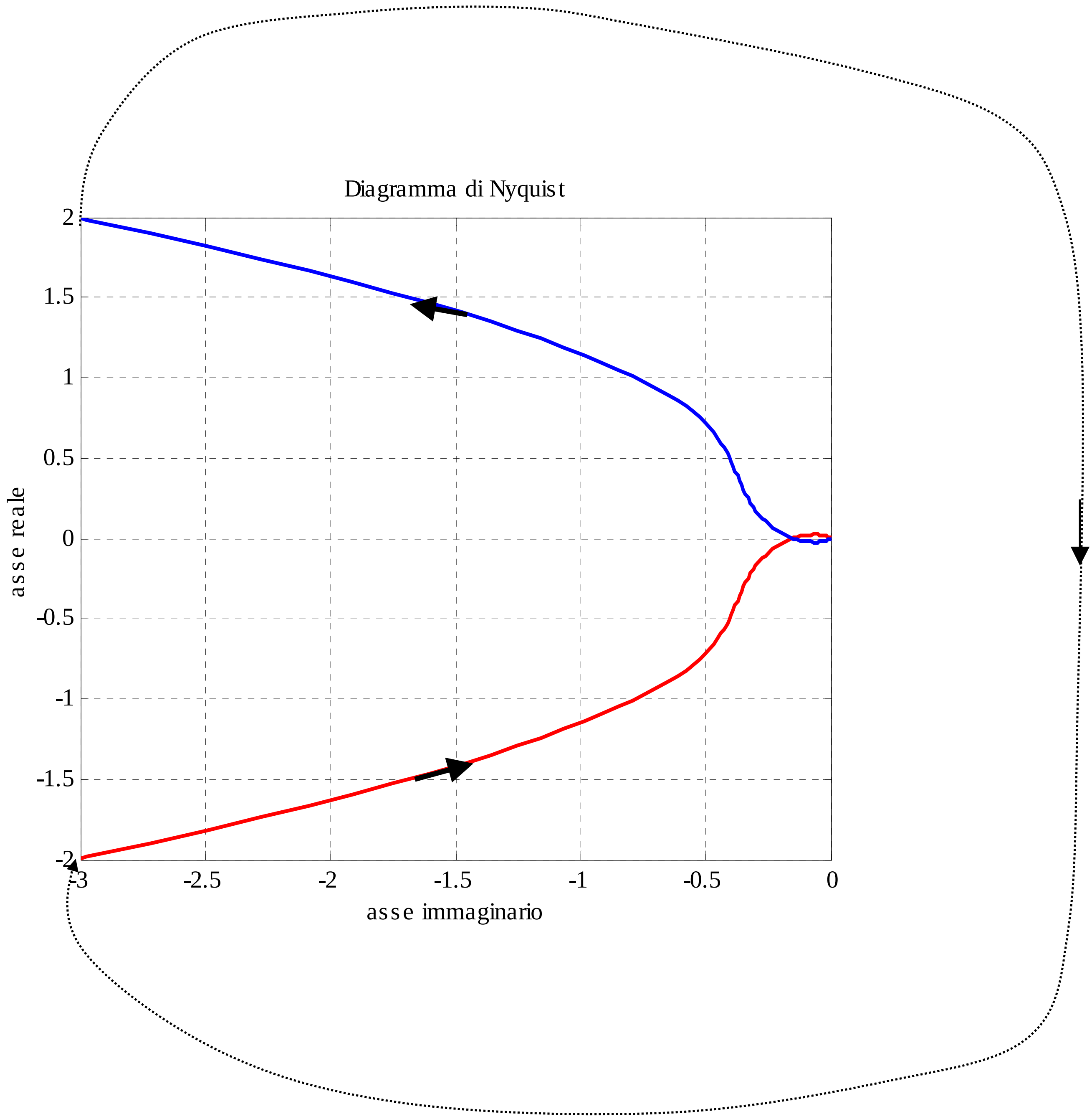


Diagramma di Nichols
Open-Loop Gain (dB)
Open-Loop Phase (deg)
0 dB
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-1 dB
-3 dB
-6 dB
-12 dB
-20 dB
-40 dB
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-250
-200
-150
-100
-50
0



Se inseriamo una saturazione unitaria l'oscillazione non si innescherà con questo guadagno ma sarà possibile che ciò avvenga aumentando il guadagno in catena diretta

Visto che il sistema vale

$$G(z) = 3/(1-2*z)$$

e l'uscita desiderata è

$$y(z) = 1/z + 0.5\ 1/z^2 = 1/2*(2*z+1)/z^2$$

per un ingresso pari a:

$$u(z) = 1$$

la funzione di trasferimento richiesta sarà:

$$W(z) = y(z)/u(z) = 1/2*(2*z+1)/z^2$$

A questo punto il regolatore, visto che la G(z) ha poli e zeri dentro il cerchio unitario, si potrà scrivere così:

$$R(z) = 1/G(z) * (W(z)/(1-W(z))) =$$

$$= -1/3 \frac{(-1 + 2z)(2z + 1)}{2z^2 - 2z - 1}$$

Il valore finale della risposta al gradino coincide con il guadagno statico della W(z):

$$W(z=1) = 3/2$$

e i primi campioni della risposta al gradino saranno calcolabili dall'equazione alle differenze dedotta da W(z):

$$y(z)\ 2z^2 = u(z)\ (2*z + 1)$$

che diventa

$$y_k = u_{k-1} + 0.5\ u_{k-2}$$

Risolvendo con u_k={1, 1 , 1, 1, …} otteniamo:

y_k= {0, 1, 1.5, 1.5, …}

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}; = b = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

per la controllabilità:

$$\text{R=}\begin{bmatrix} 0 & \text{-4} \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \text{rango}(R) = 2$$

per l'osservabilità:

$$\text{O=}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{rango}(O) = 1$$

quindi c'è un autovalore osservabile ed uno non osservabile. Nel calcolo dell'evoluzione libera possiamo, pertanto, limitarci a considerare il sottospazio osservabile. Operiamo la trasformazione di Kalman $x = Tz$ con:

$$\text{T}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A} = \text{T}^{-1} A T = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}, \tilde{B} = \text{T}^{-1} B = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \tilde{C} = CT = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

poichè $z = T^{-1}x$, varrà:

$$z_0 = T^{-1}x_0 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{0,1} \\ z_{0,2} \end{bmatrix}$$

l'equazione del sottospazio osservabile è:

$$\dot{z}_1 = 2u$$

$$y = z_1$$

la cui soluzione, con $u = 0$ visto che ne calcoliamo l'evoluzione libera, è data da

$$z_1(t) = z_{1,0}$$

$$y(t) = z_1(t) = z_{1,0} = 3$$

e quindi in $t = 5$, come per qualsiasi t, si ha

$$y(5) = 3$$

Il problema può essere risolto anche nei due seguenti modi:

1) Diagonalizzando la matrice A calcolando autovalori ed autovettori

2) Valutando la seguente antritrasformata di Laplace:

$$\text{L}^{-1}\left\{C(sI - A)^{-1}\right\}\Big|_{t=5} x_0$$