F d'A

Esame di Fondamenti di Automatica

Corsi di Laurea V.O. in Elettronica e Meccanica

1 febbraio 2002 Compito **A**

1a) Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento:

$$P(s)=\frac{10-s/13}{(s/30+1)(s/200+1)}$$

Sintetizzare un sistema di controllo a controreazione tale che il guadagno a ciclo chiuso sia pari a **4,** l'errore a regime per ingresso a rampa **u(t)=0.1t** sia minore o uguale a **0.008**,. Inoltre, l'omega di attraversamento ed il margine di fase della funzione a ciclo aperto soddisfino le: $\boldsymbol{\omega_t}$**>30** rad/sec e $\mathbf{m_\phi}$ **>40°**.

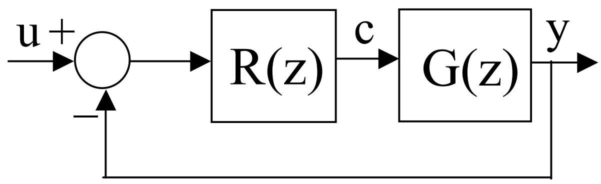
1b) Calcolare fino a quale pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide del tipo **sin(ωt)** sia minore di **0.4**.

1c) Calcolare, utilizzando la carta di Nichols, la banda passante a **–3dB** ($\mathbf{B_3}$) e l'effettivo modulo alla risonanza ($\mathbf{M_r}$) della funzione a ciclo chiuso compensata.

1d) Tracciare il diagramma di Nyquist della funzione compensata.

---

2) Dato il sistema in figura con **G(z)** ottenuta dalla discretizzazione (**Tc=0.1**) con il metodo delle diff. all'indietro di **G(s)=1/(s+1)**, determinare il controllore **R(z)** che assicuri una funzione di trasferimento a ciclo chiuso **W(z)** tale che in risposta ad un gradino unitario in zero produca la sequenza $\{\mathbf{y_k}\}$**={0, 0.5, 1, 1, ...}**. Quindi, supponendo di applicare un segnale a gradino unitario all'ingresso **u** determinare **tutti** i campioni del segnale **c(z)**. Scrivere, infine, l'espressione nel tempo di **c(t)** (ricostruito come sequenza di gradini) e calcolare la risposta nel tempo del sistema **G(s)** di partenza.



---

3) Data la seguente funzione di trasferimento, determinare un sistema di controllo con reazione dinamica dall'uscita tale da poter assegnare le dinamiche (-1, -1, -1). Scegliere gli autovalori del sistema d'errore considerando che alla misura dell'uscita è sovrapposto un rumore colorato le cui componenti si trovano al di sopra della pulsazione **ω=20** rad/sec.

$$F(s)=\frac{1+s}{s^3+2s^2-s+1}$$

---

4) Mostrare la differenza tra la risposta libera e quella forzata per un sistema dinamico lineare e definire la sua funzione di trasferimento.

<table>
<tr><td>Cognome:</td><td>Nome:</td><td colspan="2">Matricola:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Elettronica/Meccanica</td><td colspan="2">Laurea V.O. / Diploma / Nuovo Ordinamento</td></tr>
</table>

F d'A

Esame di Fondamenti di Automatica

Corsi di Laurea V.O. in Elettronica e Meccanica

1 febbraio 2002 Compito **B**

1a) Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento:

$$P(s)=\frac{2500(s/170+1)}{s^2+20s+2500}$$

Sintetizzare un sistema di controllo a controreazione tale che il guadagno a ciclo chiuso sia pari a **3,** l'errore a regime per ingresso a rampa **u(t)=0.2t** sia minore o uguale a **0.018**,. Inoltre, l'omega di attraversamento ed il margine di fase della funzione a ciclo aperto soddisfino le: $\boldsymbol{\omega_t}$**<40** rad/sec e $\mathbf{m_\phi}$ **>40°**.

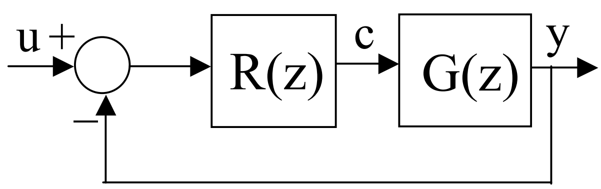
1b) Calcolare fino a quale pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide del tipo **sin(ωt)** sia minore di **0.3**.

1c) Calcolare, utilizzando la carta di Nichols, la banda passante a **–3dB** ($\mathbf{B_3}$) e l'effettivo modulo alla risonanza ($\mathbf{M_r}$) della funzione a ciclo chiuso compensata.

1d) Tracciare il diagramma di Nyquist della funzione compensata.

---

2) Dato il sistema in figura con **G(z)** ottenuta dalla discretizzazione (**Tc=0.1**) con il metodo delle diff. all'indietro di **G(s)=1/(s+2)**, determinare il controllore **R(z)** che assicuri una funzione di trasferimento a ciclo chiuso **W(z)** tale che in risposta ad un gradino unitario in zero produca la sequenza $\{\mathbf{y_k}\}$**={0, 0.5, 1, 1, ...}**. Quindi, supponendo di applicare un segnale a gradino unitario all'ingresso **u** determinare **tutti** i campioni del segnale **c(z)**. Scrivere, infine, l'espressione nel tempo di **c(t)** (ricostruito come sequenza di gradini) e calcolare la risposta nel tempo del sistema **G(s)** di partenza.



---

3) Determinare le proprietà strutturali (controllabilità e osservabilità) del seguente sistema e calcolarne l'uscita y(t) per t=3 sec, u(t)=2δ_{-1}(t) ed x_0=(0, 0):

$$\begin{cases}\dot{x}_1=-x_1-2x_2+u\\ \dot{x}_2=x_1+2x_2-u\\ y=x_1+2x_2\end{cases}$$

---

4) Definire tipi di ingressi e tipi di sistemi di controllo e mostrare come può essere calcolato l'errore a regime permanente.

Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Elettronica/Meccanica	**Laurea V.O. / Diploma / Nuovo Ordinamento**	

1a) Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento:

$$P(s) = \frac{s+40}{(s/150+1)(s/180+1)}$$

Sintetizzare un sistema di controllo a controreazione tale che il guadagno a ciclo chiuso sia pari a **2,** l'errore a regime per ingresso a rampa **u(t)=t** sia minore o uguale a **0.001**,. Inoltre, l'omega di attraversamento ed il margine di fase della funzione a ciclo aperto soddisfino le: $\boldsymbol{\omega_t}$**<1000** rad/sec e $\mathbf{m_\phi}$ **>40°**.

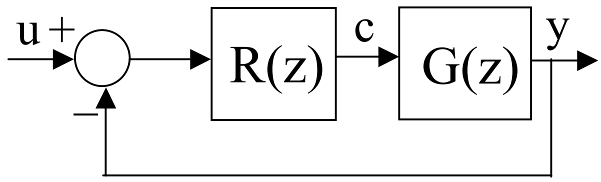
1b) Calcolare fino a quale pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide del tipo **sin(ωt)** sia minore di **0.2**.

1c) Calcolare, utilizzando la carta di Nichols, la banda passante a **–3dB** (**B_3**) e l'effettivo modulo alla risonanza (**M_r**) della funzione a ciclo chiuso compensata.

1d) Tracciare il diagramma di Nyquist della funzione compensata.

---

2) Dato il sistema in figura con **G(z)** ottenuta dalla discretizzazione (**Tc=0.1**) con il metodo delle diff. all'indietro di **G(s)=1/(s+2.5)**, determinare il controllore **R(z)** che assicuri una funzione di trasferimento a ciclo chiuso **W(z)** tale che in risposta ad un gradino unitario in zero produca la sequenza **{y_k}={0, 0.5, 1, 1, ...}**. Quindi, supponendo di applicare un segnale a gradino unitario all'ingresso **u** determinare **tutti** i campioni del segnale **c(z)**. Scrivere, infine, l'espressione nel tempo di **c(t)** (ricostruito come sequenza di gradini) e calcolare la risposta nel tempo del sistema **G(s)** di partenza.



---

3) Determinare le proprietà strutturali (controllabilità e osservabilità) del seguente sistema e calcolarne l'uscita y(t) per t=2 sec, u(t)=0 ed x_0=(3, 3):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_1 - x_2 + 2u \\ \dot{x}_2 = -2x_1 + x_2 - 2u \\ y = x_1 + x_2 \end{cases}$$

---

4) Esporre il criterio di stabilità di Nyquist ed illustrare, in maniera semplice, i passaggi per dimostrarlo.

Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Elettronica/Meccanica	**Laurea V.O. / Diploma / Nuovo Ordinamento**	

F d'A

Esame di Fondamenti di Automatica

Corsi di Laurea V.O. in Elettronica e Meccanica

1 febbraio 2002 Compito **D**

1a) Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento:

$$P(s) = \frac{5000(s/130+1)}{s^2+42s+4900}$$

Sintetizzare un sistema di controllo a controreazione tale che il guadagno a ciclo chiuso sia pari a **3,** l'errore a regime per ingresso a rampa **u(t)=t** sia minore o uguale a **0.0294**,. Inoltre, l'omega di attraversamento ed il margine di fase della funzione a ciclo aperto soddisfino le: $\boldsymbol{\omega_t > 100}$ rad/sec e $\boldsymbol{m_\phi > 30°}$.

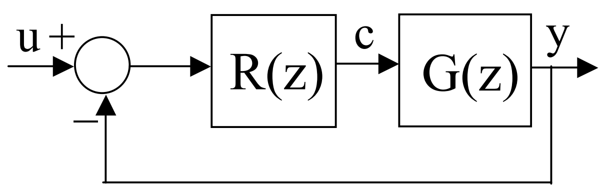
1b) Calcolare fino a quale pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide del tipo **sin(ωt)** sia minore di **0.3**.

1c) Calcolare, utilizzando la carta di Nichols, la banda passante a **–3dB** ($\mathbf{B_3}$) e l'effettivo modulo alla risonanza ($\mathbf{M_r}$) della funzione a ciclo chiuso compensata.

1d) Tracciare il diagramma di Nyquist della funzione compensata.

