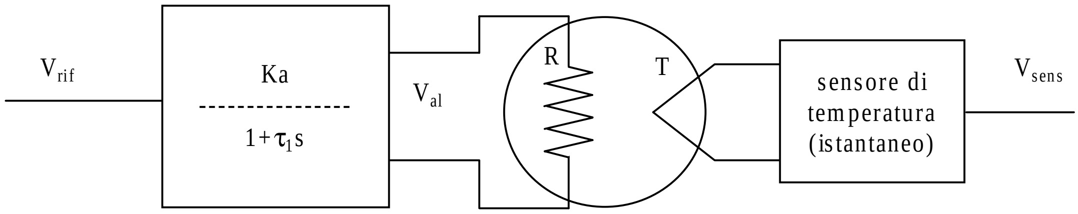
1) Il sistema in figura è costituito da un bagno termico di cui si vuole controllare la temperatura **T**. Assumendo per semplicità nulla la temperatura esterna, quella del bagno è legata alla potenza dissipata da **R** (alimentata tramite un amplificatore) da:

$$\mathbf{T} = \frac{\mathbf{K_b}}{\mathbf{1 + \tau_2 s}}\,\mathbf{W} \qquad \text{essendo } \mathbf{W = V_{al}^2/R}$$



Il sensore si assume istantaneo e con coefficiente di guadagno unitario. Determinare il valore $\mathbf{V_{rif,0}}$ corrispondente ad una temperatura $\mathbf{T_0}$ e trovare il modello linearizzato del sistema intorno a detti valori.

2a) Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento:

$$P(s) = \frac{0.14s + 70}{0.0001s^2 + 0.006s + 1}$$

Sintetizzare un sistema di controllo a controreazione tale che il guadagno a ciclo chiuso sia pari a **5** e l'errore a regime per ingresso a rampa **u(t)=3t** sia minore di **0.1**. Inoltre, l'omega di attraversamento ed il margine di fase della funzione a ciclo aperto soddisfino le: $30<\omega_t<100$ rad/sec ed $\mathbf{m_\phi}$ tale da avere un modulo alla risonanza minore di 2dB.

2b) Per un ingresso del tipo **sin(ωt)**, fino a quale pulsazione l'errore di riproduzione risulterà inferiore a **0.1**? Determinare, infine, utilizzando la carta di Nichols, la banda passante (in Hz) e l'effettivo modulo alla risonanza della funzione a ciclo chiuso.

2c) Tracciare il diagramma di Nyquist della funzione compensata.

---

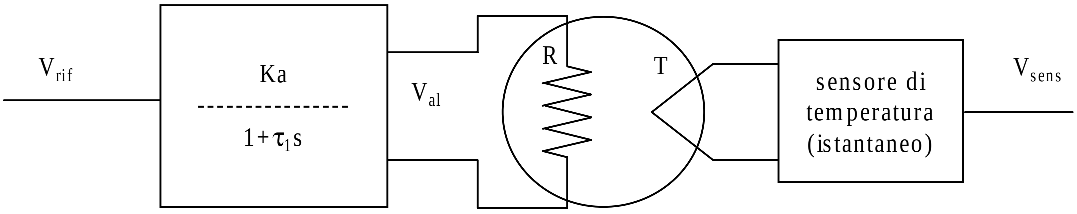
3) Si vuole realizzare un sistema di controllo a controreazione a tempo discreto con una banda passante (a –6dB) di 10 Hz. Fornire una valutazione della frequenza di campionamento da impiegare, motivando la scelta.

