# Esame di Fondamenti di Automatica

Corso di Laurea Nuovo e Vecchio Ord. in Ingegneria Elettronica

Simulazione 9 Novembre 2007

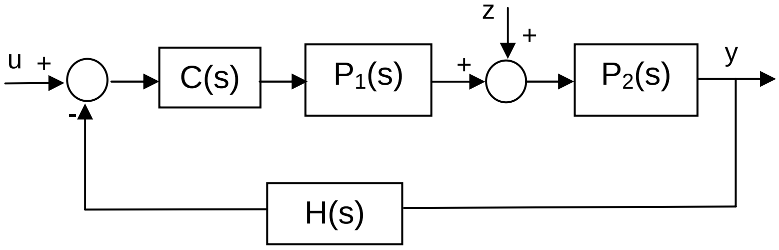
| **Cognome:** | **Nome** | **Matricola:** | **E-mail:** |
|---|---|---|---|
| | | | |

1. (<u>solo nuovo ordinamento e diploma</u>) Dato il sistema di controllo raffigurato, con

$$C(s)=\frac{K_c}{s};P_1(s)=\frac{(s+3)}{(s+10)};P_2(s)=\frac{(s+1)}{s};H(s)=0.2$$

determinare:

a. Per quali valori di **Kc** il sistema risulta stabile a ciclo chiuso
b. Il tipo di sistema di controllo
c. Astatismo rispetto al disturbo costante **z**
d. L'uscita permanente **yp(t)** con **u(t) = t $\delta_{-1}$(t)** e **z(t)=0**
e. L'uscita permanente **yz(t)** con **u(t)=0** e **z(t) = 3 $\delta_{-2}$(t)**




2. (<u>tutti</u>) <u>Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento</u>

$$P(s)=\frac{10(s/3+1)(s/100+1)}{(s^2/400+0.4s/20+1)(s/200+1)}$$

Sintetizzare il sistema di controllo in figura determinando

- **h**
- **$K_c$**

con **Kd** uguale a **4** in modo tale che l'errore per ingresso a rampa **u(t)=5t** sia minore o uguale a **0.16** .

Scelto il valore **minimo** di **$K_c$** compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di