---

2) Dato il sistema in figura con **G(z)** ottenuta dalla discretizzazione (**Tc=0.1**) con il metodo delle diff. all'indietro di **G(s)=1/(s+1.5)**, determinare il controllore **R(z)** che assicuri una funzione di trasferimento a ciclo chiuso **W(z)** tale che in risposta ad un gradino unitario in zero produca la sequenza $\{y_k\}=\{0, 0.5, 1, 1, ...\}$. Quindi, supponendo di applicare un segnale a gradino unitario all'ingresso **u** determinare **tutti** i campioni del segnale **c(z)**. Scrivere, infine, l'espressione nel tempo di **c(t)** (ricostruito come sequenza di gradini) e calcolare la risposta nel tempo del sistema **G(s)** di partenza.



---

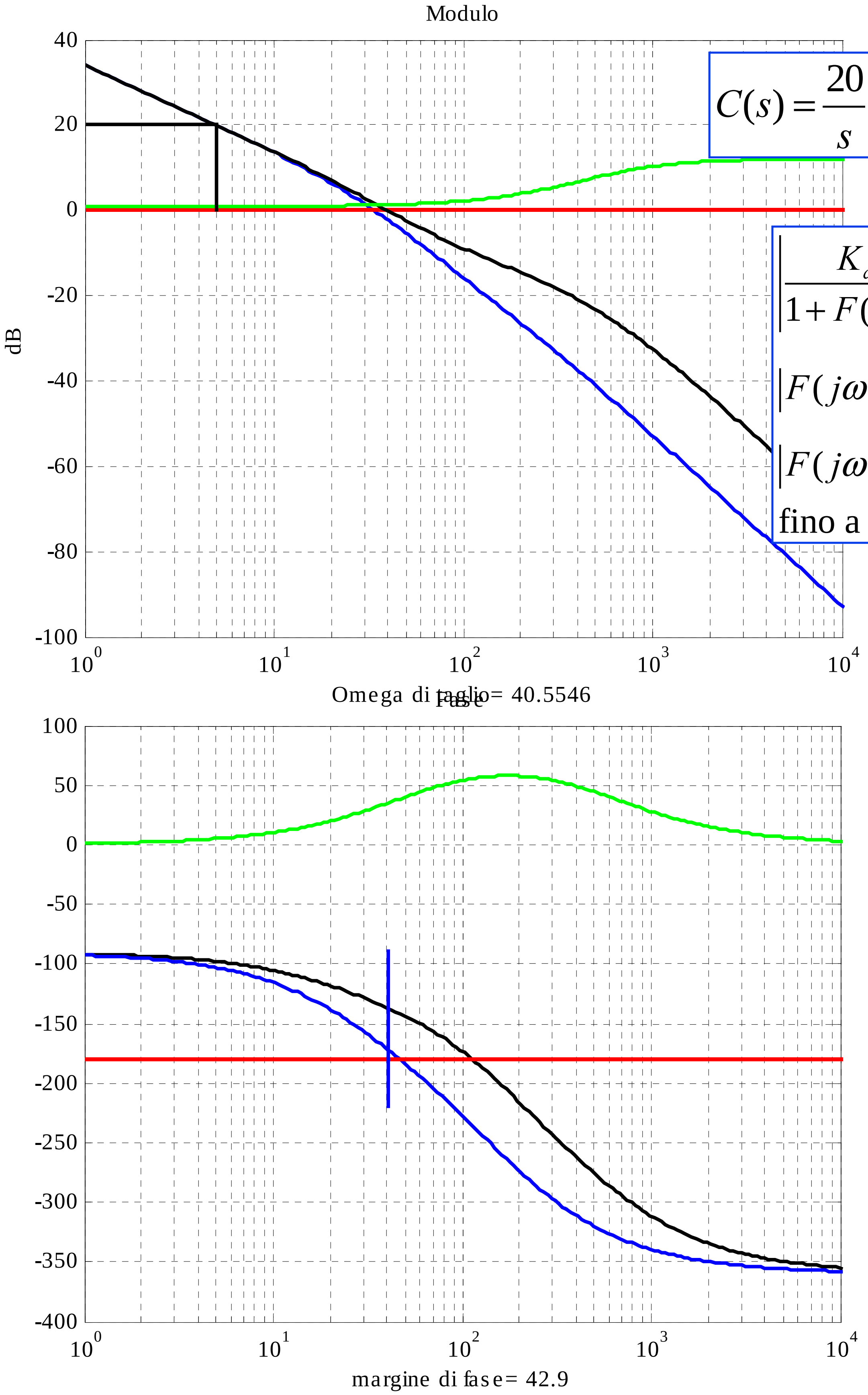
3) Determinare le proprietà strutturali (controllabilità e osservabilità) del seguente sistema e stabilire se si possa stabilizzare asintoticamente con una reazione dall'uscita.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 - 3x_2 + u \\ \dot{x}_2 = -x_1 + 3x_2 - u \\ y = 2x_1 + x_2 \end{cases}$$

---

4) Discutere la scelta del tempo di campionamento in un sistema di controllo a segnali campionati.

Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Elettronica/Meccanica	**Laurea V.O. / Diploma / Nuovo Ordinamento**	



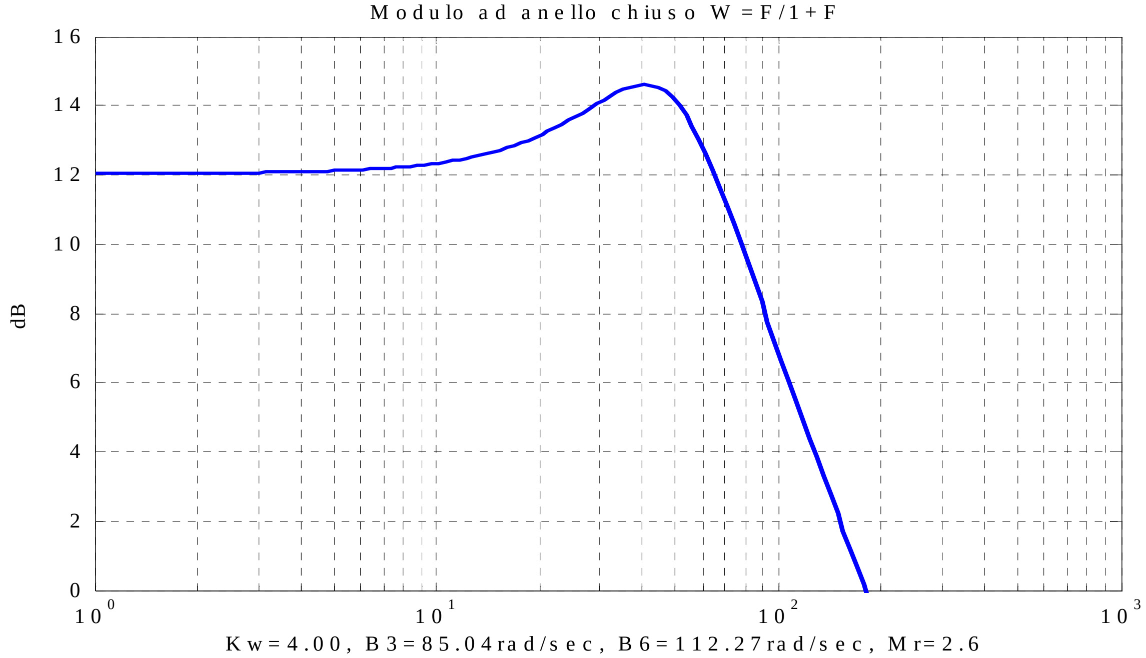
$$C(s) = \frac{20}{s} \frac{0.02s+1}{0.02/12s+1}$$

$$\left|\frac{K_d}{1+F(j\omega)}\right| < e$$

$$|F(j\omega)| > \frac{K_d}{e} = \frac{4}{0.4}$$

$$|F(j\omega)| > 10 = 20dB$$

fino a $\omega < 5$ rad/sec


Modulo ad anello chiuso W=F/1+F
dB
16
14
12
10
8
6
4
2
0
10^0
10^1
10^2
10^3
Kw=4.00, B3=85.04rad/sec, B6=112.27rad/sec, Mr=2.6

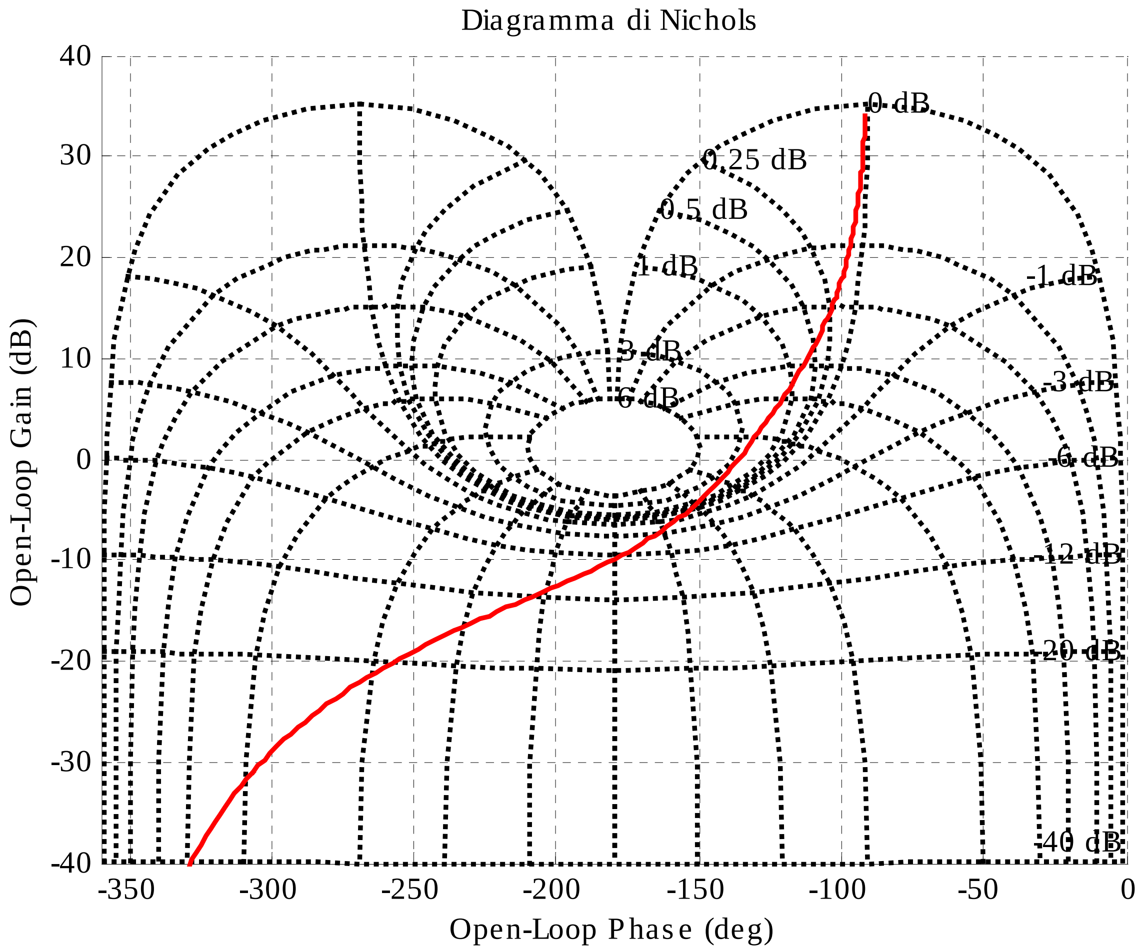


Diagramma di Nichols
Open-Loop Gain (dB)
Open-Loop Phase (deg)
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-350
-300
-250
-200
-150
-100
-50
0
0 dB
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-1 dB
-3 dB
-6 dB
-12 dB
-20 dB
-40 dB

