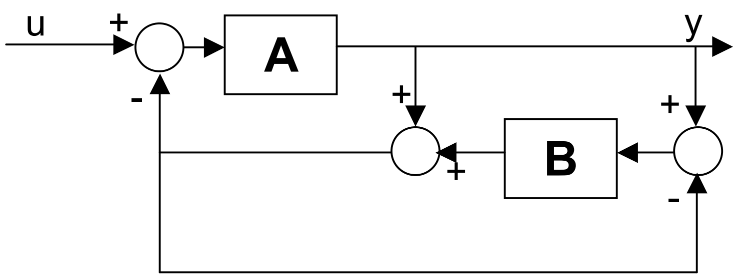
Esame di Fondamenti di Automatica I Modulo

Corso di Laurea Nuovo Ordinamento in Ingegneria Elettronica

11 aprile 2002

Cognome:	Nome:	Matricola:

1. Ricavare la funzione di trasferimento tra **u** ed **y** nel seguente schema a blocchi:



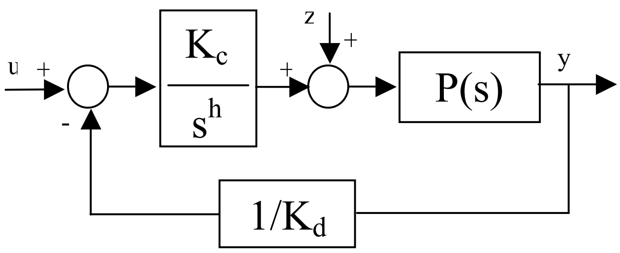
2. Dato il sistema **$G(s)=1/(s^2+0.4s+1)$** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso **$u(t) = \delta_{-1}(t-1)$**. Determinarne, quindi, dopo avere graficato la **y(t)** e, in maniera approssimata, il tempo di salita e la sovraelongazione. Calcolare invece con il teorema del valore finale il limite per **t** tendente all'infinito. Per il grafico della y(t) calcolare **10** campioni **uno** ogni secondo.

3. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{(s/100+1)^2}{((s/20)^2+(0.6/20)s+1)(s/70+1)}$$

Sintetizzare il sistema di controllo in figura (determinare **h** e **K_c**) in modo tale che:

- il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **4**
- l'errore per ingresso a rampa **u(t)=0.1t** sia minore o uguale a **0.053**



Scelto il valore **minimo** di **K_c** compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST** della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (ω_t) e, in caso di sistema stabile a ciclo chiuso, i margini di stabilità (**m_ϕ** e **m_g**).

Infine calcolare:

- l'effetto in uscita a regime di un disturbo **z(t)=3t**.
- fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide unitaria risulti minore di **0.4**.

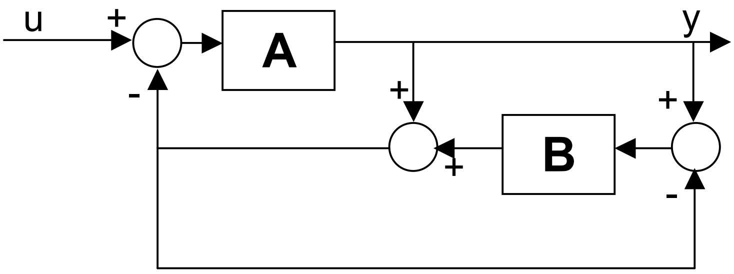
Esame di Fondamenti di Automatica

Corso di Laurea Vecchio Ordinamento in Ingegneria Elettronica

11 aprile 2002

Cognome:	Nome:	Matricola:

1. Ricavare la funzione di trasferimento tra **u** ed **y** nel seguente schema a blocchi:



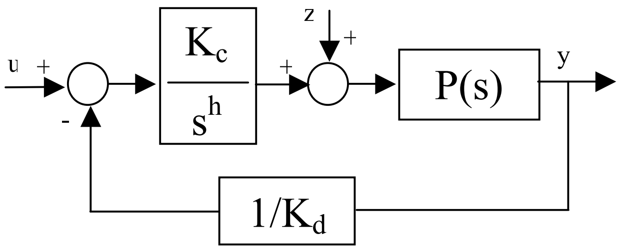
2. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{(s/100+1)^2}{((s/20)^2 + (0.6/20)s + 1)(s/70+1)}$$

Sintetizzare il sistema di controllo in figura (determinare **h** e $\mathbf{K_c}$) in modo tale che:

- il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **4**
- l'errore per ingresso a rampa **u(t)=0.1t** sia minore o uguale a **0.053**

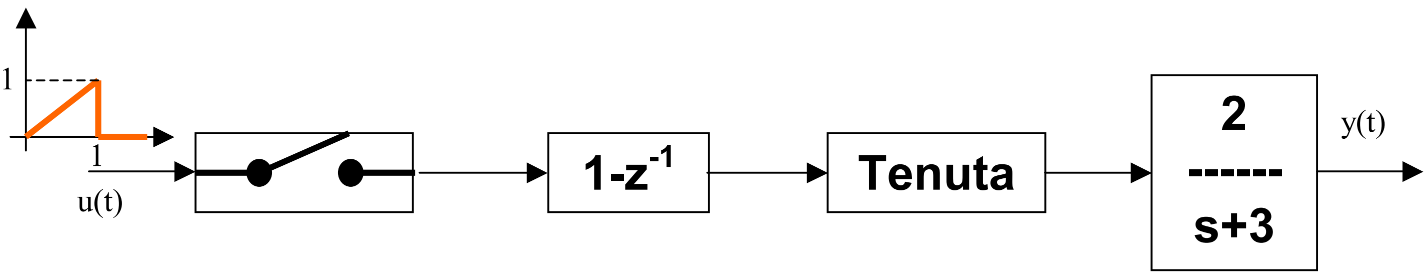
Scelto il valore **minimo** di $\mathbf{K_c}$ compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST** della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (ω_t) e, in caso di sistema stabile a ciclo chiuso, i margini di stabilità ($\mathbf{m_\phi}$ e $\mathbf{m_g}$).