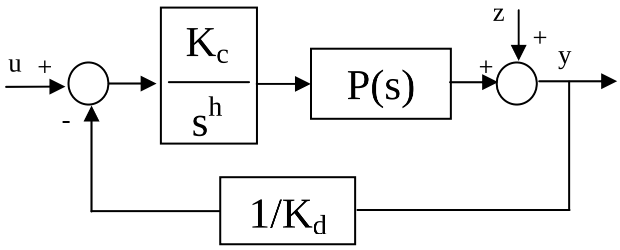
- **BODE**
- **NYQUIST**

della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la

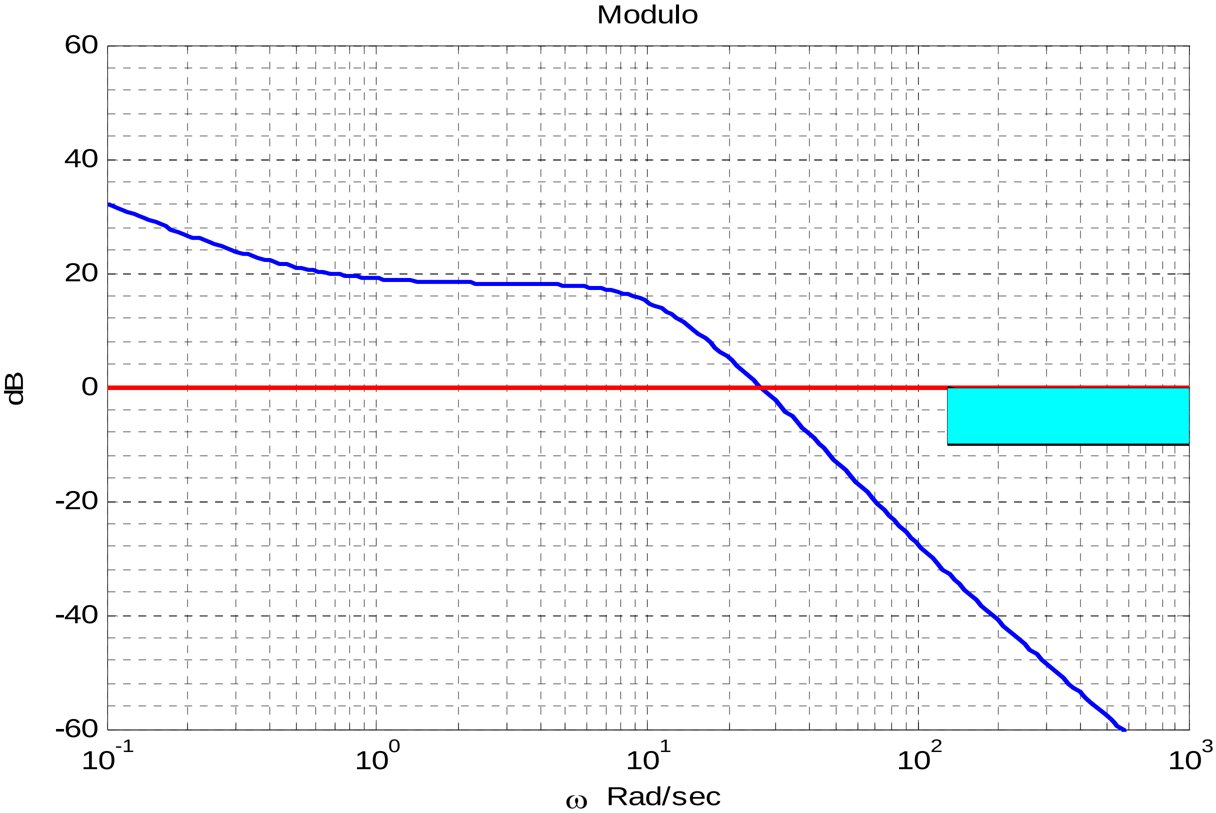
- pulsazione di attraversamento $\omega_t$

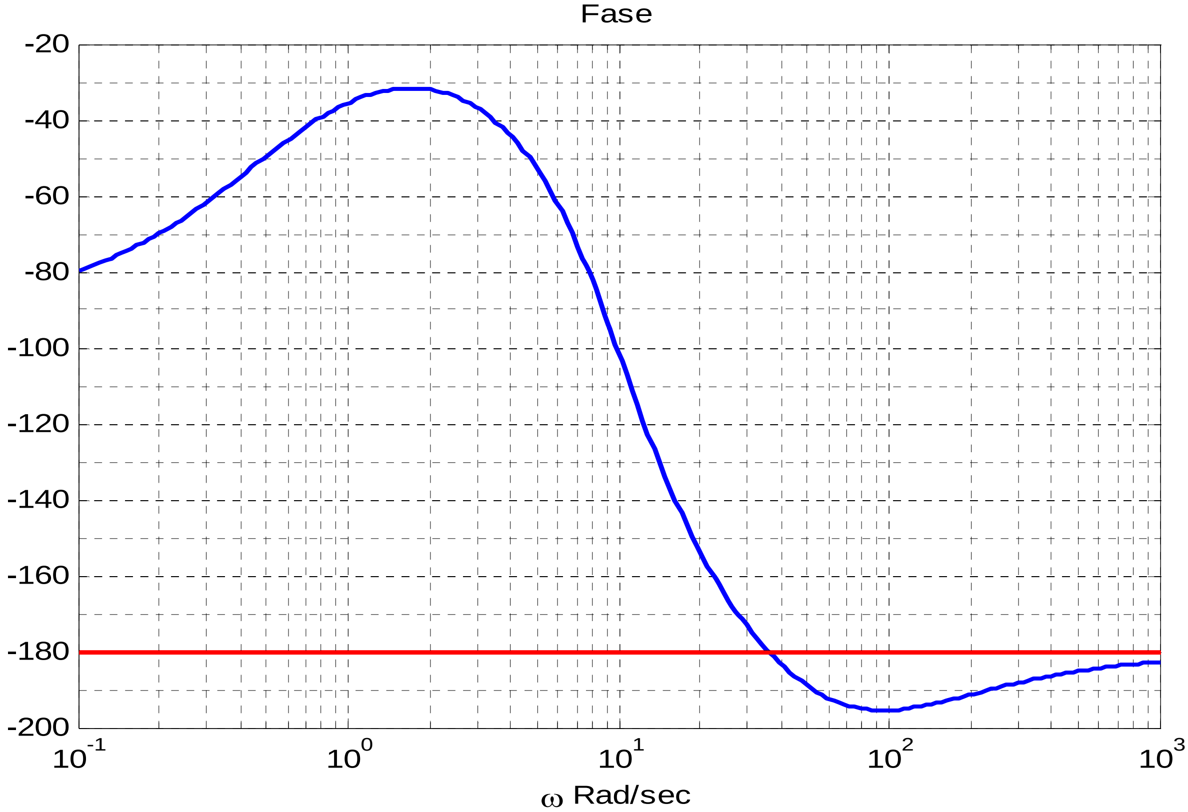
e, in caso di sistema stabile a ciclo chiuso, i