---

4) Verificare se il sistema senza legame diretto sotto indicato risulta controllabile e renderlo stabile assegnando due autovalori coincidenti con una controreazione.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix};\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix};\ C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Nome ……….......…… Cognome ……..……....… Matricola ….………..…......... Ele☐ Mec☐Inf☐



Scriviamo le equazioni differenziali:

$$T = \frac{K_b}{1 + \tau_2 s} W \qquad \text{essendo } \mathbf{W=V_{al}^2/R}$$

$$\begin{cases} \tau_1 \dot{V}_{al} + V_{al} = K_a V_{rif} \\ \tau_2 \dot{T} + T = K_b R V_{al}^2 \end{cases}$$

all'equilibrio, per avere la temperatura T_0, si avrà:

$$\begin{cases} V_{al,0} = K_a V_{rif,0} \\ T_0 = K_b R V_{al,0}^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{al,0} = \sqrt{\dfrac{T_0}{K_b R}} \\ V_{rif,0} = \dfrac{V_{al,0}}{K_a} \end{cases}$$

a questo punto basta porre:

$$V_{al} = V_{al,0} + \Delta V_{al}$$

$$\dot{V}_{al} = \Delta \dot{V}_{al}$$

$$V_{al}^2 = V_{al,0}^2 + 2V_{al,0}\Delta V_{al}$$

$$T = T_0 + \Delta T$$

$$\dot{T} = \Delta \dot{T}$$

$$V_{rif} = V_{rif,0} + \Delta V_{rif}$$

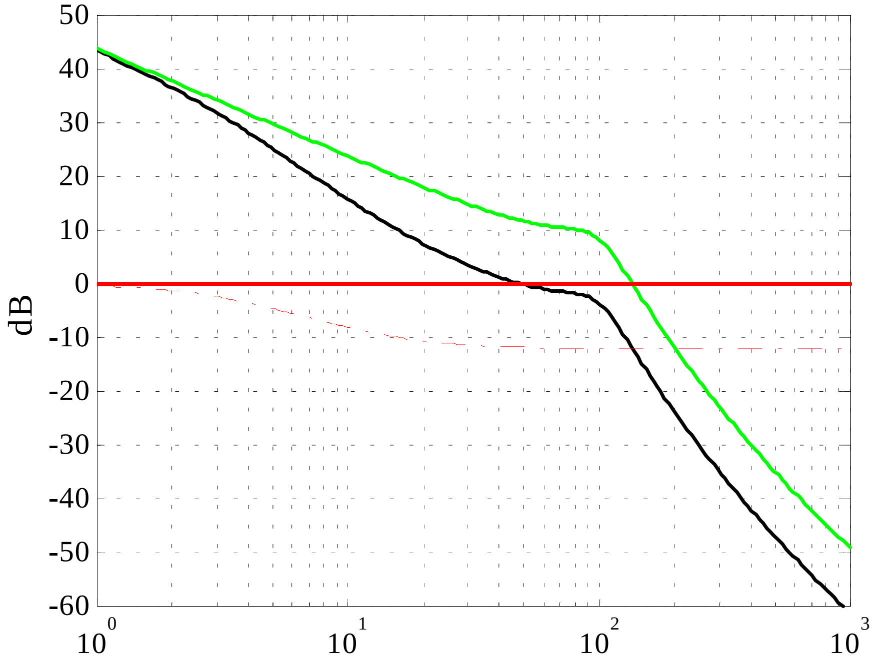
per avere:

$$\begin{cases} \tau_1 \Delta \dot{V}_{al} + \Delta V_{al} = K_a \Delta V_{rif} \\ \tau_2 \Delta \dot{T} + \Delta T = 2V_{al,0} K_b R \Delta V_{al} \end{cases}$$

la FdT complessiva si potrà ora scrivere come:

$$\frac{\Delta T}{\Delta V_{rif}} = \frac{2V_{al,0} K_a K_b R}{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}$$