Infine calcolare:

- l'effetto in uscita a regime di un disturbo **z(t)=3t**.
- fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide unitaria risulti minore di **0.4**.

3. Dato il sistema discreto/continuo raffigurato, con **Tc= 0.5**, determinare l'espressione dell'uscita **y(t)**.



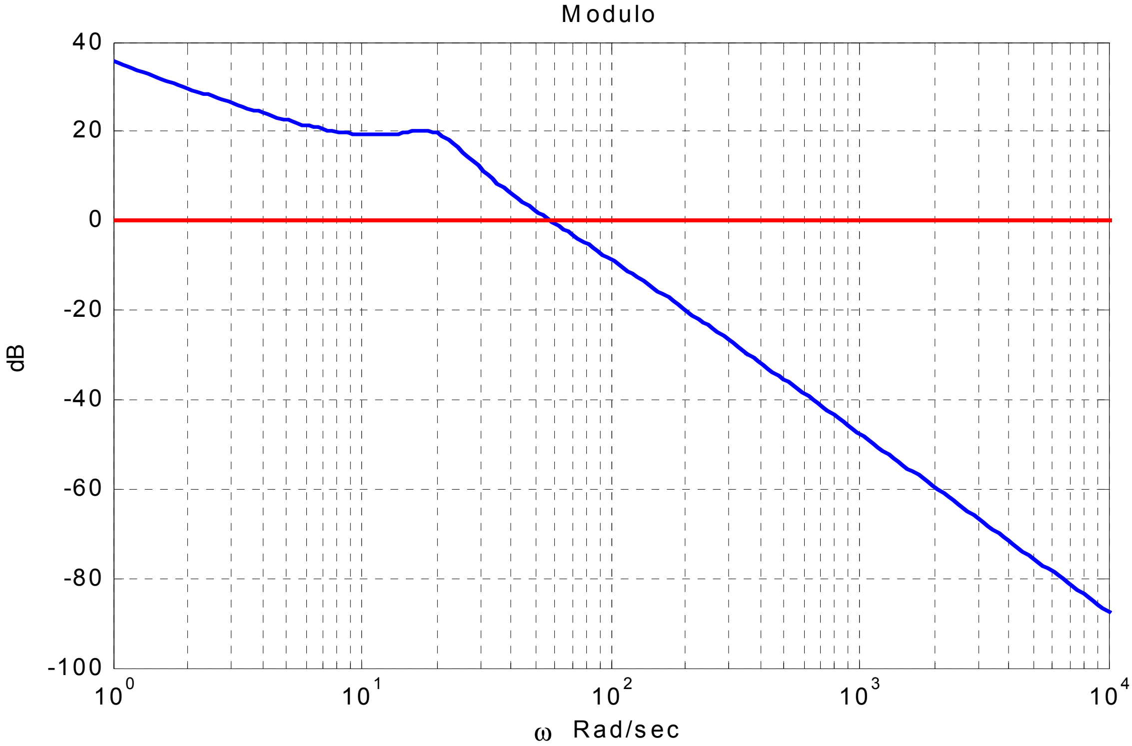
4. Dato il sistema lineare descritto dalla terna di matrici