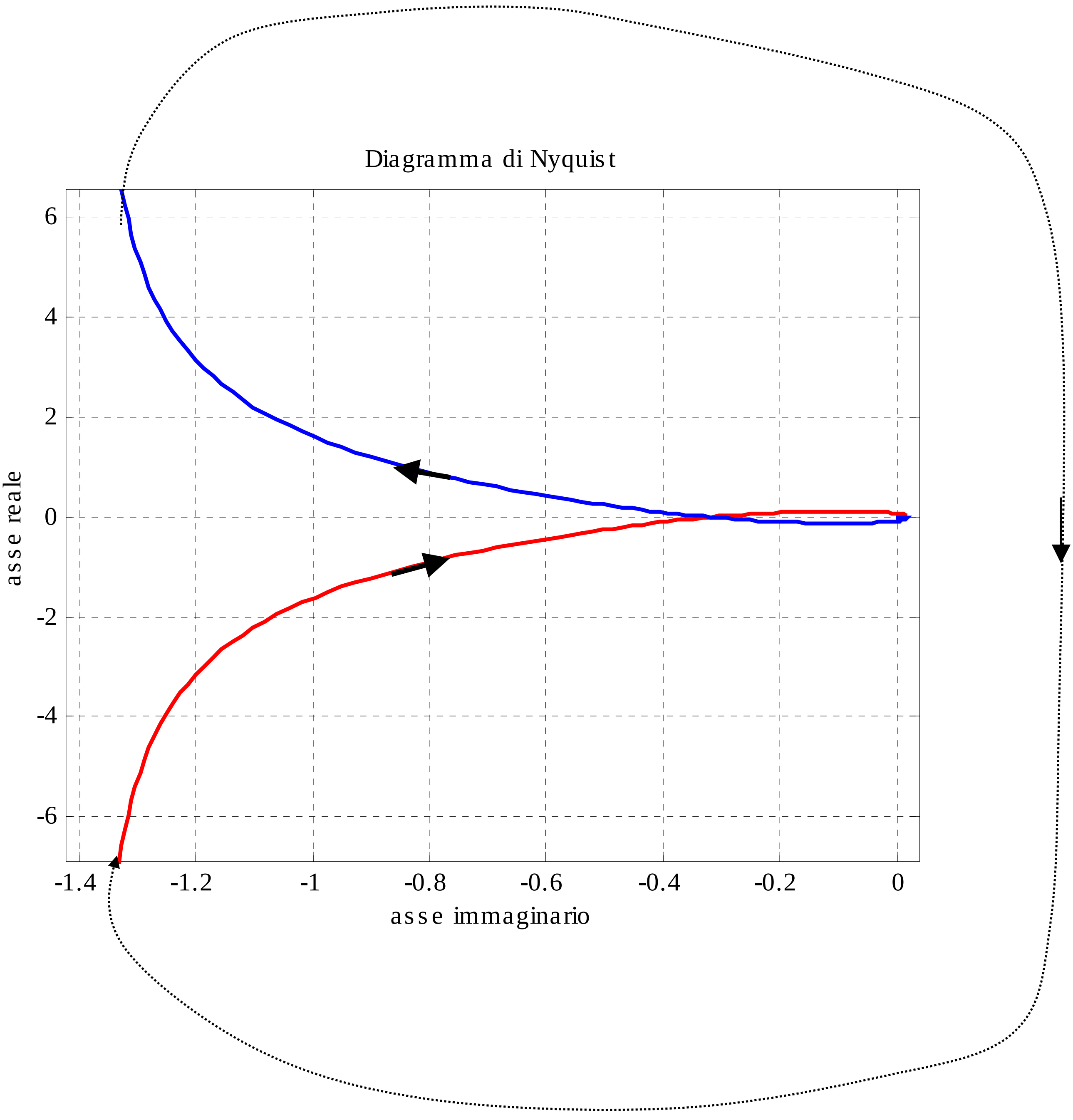


Diagramma di Nyquist
asse reale
asse immaginario
6
4
2
0
-2
-4
-6
-1.4
-1.2
-1
-0.8
-0.6
-0.4
-0.2
0

Il sistema è

$G(s)=1/(s+1)$

Sostituendo

$s=(1-z^{-1})/Tc$

Si ottiene

$G(z) = z/(11z-10)$

L'uscita desiderata è

$y(z) = 0.5\ 1/z + z/(z-1)\ 1/z^2 = 0.5(z+1)/(z(z-1))$

per un ingresso pari a:

$u(z) = z/(z-1)$

la funzione di trasferimento richiesta sarà:

$W(z) = y(z)/u(z) = 0.5\ (z+1)/z^2$

A questo punto il regolatore, visto che la G(z) non ha poli e zeri fuori del cerchio unitario , si potrà scrivere così:

$R(z) = 1/G(z) * (W(z)/(1-W(z))) =$

$=(11z-10)(z+1)/[z(2z^2-z-1)]$

Il valore finale della risposta al gradino coincide con il guadagno statico della W(z):

$W(z=1) = 1$

La funzione di trasferimento da U(z) a C(z) vale

$Wc(z)=R(z)/(1+R(z)C(z))=W(z)/G(z)=0.5\ (z+1)(11z-10)/z^3$

$= 0.5\ (11z^2+z-10)/\ z^3$

Che diventa la seguente eq. Alle differenze:

$C_k=5.5u_{k-1}+0.5u_{k-2}-5u_{k-3}$

Risolvendo con **u_k={1, 1 , 1, 1, …}** otteniamo:

c_k= {0, 5.5, 6, 1, 1, 1 …}

Che nel tempo diventa:

$c(t)=5.5\ \delta_{-1}(t-0.1)+0.5\ \delta_{-1}(t-0.2)-5\ \delta_{-1}(t-0.3)$

La cui trasformata di Laplace vale:

$C(s)=5.5/s\ e^{-0.1s} + 0.5/s\ e^{-0.2s} - 5/s\ e^{-0.3s}$

Quindi si tratta di ricavare solo la risposta al gradino di G(s):

$Y_g(s)=G(s)\ 1/s = 1/[s(s+1)]= 1/s - 1/(s+1)$

$y_g(t)=\delta_{-1}(t)-\delta_{-1}(t)\ e^{-t}$

La soluzione finale sarà:

$y(t)=5.5\ y_g(t-0.1)+0.5\ y_g(t-0.2)-5\ y_g(t-0.3)$

$$F(s)=\frac{1+s}{s^3+2s^2-s+1}$$

con la forma compagna

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ -1 & 1 & -2\end{bmatrix};=b=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix};C=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

il sistema è per definzione controllabile e osservabile per cui procediamo con il calcolo delle matrici K1 e K2. In particolare, al sistema di errore assegniamo autovalori che siano maggiori di -1 per riuscire ad inseguire lo stato in maniera soddisfacente, ma minori di 20 per filtrare via il rumore che, presente in uscita, tenderebbe ad entrare nell'osservatore.

Per esempio scegliamo la terna (-2, -2, -2).

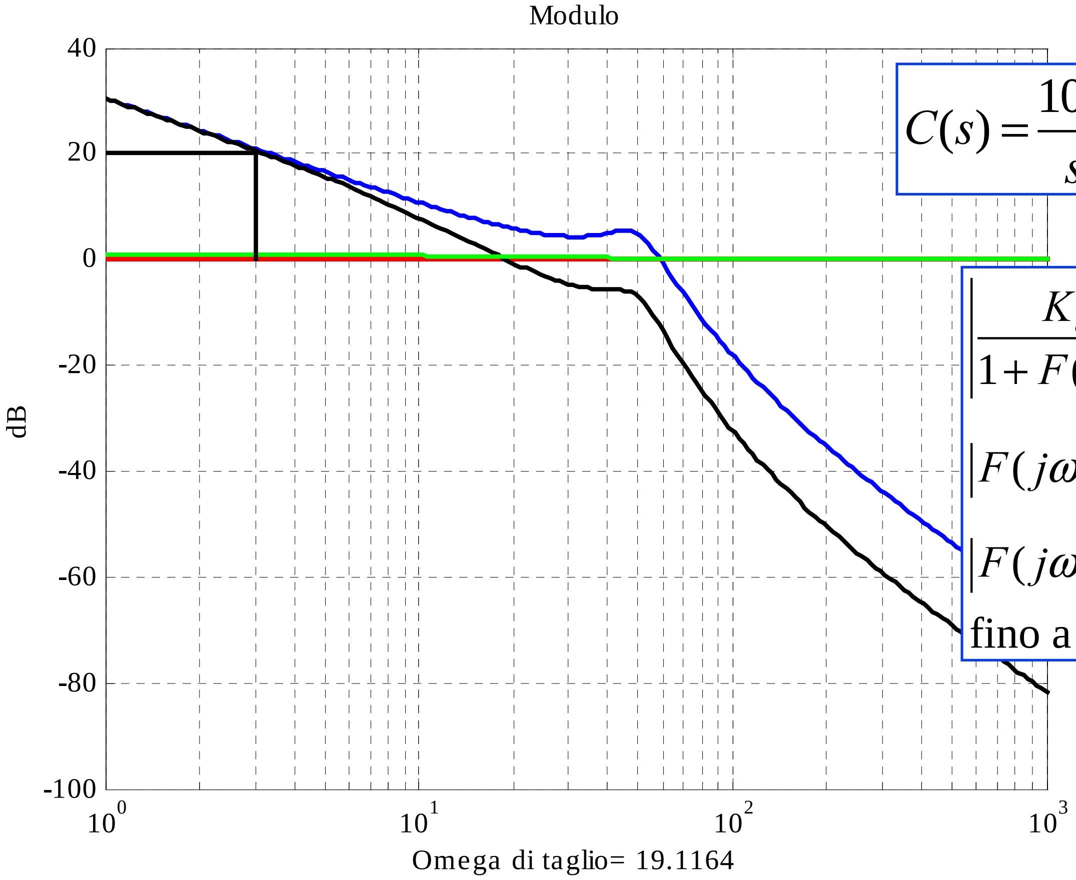
$$P^*(\lambda)=(\lambda+1)^3$$

$$P_e^*(\lambda)=(\lambda+2)^3$$

quindi le due matrici dei guiadagni saranno:

$$K_1=-\gamma P^*(A)=\begin{bmatrix}0 & -4 & 1\end{bmatrix}$$

$$K_2=P_e^*(A)\tilde{\gamma}^T=\begin{bmatrix}2/3\\10/3\\5/3\end{bmatrix}$$



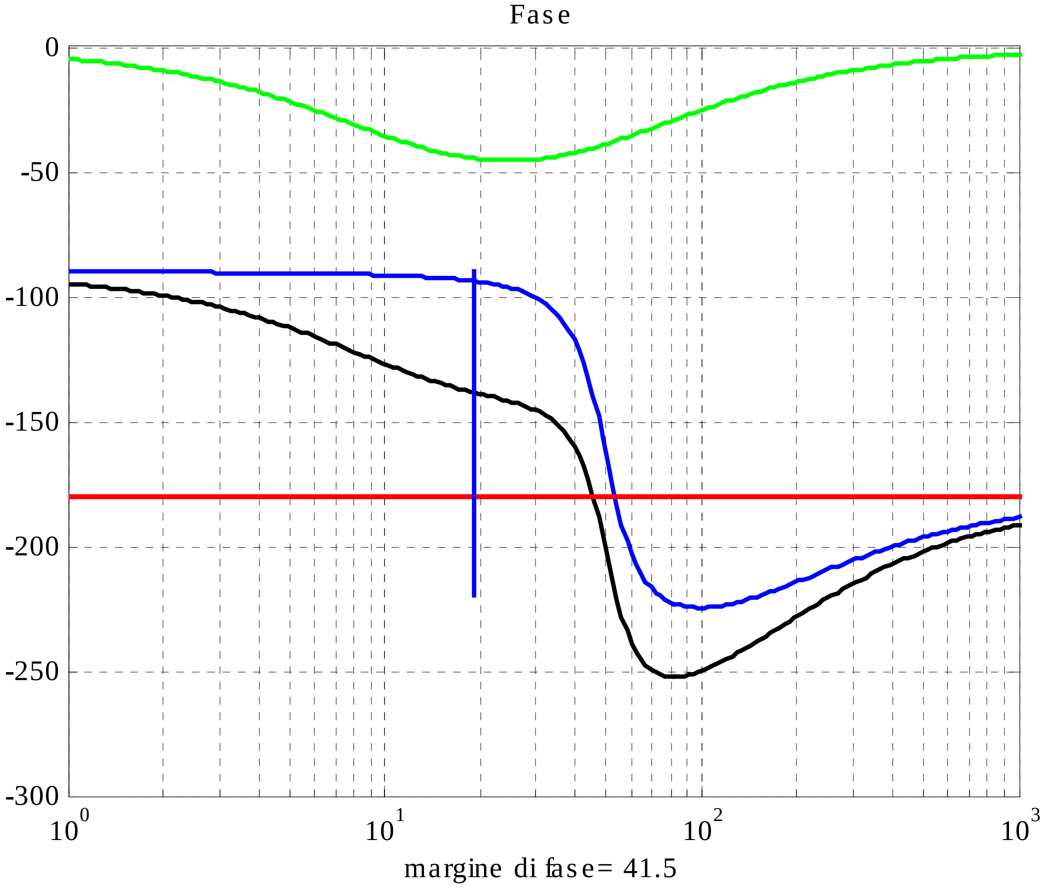
$$C(s)=\frac{100}{s}\,\frac{0.1/6s+1}{0.1s+1}$$

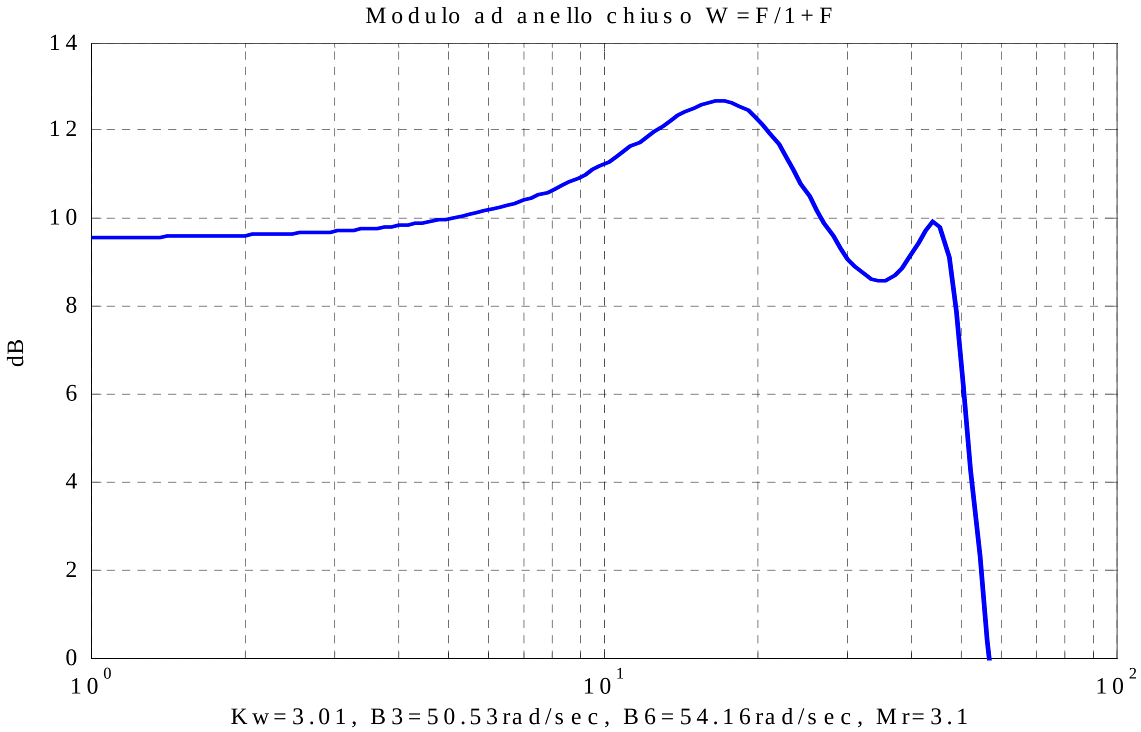
$$\left|\frac{K_d}{1+F(j\omega)}\right|<e$$

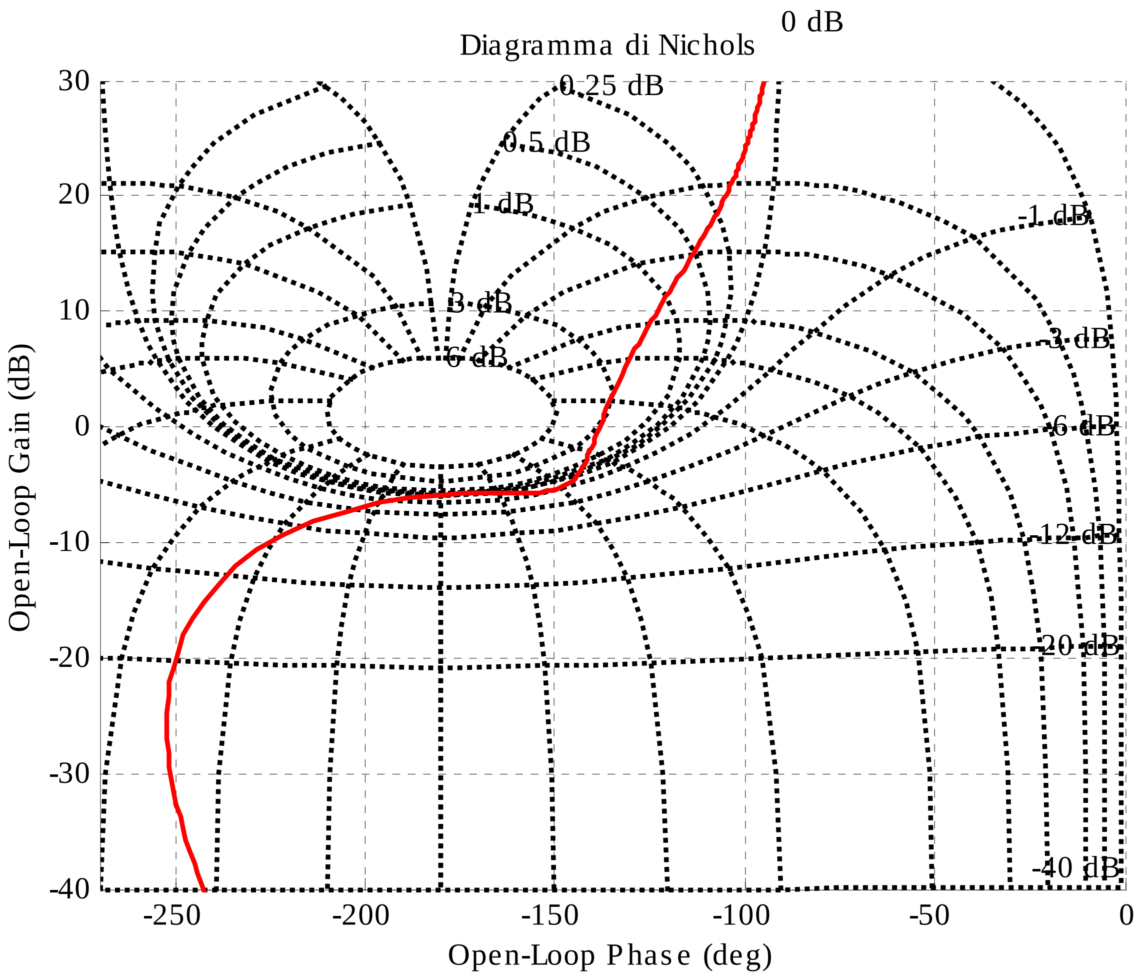
$$\left|F(j\omega)\right|>\frac{K_d}{e}=\frac{3}{0.3}$$

$$\left|F(j\omega)\right|>10=20dB$$

fino a $\omega<3$ rad/sec




Modulo ad anello chiuso W=F/1+F
14
12
10
8
6
4
2
0
dB
10^0
10^1
10^2
Kw=3.01, B3=50.53rad/sec, B6=54.16rad/sec, Mr=3.1