Moduli di Processo modificato, Rete e Catena diretta



Omega di taglio del processo modificato= 50.5263

$$C(s)=\frac{11}{s}\frac{0.3/4s+1}{0.3s+1}$$

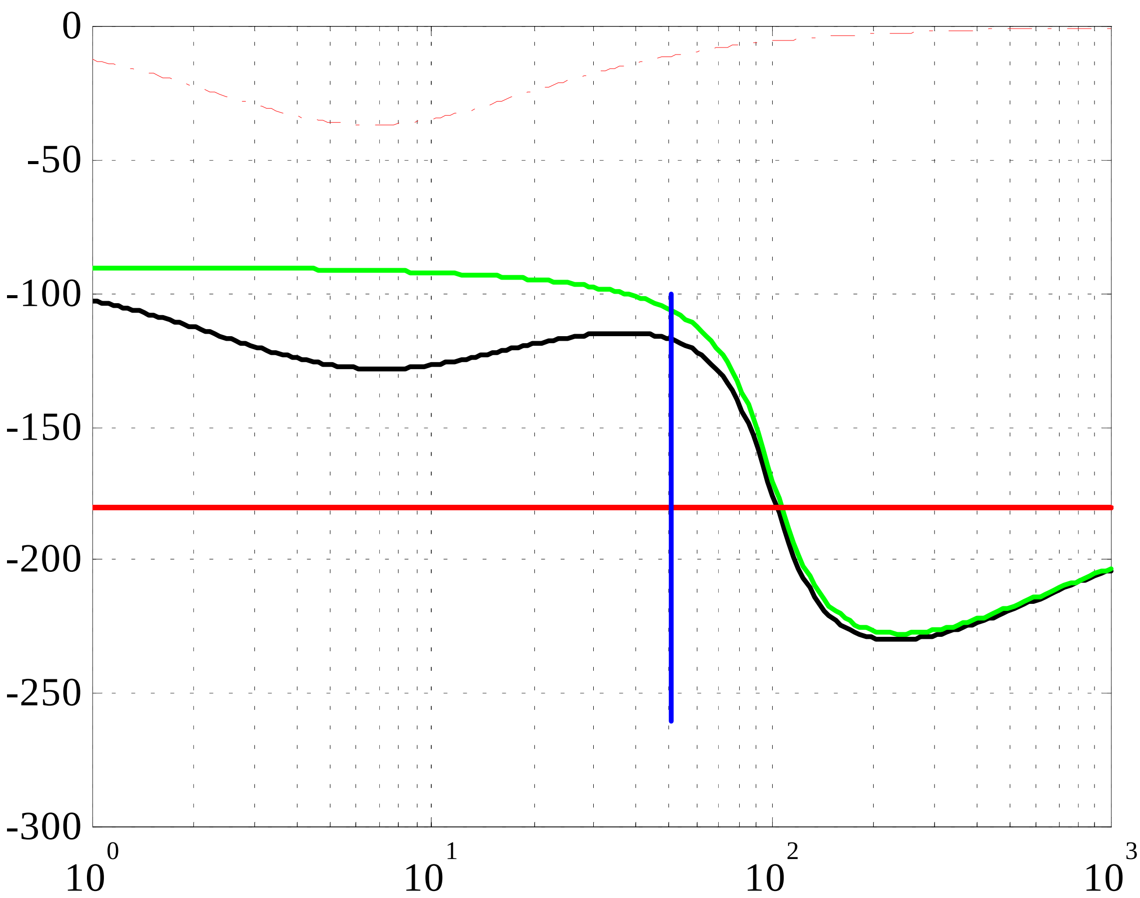
$$\left|\frac{K_d}{1+F(j\omega)}\right|a<e$$