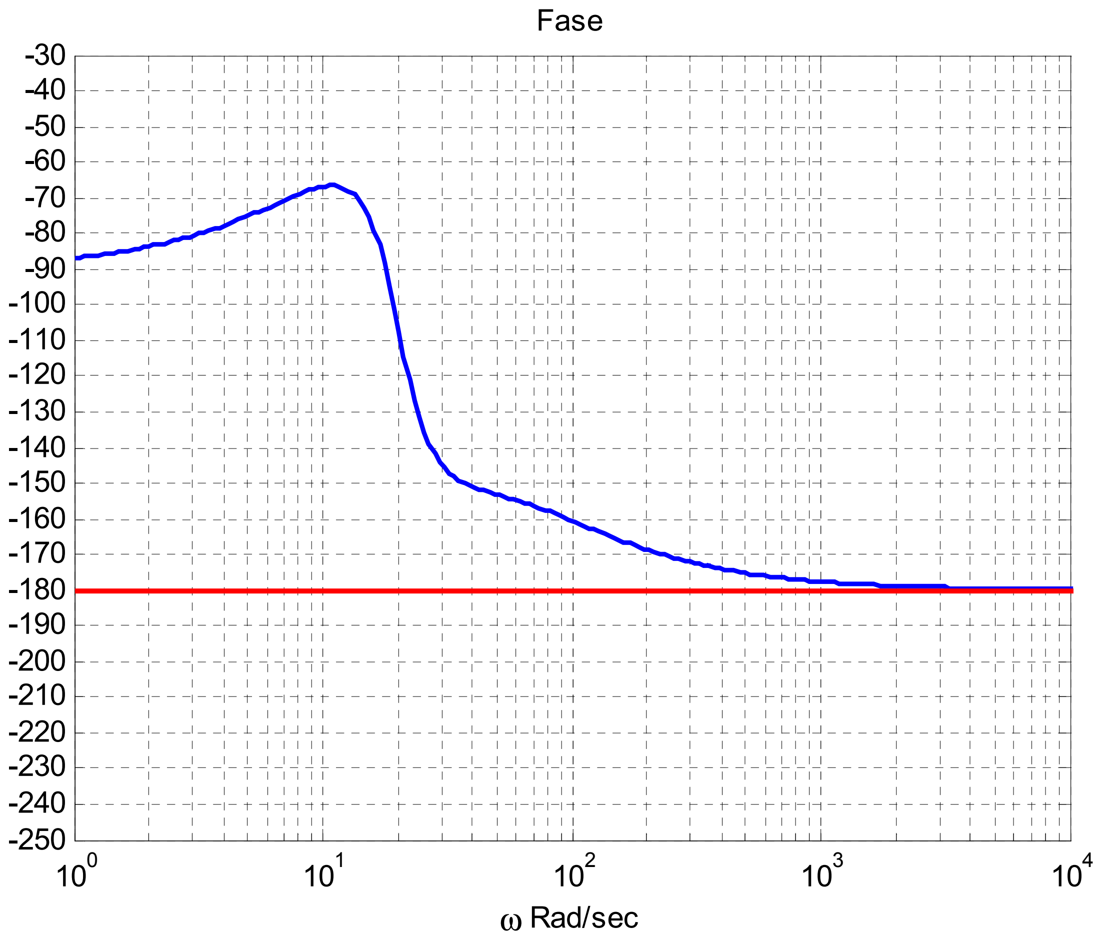
$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \end{pmatrix}$$

con α e β numeri reali, trovare per quali valori di α e β è possibile costruire un controllore con reazione dall'uscita tale che

- tutti gli autovalori del processo controllato si trovino in –2
- ogni componente dell'errore di osservazione converga a zero con velocità almeno pari a quella di e^{-2t}

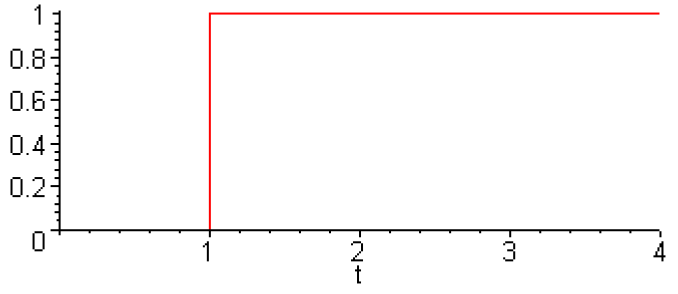
5. Dato il diagramma di **BODE** della funzione di trasferimento a ciclo aperto **F(s)** sotto riportata determinare la rete compensatrice **R(s)** tale da assicurare $\omega_t > 60$ Rad/sec e $m_\phi > 55°$. Tracciare quindi il diagramma di **NICHOLS** della funzione compensata **F'(s)=F(s)R(s)** e determinare su di esso il modulo alla risonanza **Mr** e la banda passante a –3 Decibel (ω_{-3}).





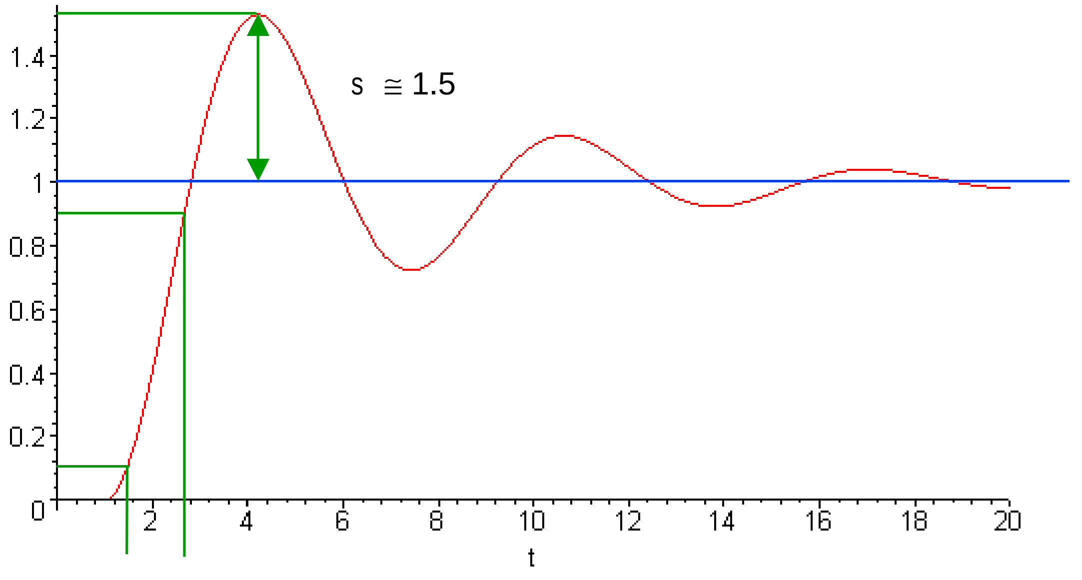
$$\boxed{W(s) = \frac{A}{1+A}}$$

$$U(s) := \frac{e^{(-s)}}{s}$$



$$G(s) := \frac{1}{s^2 + .4\,s + 1} \qquad Y(s) := \frac{e^{(-s)}}{(s^2 + .4\,s + 1)\,s}$$