0 dB
Diagramma di Nichols
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-1 dB
-3 dB
-6 dB
-12 dB
-20 dB
-40 dB
Open-Loop Gain (dB)
Open-Loop Phase (deg)
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-250
-200
-150
-100
-50
0

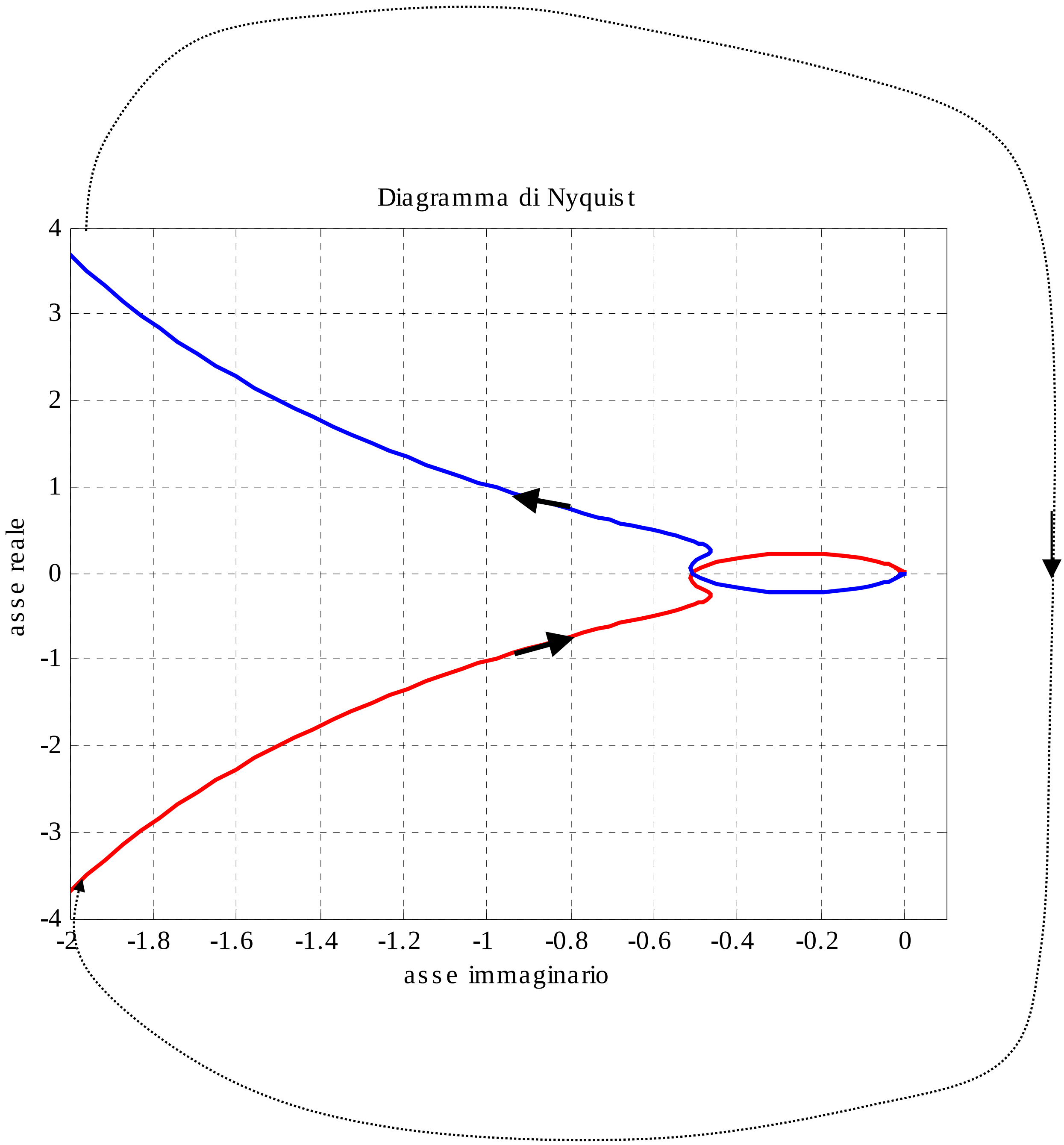


Diagramma di Nyquist
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-2
-1.8
-1.6
-1.4
-1.2
-1
-0.8
-0.6
-0.4
-0.2
0
asse reale
asse immaginario

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 - 2x_2 + u \\ \dot{x}_2 = x_1 + 2x_2 - u \\ y = x_1 + 2x_2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}; = b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$$

per la controllabilità:

$$\mathrm{R}=\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, \mathrm{rango}(R) = 1$$

quindi c'è un autovalore controllabile ed uno non controllabile. Nel calcolo dell'evoluzione forzata possiamo, pertanto, limitarci a considerare il sottospazio controllabile. Operiamo la trasformazione di Kalman $x = Tz$ con:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, T^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A} = T^{-1}AT = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{B} = T^{-1}B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{C} = CT = \begin{bmatrix} -1 & -1 \end{bmatrix}$$

l'autovalore in 1 è controllabile, quello in zero no.

l'equazione del sottospazio controllabile è:

$$\dot{z}_1 = z_1 + u$$

$$y = -z_1$$

la cui soluzione, visto che ne calcoliamo solo l'evoluzione forzata, è data da

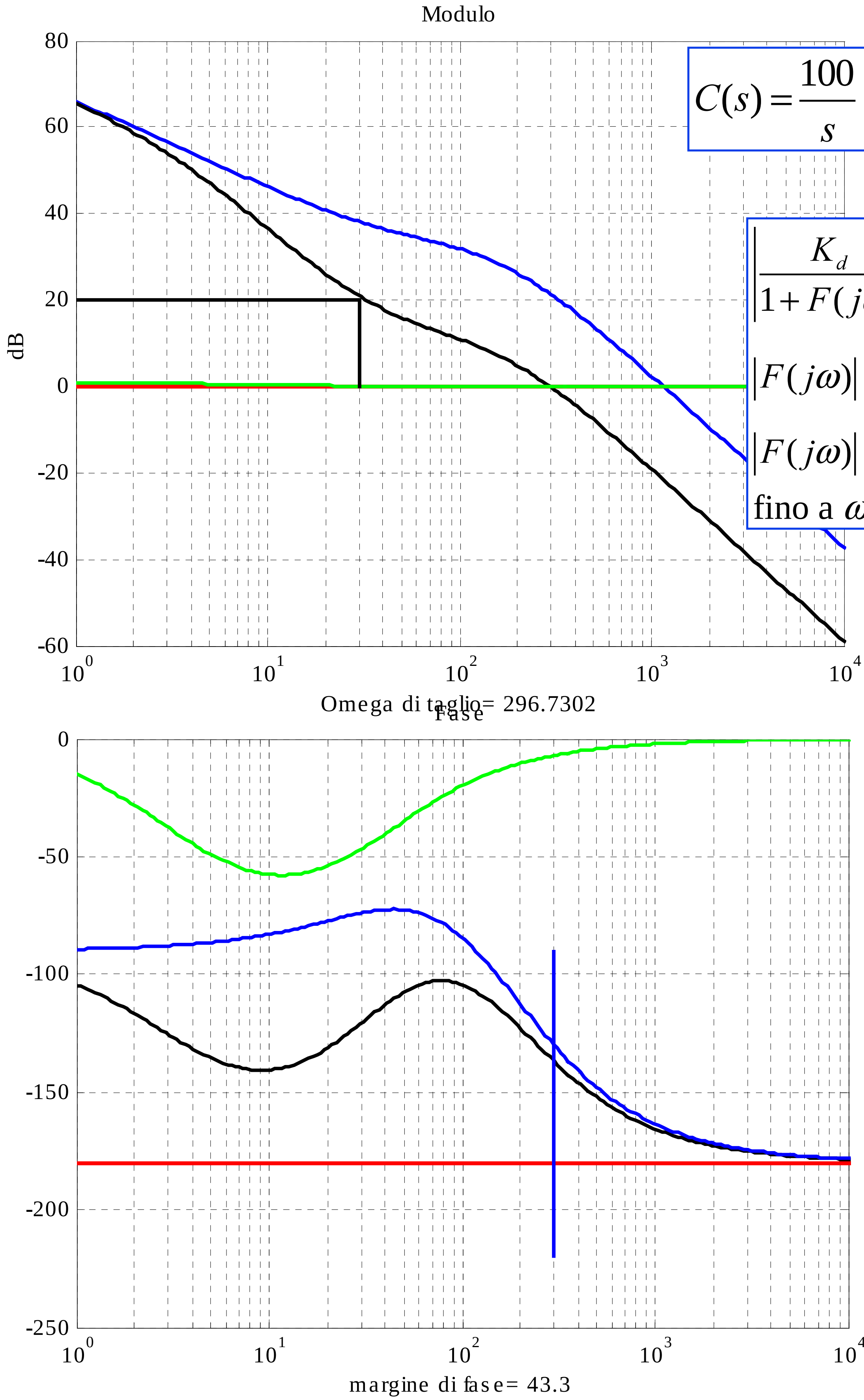
$$z_1(t) = \int_0^t e^{(t-\tau)}\delta_{-1}(\tau)d\tau = 2e^t \int_0^t e^{-\tau} d\tau = 2e^{-t}[-e^{-\tau}]_0^t = 2e^t(-e^t + 1) = -2 + 2e^t$$

$$y(t=3) = -z_1(t=3) = 2 - 2e^3 = -38.17$$

Per l'osservabilità:

$$\mathrm{O}=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \mathrm{rango}(O) = 1$$

quindi l'autovalore non controllabile è anche non osservabile (altrimenti l'uscita ci veniva 0)