$$|F(j\omega)|>\frac{K_d a}{e}=\frac{5*1}{0.1}$$

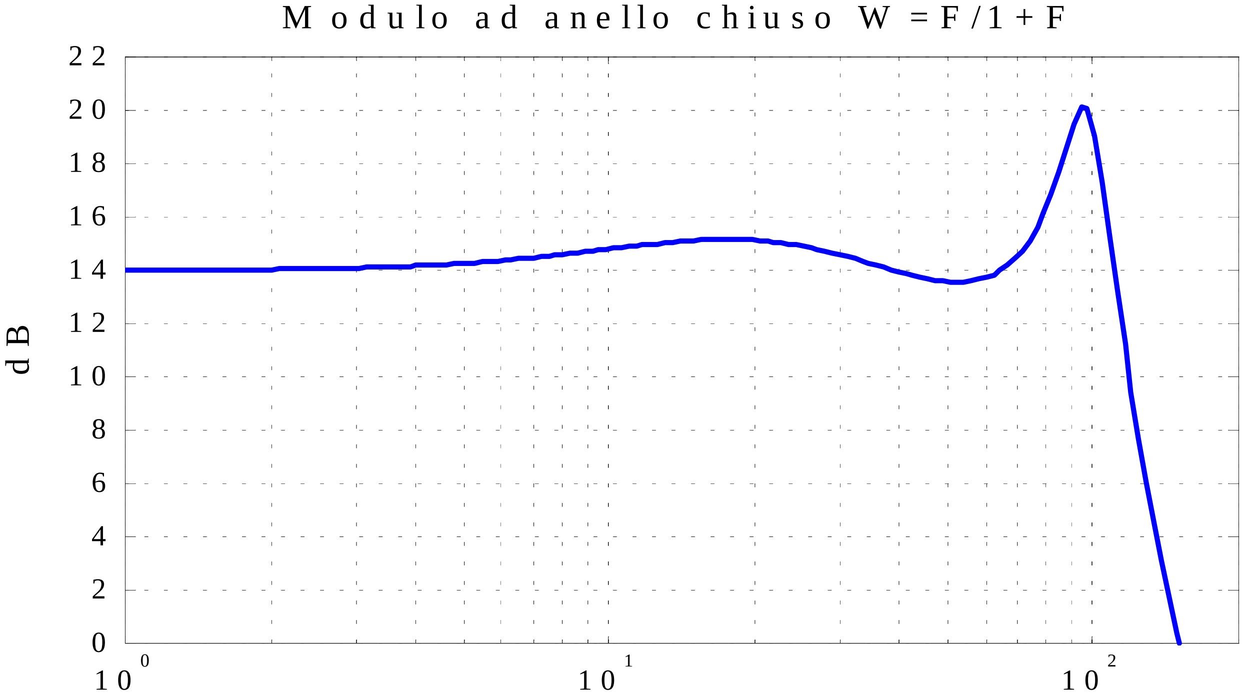
$$|F(j\omega)|>50=33.97dB$$