$$y(t) := \delta_{-1}(t - 1.) - .47\,\delta_{-1}(t - 1.)\,e^{(-.2\,t)}\cos(.98\,t) - 1.16\,\delta_{-1}(t - 1.)\,e^{(-.2\,t)}\sin(.98\,t)$$



$$y(\infty) := 1.$$

Kd=4 per avere il guadagno a ciclo chiuso richiesto, h=1 per avere un sistema di controllo di tipo 1 (errore finito per ingresso a rampa) e Kc>= 30 in conseguenza della specifica sull'errore.

$$P(s) = K_p \frac{N_p(s)}{D_p(s)}$$

$$W_z(s) = \frac{sK_d K_p N_P(s)}{sK_d D_P(s) + K_c K_p N_P(s)}$$

$$z(s) = \frac{3}{s^2}$$

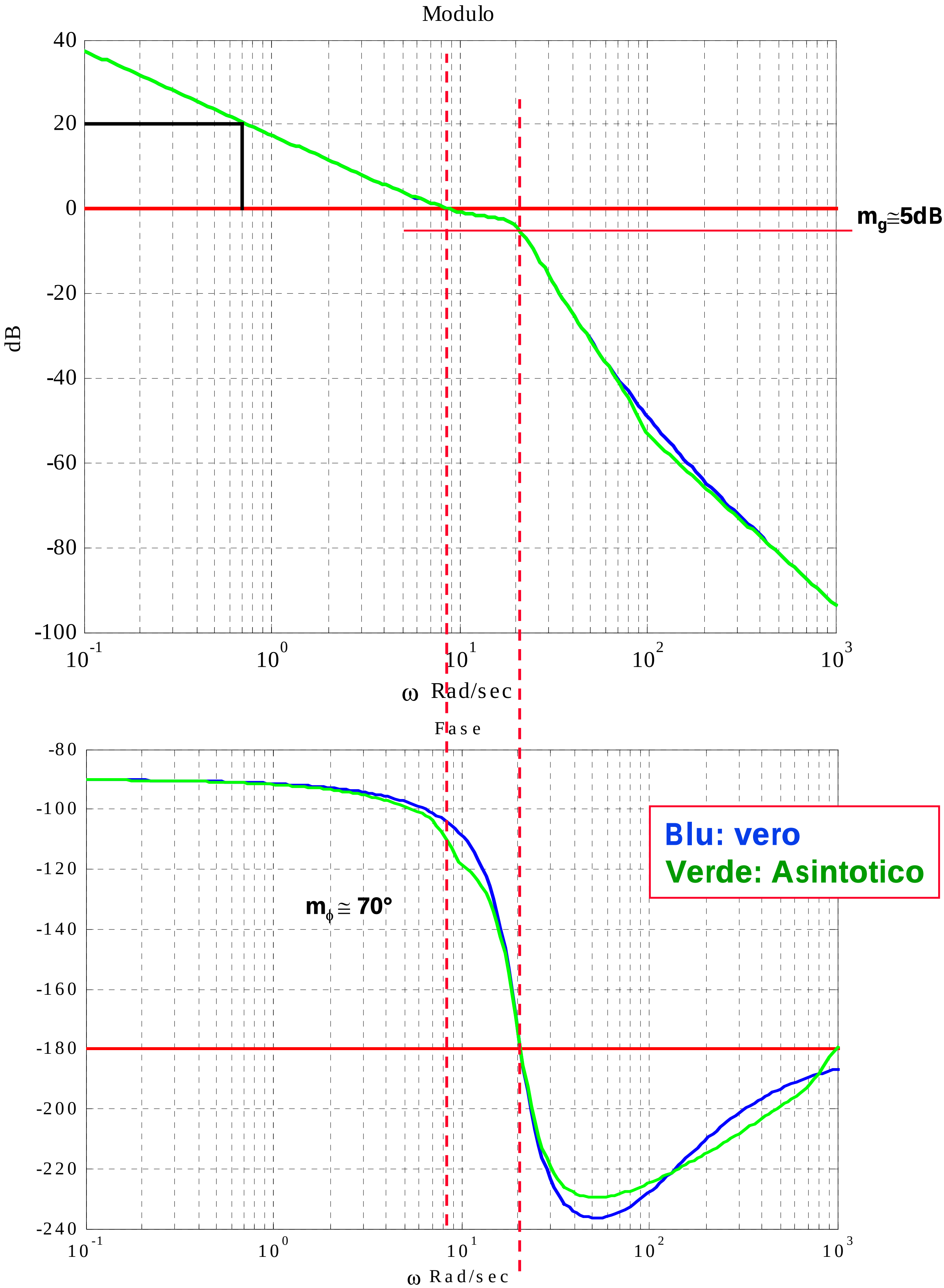
$$z(\infty) = \lim_{s \to 0} sW_z(s) z(s) = \frac{K_d}{K_c} 3 = 0.4$$