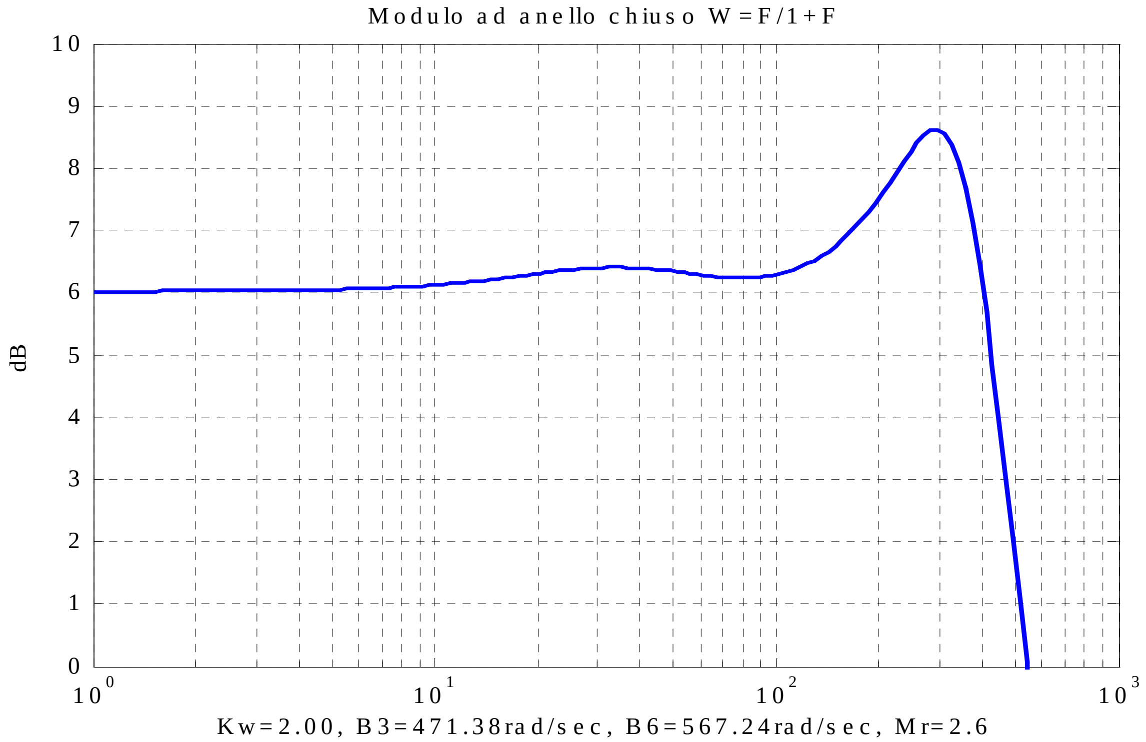
$$C(s) = \frac{100}{s}\,\frac{0.3/12s+1}{0.3s+1}$$

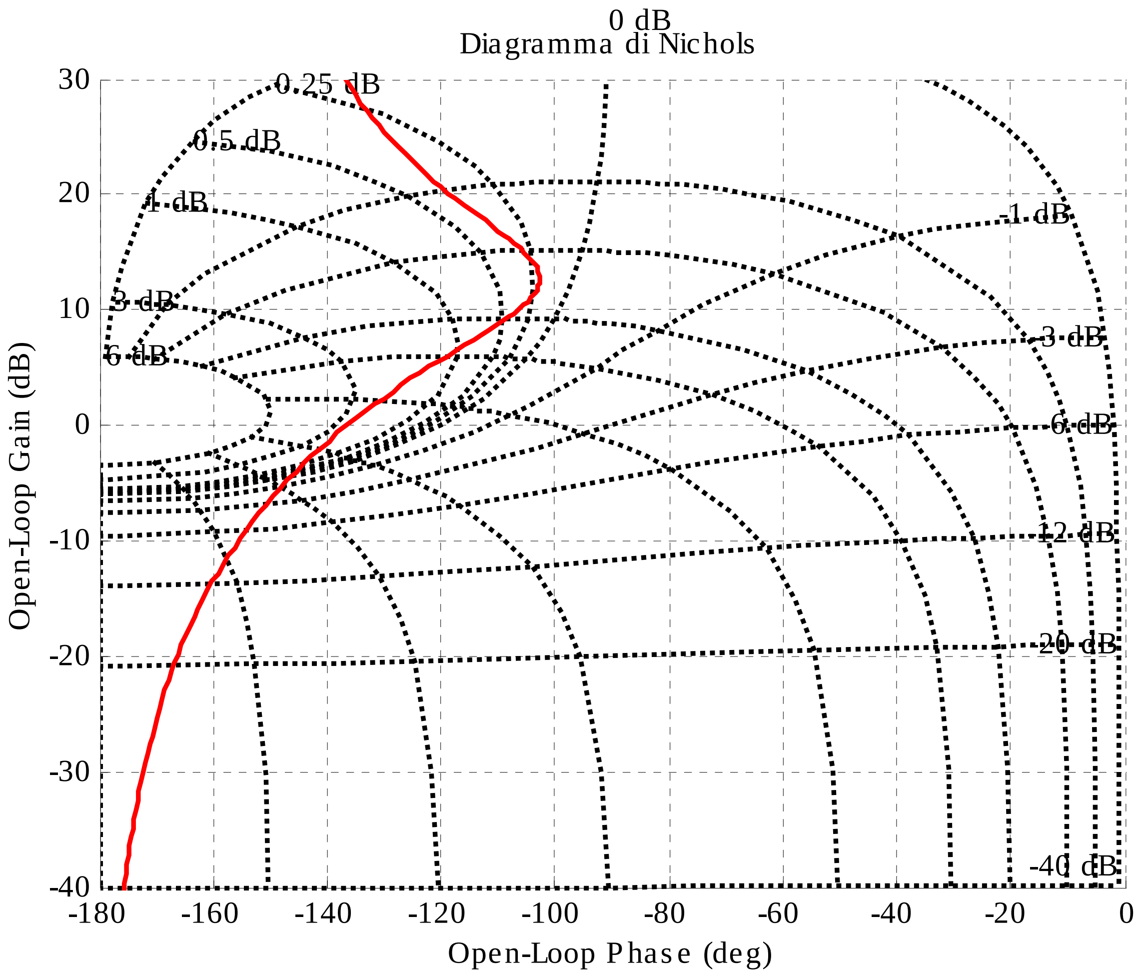
$$\left|\frac{K_d}{1+F(j\omega)}\right| < e$$

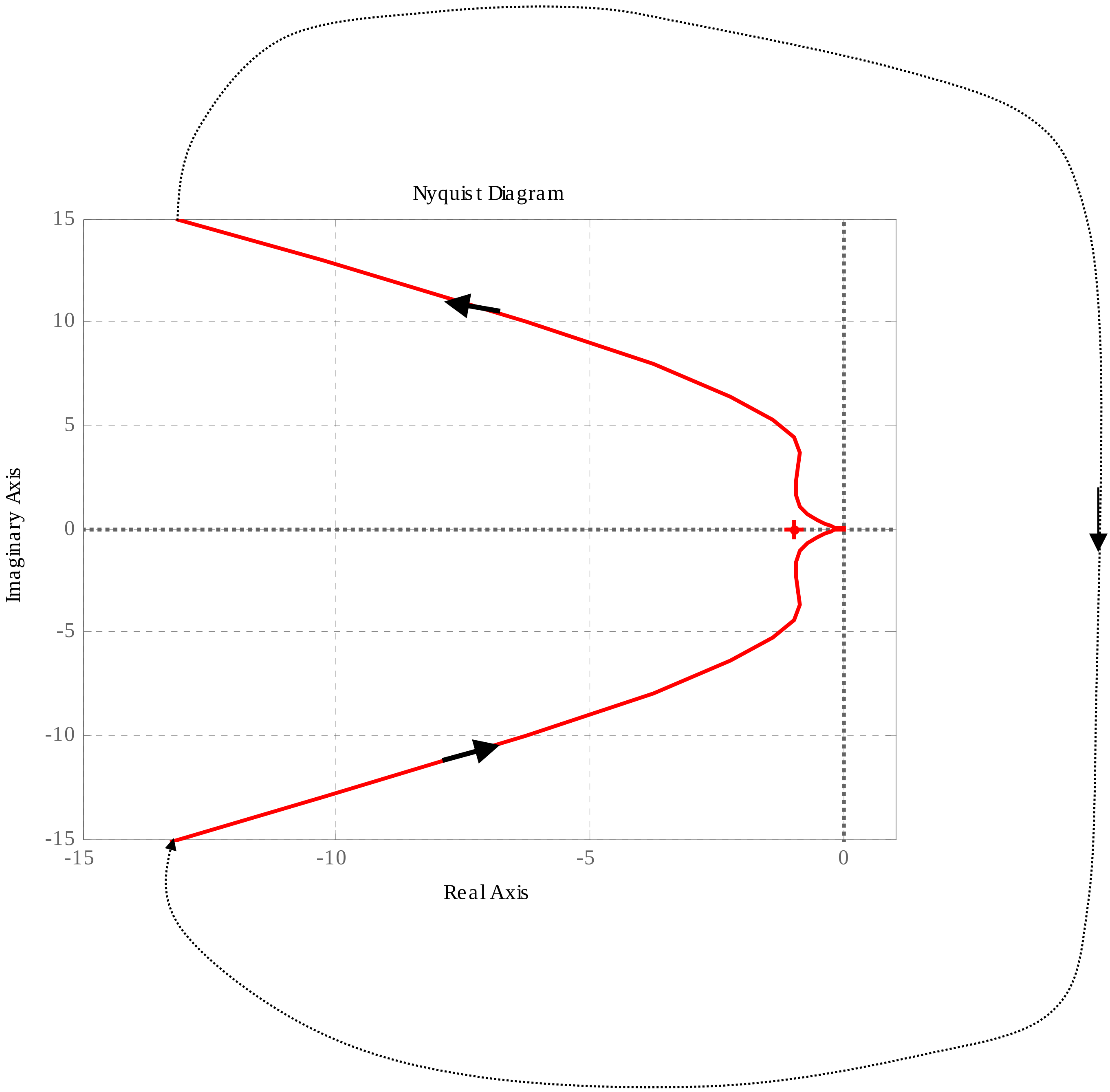
$$|F(j\omega)| > \frac{K_d}{e} = \frac{2}{0.2}$$

$$|F(j\omega)| > 10 = 20dB$$

fino a $\omega < 5$ rad/sec


Modulo ad anello chiuso W=F/1+F
dB
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
10^0
10^1
10^2
10^3
Kw=2.00, B3=471.38rad/sec, B6=567.24rad/sec, Mr=2.6