$$\omega<2.8\text{ rad/sec}$$

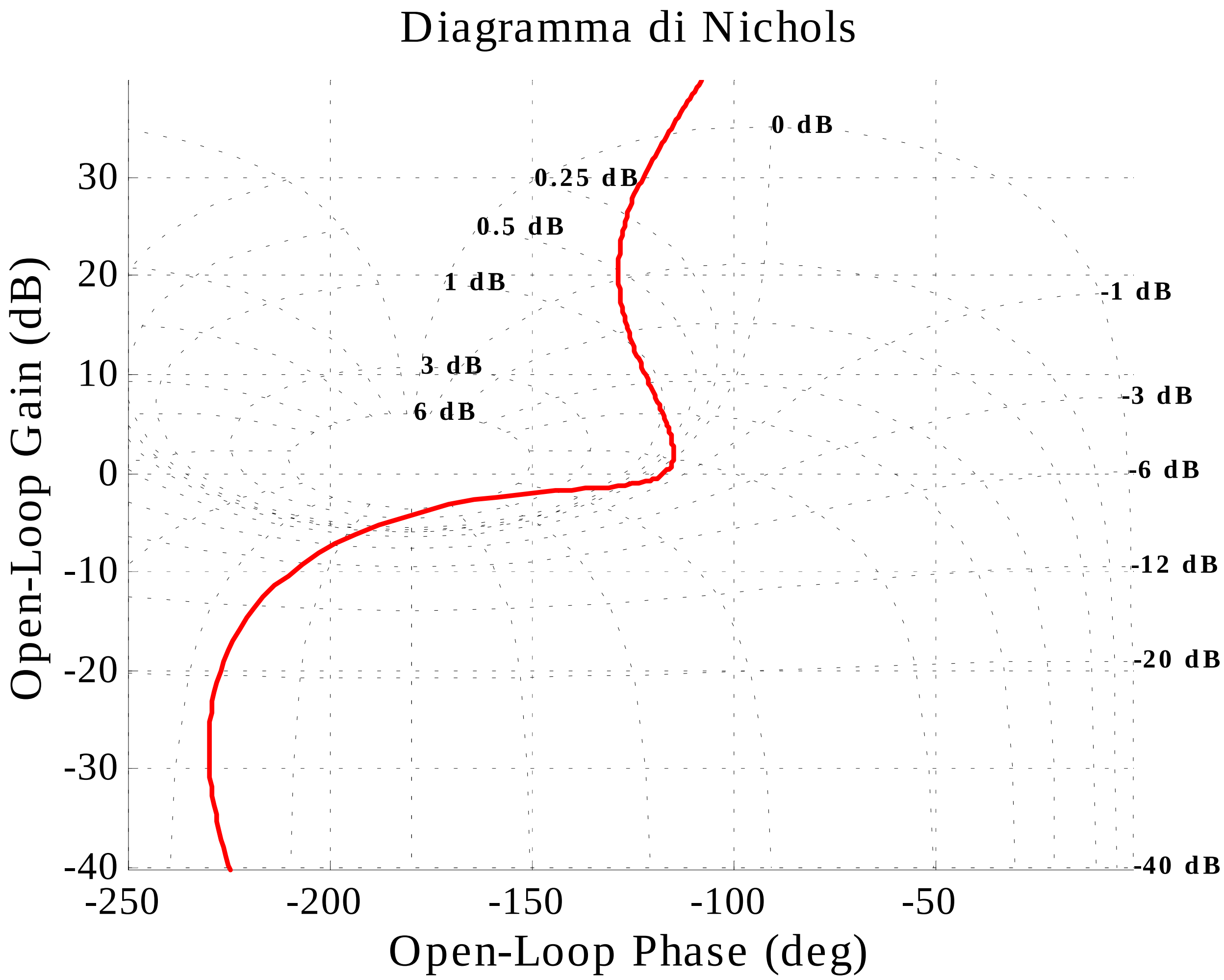
Fasi di Processo modificato, Rete e Catena diretta