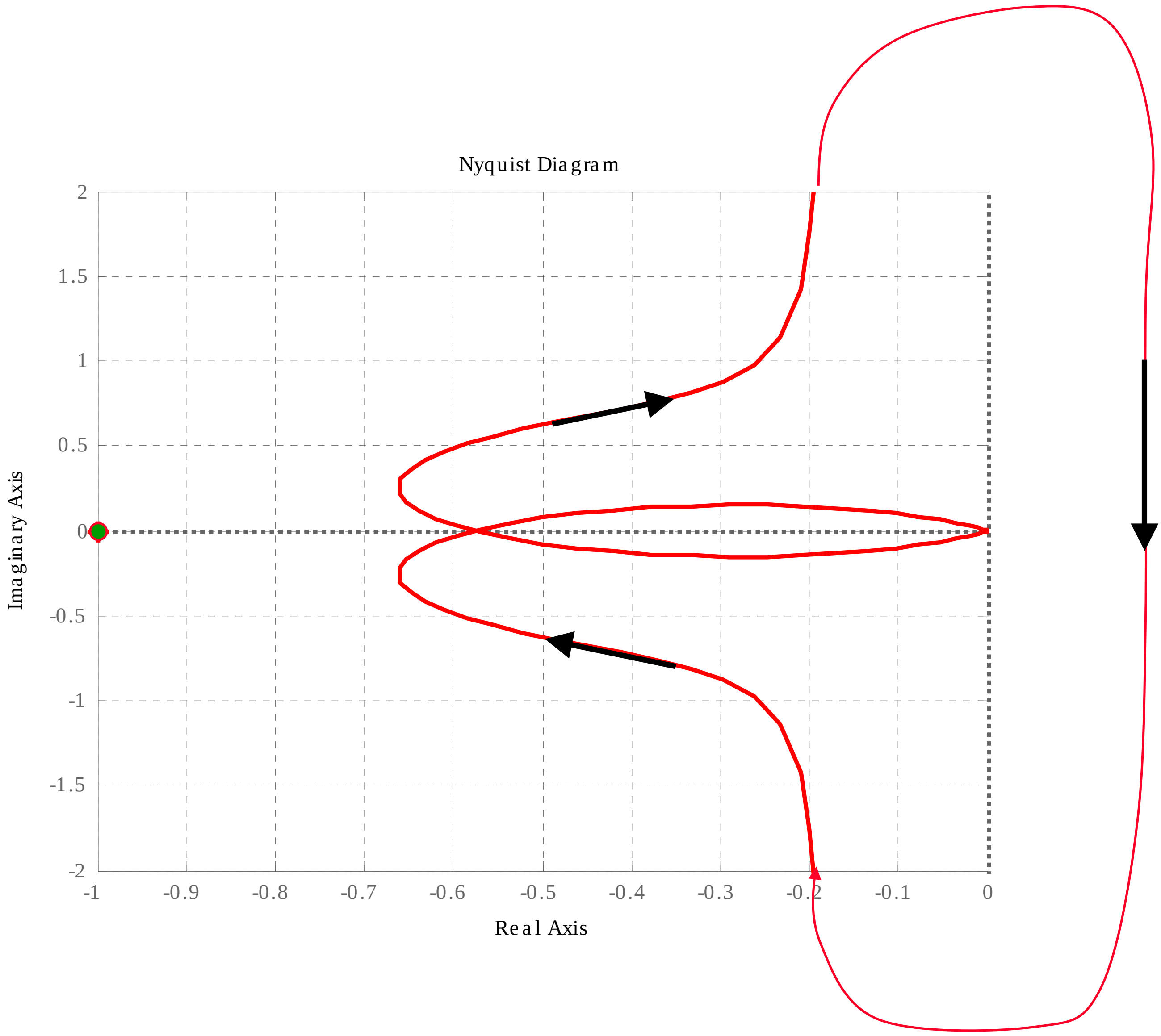
$$\left| \frac{K_d}{1 + F(j\omega)} \right| < e$$