0 dB
Diagramma di Nichols
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-1 dB
-3 dB
-6 dB
-12 dB
-20 dB
-40 dB
Open-Loop Gain (dB)
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-180
-160
-140
-120
-100
-80
-60
-40
-20
0
Open-Loop Phase (deg)


Nyquist Diagram
15
10
5
0
-5
-10
-15
Imaginary Axis
-15
-10
-5
0
Real Axis

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_1 - x_2 + 2u \\ \dot{x}_2 = -2x_1 + x_2 - 2u \\ y = x_1 + x_2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}; = b = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

per l'osservabilità:

$$\text{O}=\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{rango}(O) = 1$$

quindi c'è un autovalore osservabile ed uno non osservabile. Nel calcolo dell'evoluzione libera possiamo, pertanto, limitarci a considerare il sottospazio osservabile. Operiamo la trasformazione di Kalman $x = Tz$ con:

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A} = T^{-1}AT = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}, \tilde{B} = T^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \tilde{C} = CT = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

l'autovalore in 0 è osservabile, quello in 3 è non osservabile

poichè $z = T^{-1}x$, varrà:

$$z_0 = T^{-1}x_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{0,1} \\ z_{0,2} \end{bmatrix}$$

l'equazione del sottospazio osservabile è:

$$\dot{z}_1 = 0$$

$$y = z_1$$

la cui soluzione è data da

$$z_1(t) = z_{1,0}$$

$$y(t) = z_1(t) = z_{1,0} = 6$$

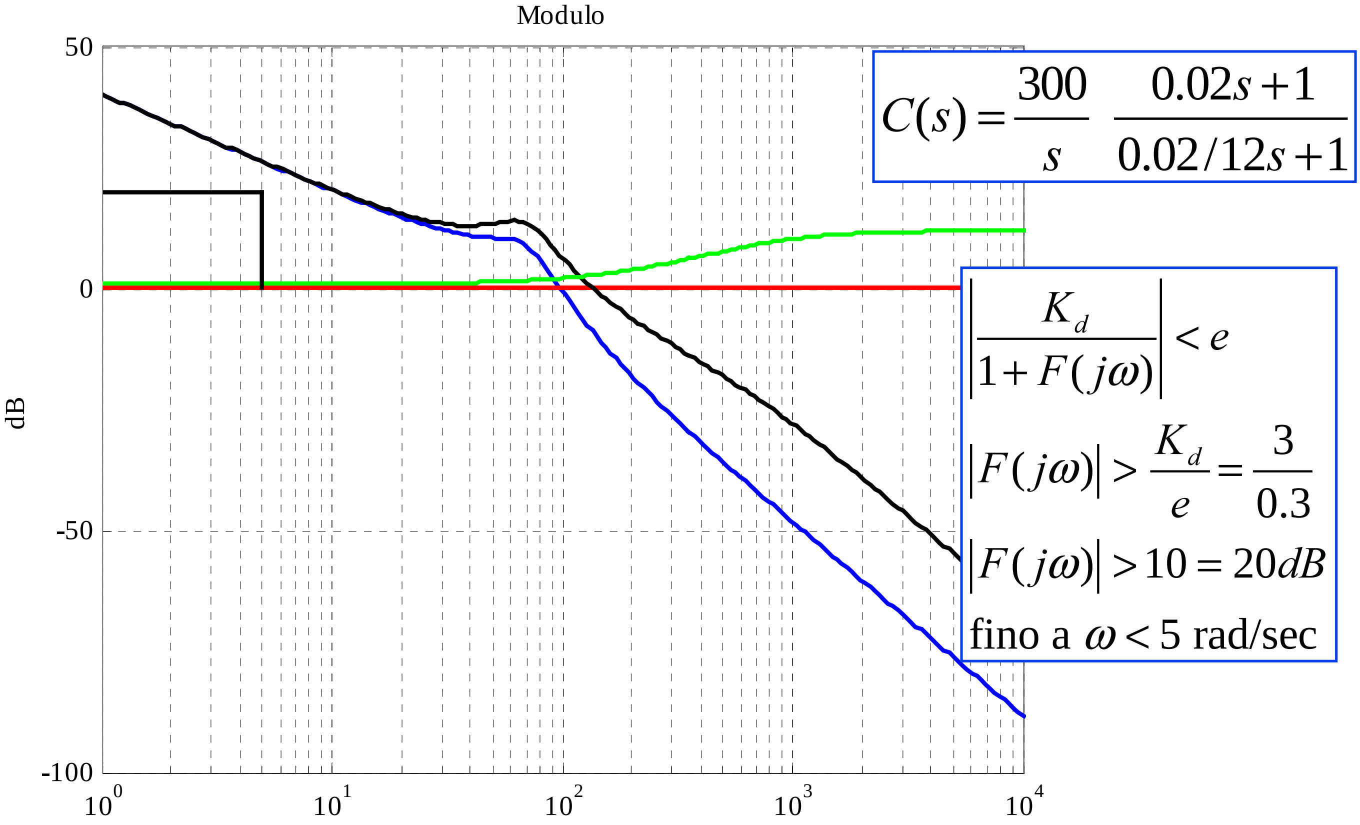
e quindi in $t = 5,$ come per qualsiasi t, si ha

$$y(5) = 6$$

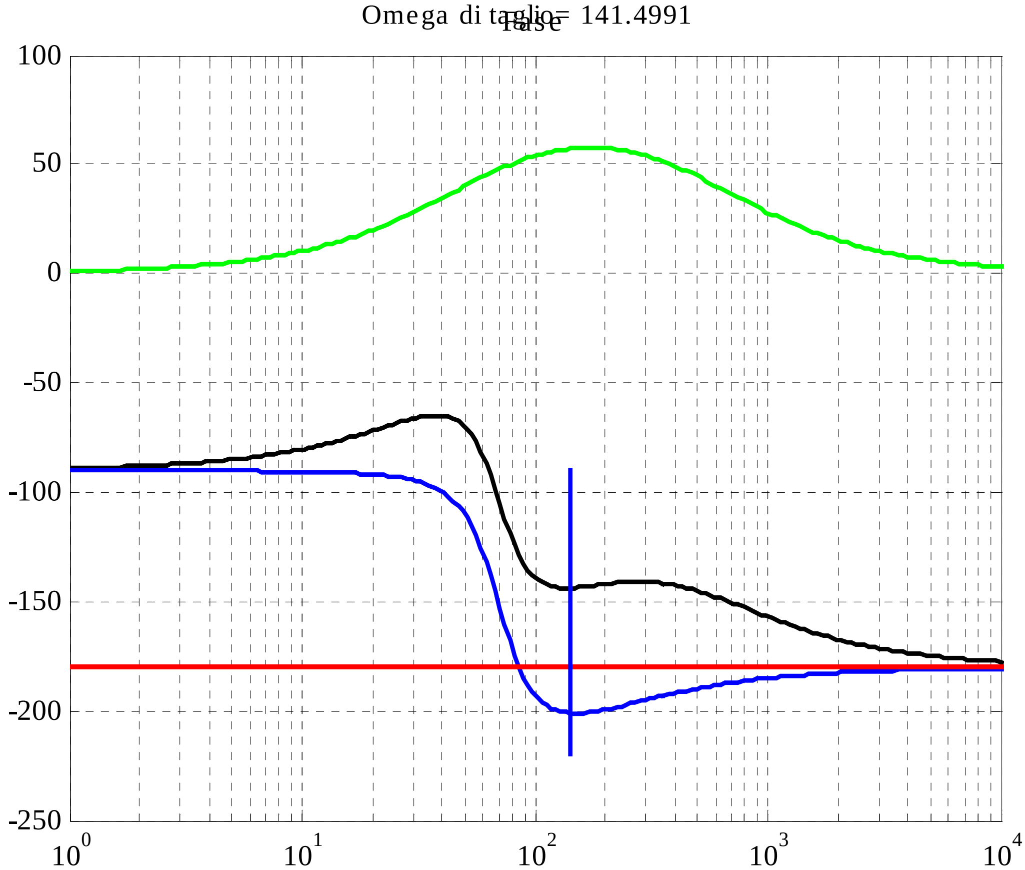
per la controllabilità:

$$\text{R}=\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ -2 & -6 \end{bmatrix}, \text{rango}(R) = 1$$

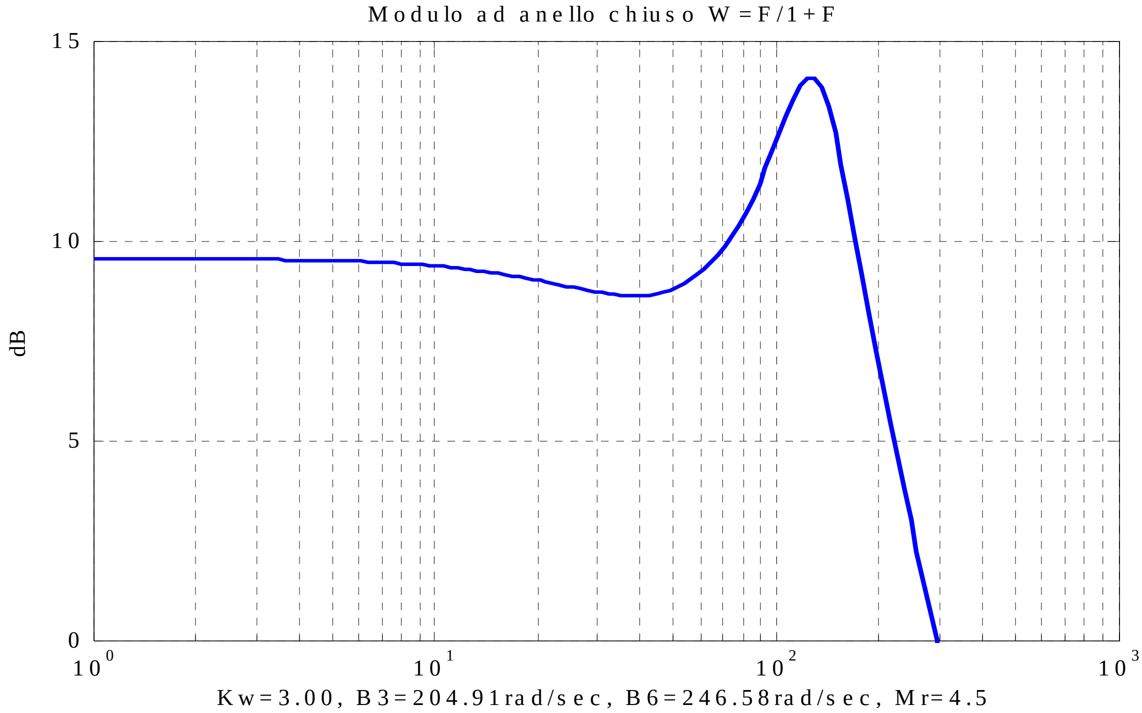
quindi c'è un autovalore controllabile ed uno non controlabile. Poiche z_1 ci è venuto indipendente sall'ingresso sicuramente è quello non controllabile.