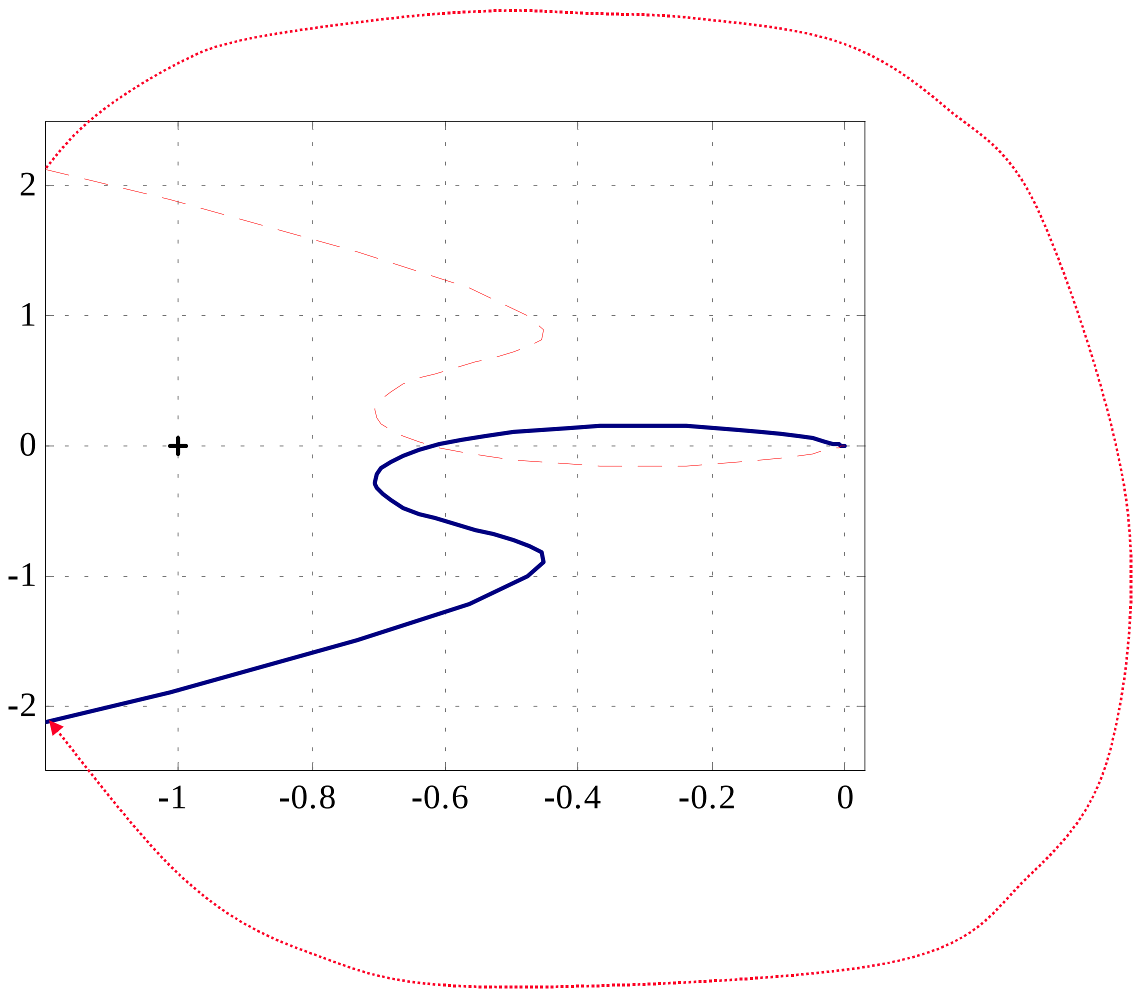


margine di fase processo modificato= 62.6



Kw = 5.01, B3 = 19.15Hz, Mr = 6.1




2
1
0
-1
-2
-1
-0.8
-0.6
-0.4
-0.2
0

L'impiego del teorema del campionamento darebbe un risultato (20Hz) inadeguato. Infatti la banda passante è misurata a -6dB, quindi non si possono supporre nulle nell'uscita le componenti al di sopra di detta frequenza.

Una regola empirica, infatti, suggerisce di scegliere la frequenza di campionamento circa 10 volte la banda passante. Un altro possibile modo di valutarla, fa riferimento alla pulsazione di attraversamento, legata, come noto, alla banda passante. Assumendo tali due valori uguali, si può imporre che lo sfasamento introdotto dall'organo di tenuta nella funzione di trasferimento ad anello aperto sia trascurabile. Anche questo criterio ci porta a scegliere una frequenza di campionamento di 100Hz.

Utilizzare una frequenza molto più alta (ad es. 1000Hz), sarebbe svantaggioso in quanto enfatizzerebbe gli errori di troncamento legati alla conversione A/D e ad alcune operazioni aritmetiche (differenze). Si pensi all'approssimazione della derivata dell'uscita con il rapporto incrementale, al tendere della Fc ad infinito, esso tende ad una forma 0/0.

Per verificare la controllabilità del sistema calcoliamo l'omonima matrice:

$$\mathbf{R}=[B\ AB]=\begin{bmatrix}0 & -2\\ 1 & 0\end{bmatrix}$$

Il rango è massimo (determinante diverso da zero) quindi il sistema è controllabile.

Per l'osservabilità abbiamo:

$$\mathbf{O}=\begin{bmatrix}C\\ CA\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & -4\end{bmatrix}$$

Il cui rango è massimo e quindi il sistema è pienamente osservabile.

Volendo stabilizzare assegnando contemporaneamente gli autovalori possiamo scegliere se operare direttamente dallo stato oppure implementare una controreazione dall'uscita con un osservatore.

Scegliendo la prima soluzione supponiamo di voler assegnare gli autovalori:

$$\lambda_1=\lambda_2=-1$$

e quindi il polinomio caratteristico desiderato sia:

$$P^*(\lambda)=\lambda^2+2\lambda+1$$

L'ultima riga di $\mathbf{R}^{-1}$ vale

$$\gamma=[-0.5\ 0]$$

Per cui

$$\mathbf{F}=-\gamma P^*(A)=-[-0.5\ \ 0]\begin{bmatrix}6 & -6\\ -3 & 3\end{bmatrix}=[-3\ \ 3]$$