$$|F(j\omega)| > \frac{K_d}{e} = \frac{4}{0.4}$$

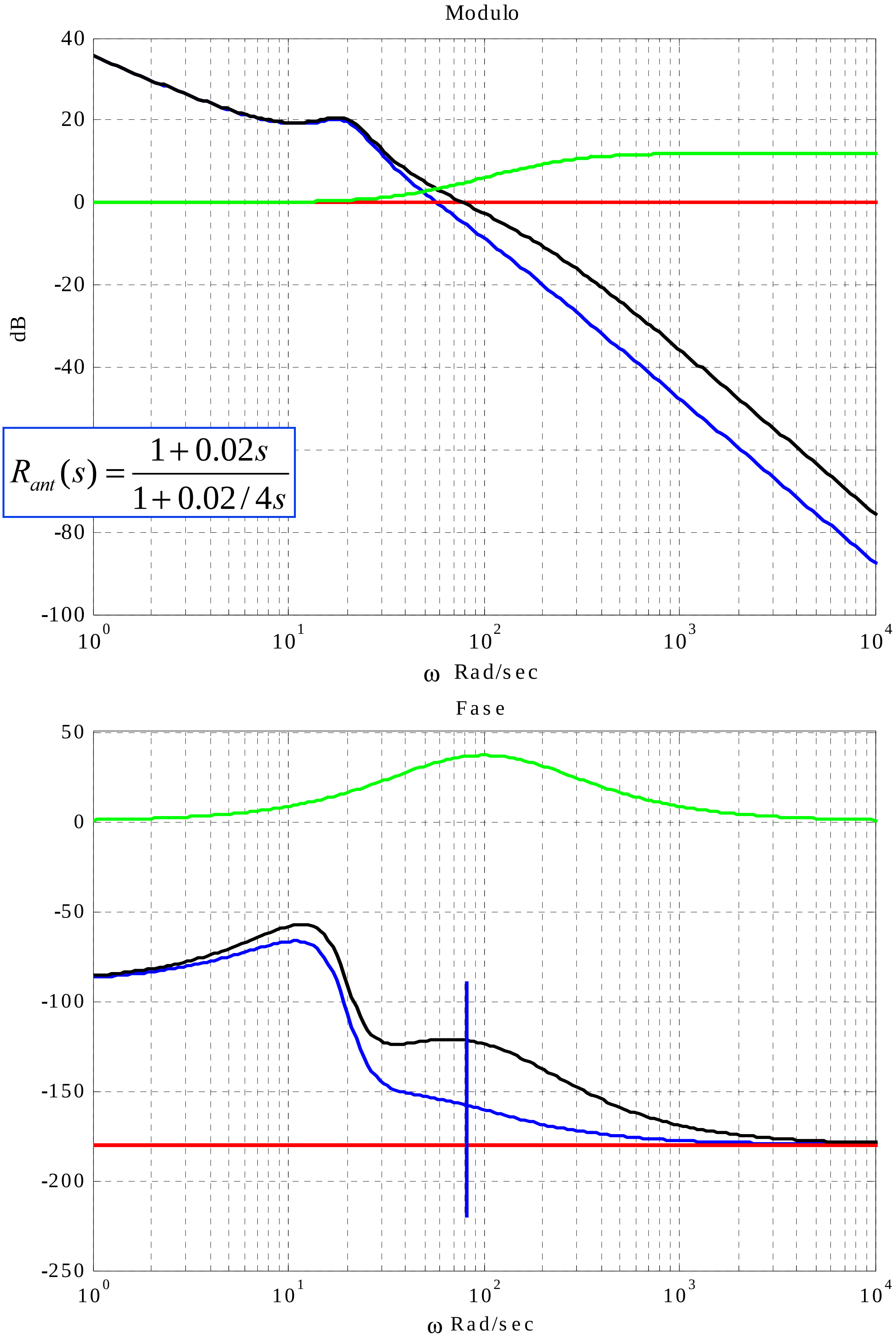
$$|F(j\omega)| > 10 = 20dB$$

fino a $\omega < 0.7$ rad/sec


Modulo
40
20
0
-20
-40
-60
-80
-100
dB
$m_g \cong 5dB$
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
ω Rad/sec
Fase
-80
-100
-120
-140
-160
-180
-200
-220
-240
$m_\phi \cong 70°$
Blu: vero
Verde: Asintotico
ω Rad/sec



Nyquist Diagram
Imaginary Axis
Real Axis
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-1
-0.9
-0.8
-0.7
-0.6
-0.5
-0.4
-0.3
-0.2
-0.1
0