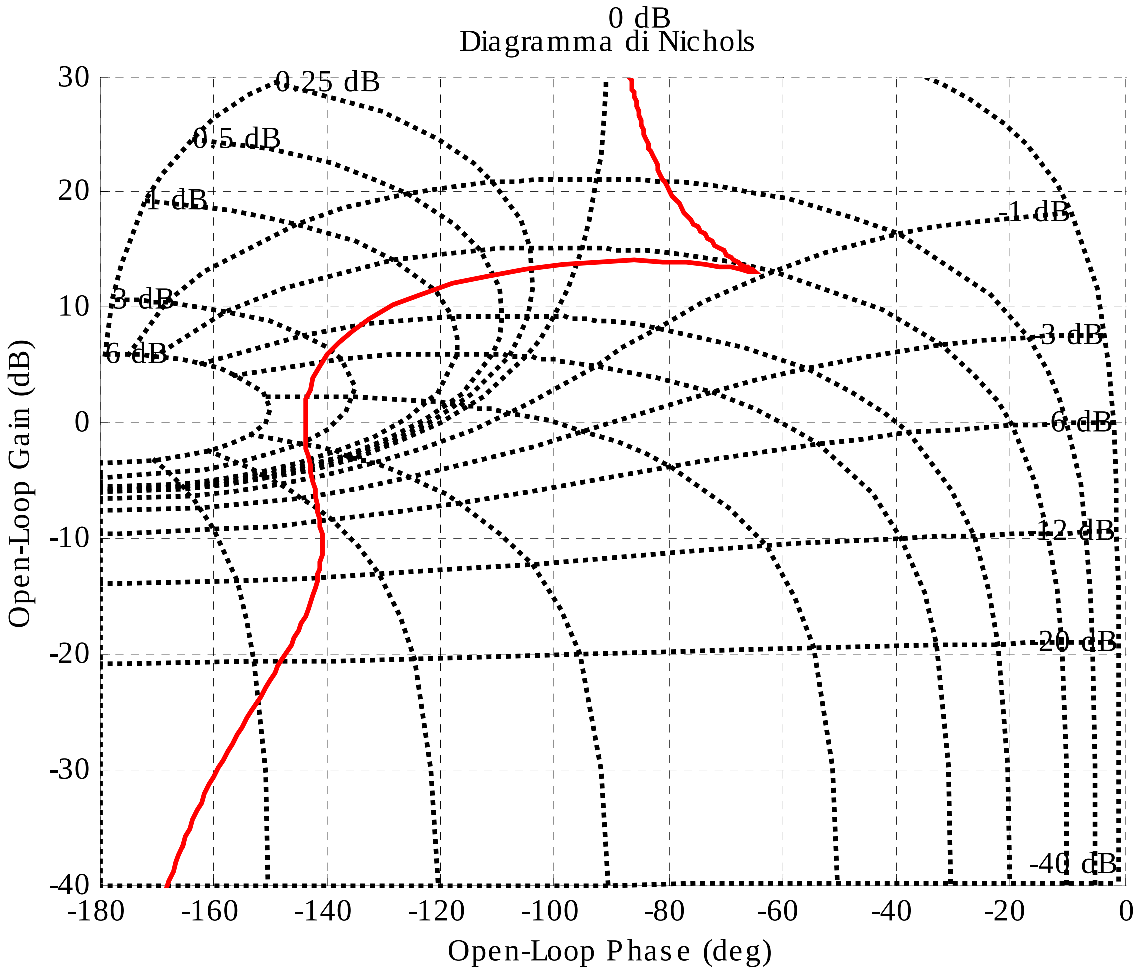


Omega di taglio= 141.4991



margine di fase= 36.1


Modulo ad anello chiuso W=F/1+F
15
10
5
0
dB
10^0
10^1
10^2
10^3
Kw=3.00, B3=204.91rad/sec, B6=246.58rad/sec, Mr=4.5


0 dB
Diagramma di Nichols
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-1 dB
-3 dB
-6 dB
-12 dB
-20 dB
-40 dB
Open-Loop Gain (dB)
Open-Loop Phase (deg)
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-180
-160
-140
-120
-100
-80
-60
-40
-20
0

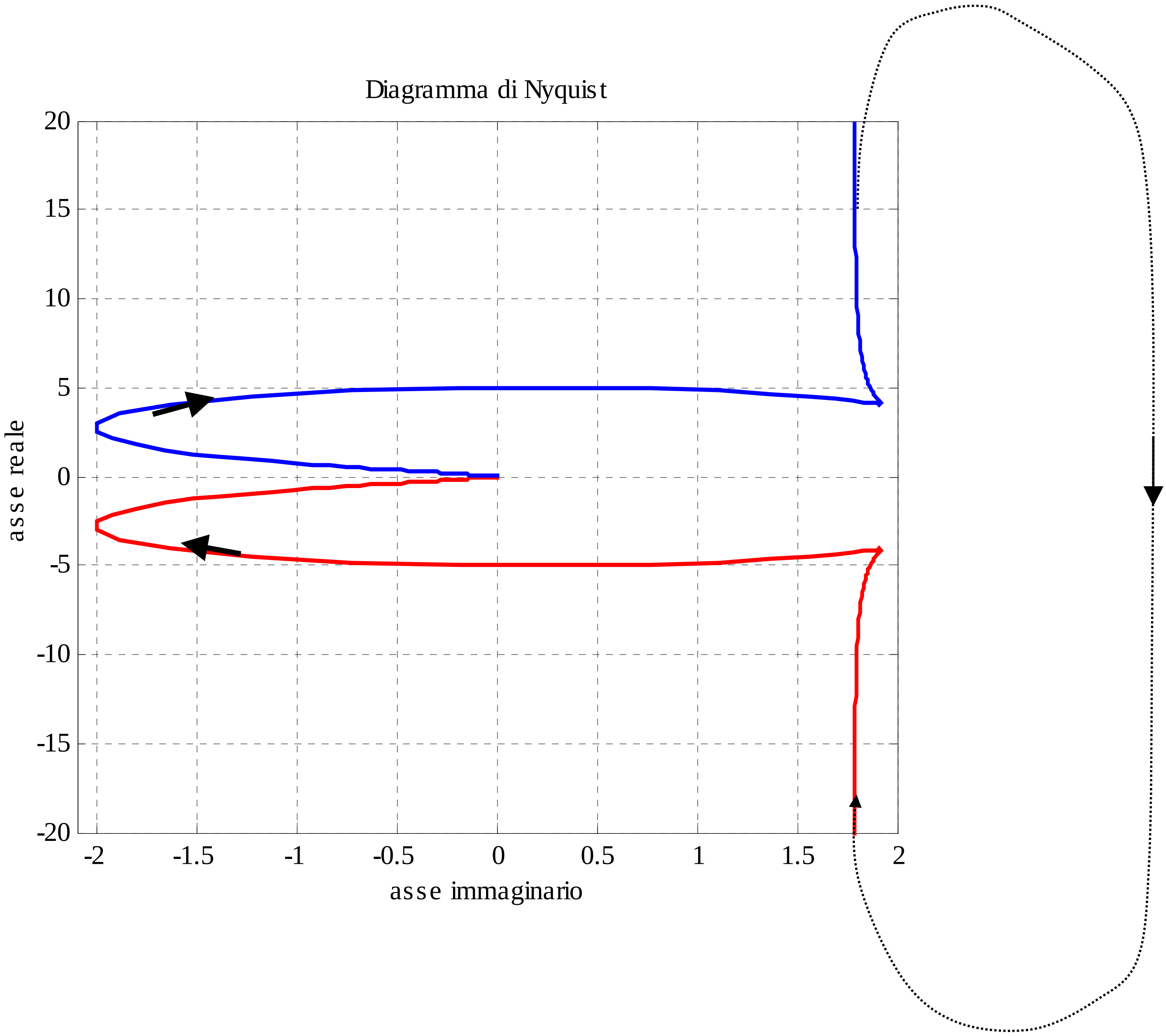


Diagramma di Nyquist
20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20
asse reale
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
asse immaginario

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 - 3x_2 + u \\ \dot{x}_2 = -x_1 + 3x_2 - u \\ \quad = 2x_1 + x_2 \end{cases}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 3 \end{bmatrix};= \quad = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}; \quad = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$$

per la controllabilità:

$$\text{R}=\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ \text{-1} & \text{-4} \end{bmatrix}, \text{rango(R)} = 1$$

per l'osservabilità:

$$\text{O}=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & \text{-3} \end{bmatrix}, \text{rango(O)} = 2$$

quindi c'è un autovalore controllabile ed uno non controlabile. Per capire se il sistema è stabilizzabile dall'uscita operiamo la trasformazione di Kalman con $x = Tz$:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, T^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A}=\text{T}^{-1}AT = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{B} = \text{T}^{-1}B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{C} = CT = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Quindi l'autovalore 4 è instabile ma può essere stabilizzato dall'uscita in quanto si controllabile che osservabile, invece l'autovalore in 0 non può essere reso asintoticamente stabile vista la sua non controllabilità. Il sistema, dunque, non è stabilizzabile dall'uscita.