$$R_{ant}(s) = \frac{1+0.02s}{1+0.02/4s}$$

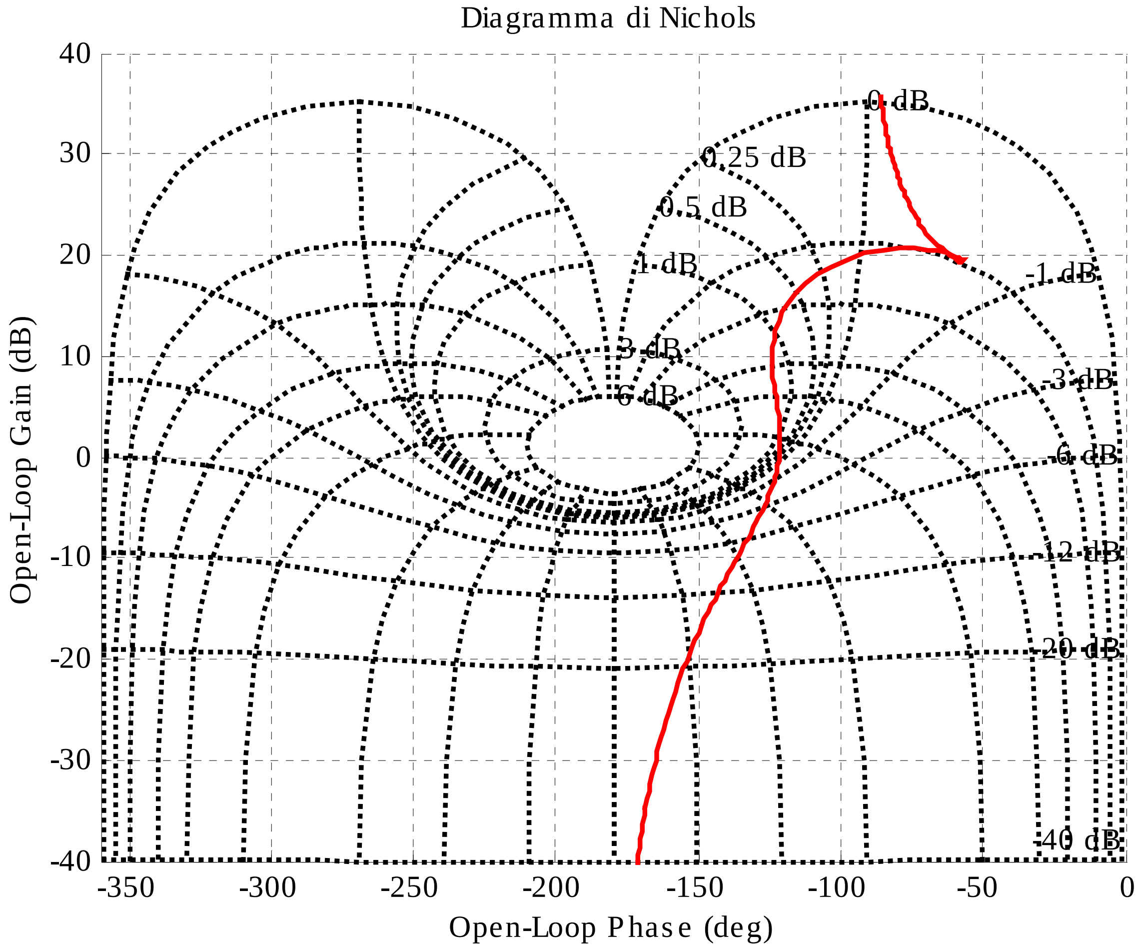
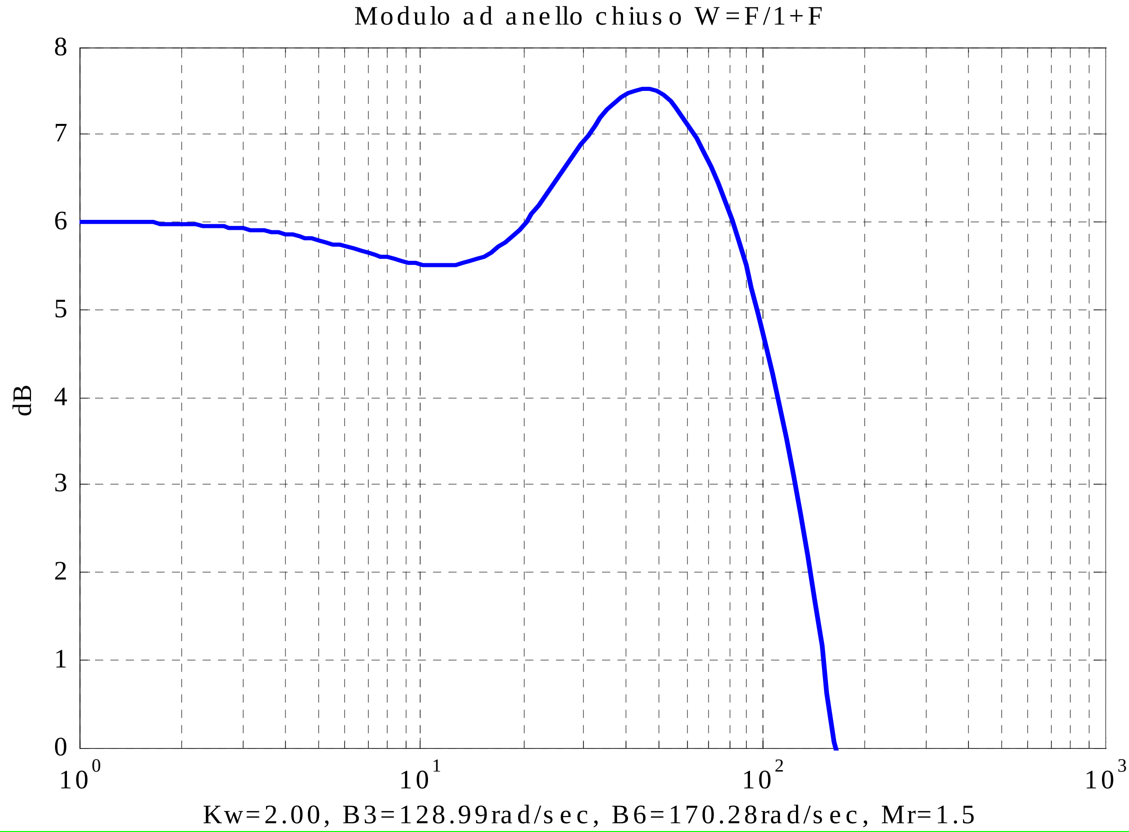


Diagramma di Nichols
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
Open-Loop Gain (dB)
0 dB
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-1 dB
-3 dB
-6 dB
-12 dB
-20 dB
-40 dB
-350
-300
-250
-200
-150
-100
-50
0
Open-Loop Phase (deg)


Modulo ad anello chiuso W=F/1+F
8
7
6
5
4
3
2
1
0
dB
10^0
10^1
10^2
10^3
Kw=2.00, B3=128.99rad/sec, B6=170.28rad/sec, Mr=1.5

A valle del campionatore abbiamo i seguenti campioni:

$u_k = \{0, 0.5, 1, 0, 0, \ldots\} \Rightarrow U(z) = 0.5z^{-1} + z^{-2}$

Supponiamo che l'ingresso $u(t)$ sia nullo per $t < 0$

la funzione di trasferimento discreta $(1 - z^{-1})$ esegue solo una differenza tra due campioni siccessivi per cui prima della Tenuta abbiamo:

$V(z) = U(z) * (1 - z^{-1}) = 0.5z^{-1} + 0.5z^{-2} - z^{-3}$ che corrisponde ai campioni:

$v_k = \{0, 0.5, 0.5, -1, 0, 0, \ldots\}$

Dopo l'organo di tenuta si avrà la seguente funzione del tempo:

$v(t) = 0.5\delta_{-1}(t - 0.5) - 1.5\delta_{-1}(t - 1.5) + \delta_{-1}(t - 2)$

la cui trasformata di Laplace è

$$V(s) = 0.5\frac{1}{s}e^{-0.5s} - 1.5\frac{1}{s}e^{-1.5s} + \frac{1}{s}e^{-2s} = \frac{1}{s}\left(0.5e^{-0.5s} - 1.5e^{-1.5s} + e^{-2s}\right)$$

A questo punto l'uscita $Y(s)$ sarà data da

$$Y(s) = \frac{2}{s+3}V(s)$$

calcoliamo prima la risposta ad un semplice gradino:

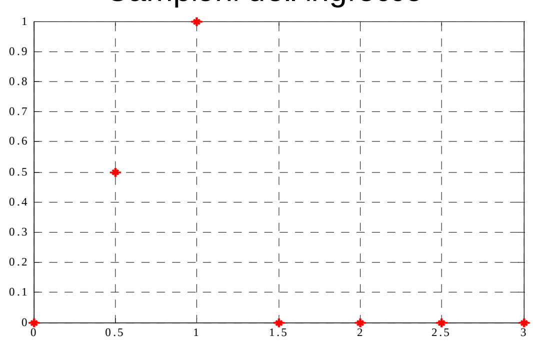
$$Y_1(s) = \frac{2}{s+3}\frac{1}{s} = \frac{2/3}{s} - \frac{2/3}{s+3}$$

$$y_1(t) = \frac{2}{3}\delta_{-1}(t) - \frac{2}{3}\delta_{-1}(t)e^{-3t}$$

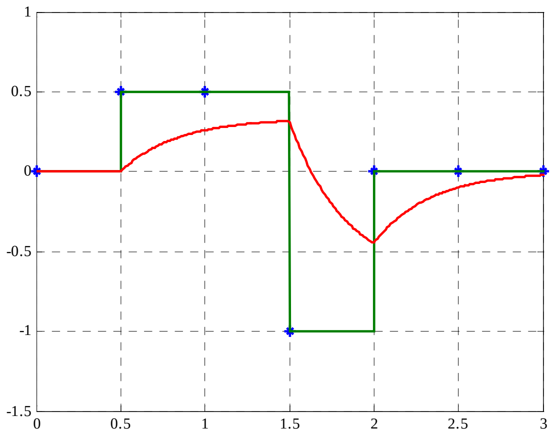
quindi l'uscita si potrà scrivere così

$$y(t) = y_1(t - 0.5) - 1.5y_1(t - 1.5) + y_1(t - 2)$$

Campioni dell'ingresso



Campioni del segnale differenza, segnale tenuto ed uscita



$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \end{pmatrix}$

Per verificare la possibilità di spostare gli autovalori dall'ingresso studiamo la controllabilità del sistema:

$R = \begin{pmatrix} B & AB \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ \beta & 1-2\beta \end{pmatrix}$

$\det(R) = 1 - 2\beta + \beta = 1 - \beta$

che vale 0 per $\beta = 1$. Quindi per $\beta = 1$ il sistema non è controllabile. Tuttavia uno dei due autovalori di A è proprio pari a -2, come si vede per ispezione diretta della matrice A che è triangolare.

Se -2 fosse proprio l'autovalore non controllabile potremmo accettare anche il valore $\beta = 1$.

Per verificare la controllabilità di -2 operiamo la decomposizione di Kalman che pone in evidenza i sottospazi controllabile e non:

$T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, T^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \tilde{A} = T^{-1}AT = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \tilde{B} = BT^{-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

per cui l'autovalore -2 non risulterebbe controllabile con $\beta = 1$, il che non ci pone problemi.

Vediamo adesso, visto che si richiede un controllore dall'uscita, cosa succede per l'osservabilità:

$O = \begin{pmatrix} C \\ CA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ \alpha - 1 & -2\alpha \end{pmatrix}$

$\det(O) = -2\alpha - \alpha(\alpha - 1) = -\alpha^2 \text{-} \alpha$

che si annulla per $\alpha = 0$ e per $\alpha = -1$. Per poter osservare entrambe le dinaniche dobbiamo escludere entrambi i valori. Complessivamente la risposta al problema è:

$\begin{cases} \alpha \neq 0 \\ \alpha \neq -1 \end{cases}$

un'analisi ancora più accurata potrebbe essere fatta determinando quali dinamiche diventano inosservabili per $\alpha = 0$ e per $\alpha = -1$