- margini di stabilità ($\mathbf{m_\phi}$ e $\mathbf{m_g}$)



3. (<u>tutti</u>) Dato il diagramma di **BODE** della funzione di trasferimento a ciclo aperto **F(s)** sotto riportata (non ci sono poli a parte reale positiva) determinare la rete compensatrice **R(s)** tale da assicurare $\omega_t$**>=30** rad/sec, **m**$_\phi$>=50° e il rispetto della finestra proibita indicata in figura. Tracciare quindi il diagramma di **NICHOLS** della funzione compensata **F'(s)=F(s)R(s)** e determinare su di esso il modulo alla risonanza **Mr** e la banda passante a –3 Decibel $\omega_{-3}$ .

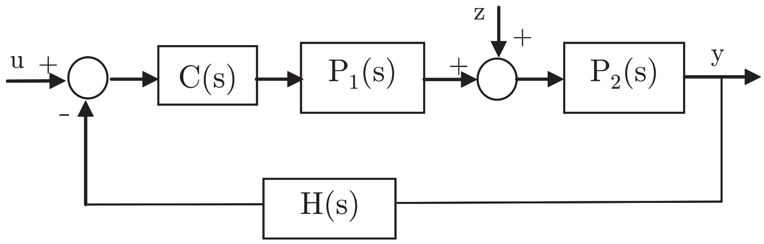


# Capitolo 13

# Esercizi

## 13.1 Analisi e stabilizzazione sistema di controllo a controreazione




**Esercizio 1** *Dato il sistema riportato in figura con*

$$C(s) = \frac{K_c}{s}; P_1(s) = \frac{(s+3)}{(s+10)}; P_2(s) = \frac{(s+1)}{s}; H(s) = 0.2$$

*determinare:*

a *Per quali valori di Kc il sistema risulta stabile a ciclo chiuso*

b *Il tipo di sistema di controllo*

c *Astatismo rispetto al disturbo costante z*

d *L'uscita permanente $y_p(t)$ con $u(t) = t\delta_{-1}(t)$ e $z(t) = 0$*

e *L'uscita permanente $y_z(t)$ con $u(t) = 0$ e $z(t) = 3\delta_{-2}(t)$*

Per rispondere alla domanda (a) dobbiamo applicare il criterio di routh alla funzione di trasferimento a ciclo chiuso. Questa è data da

$$W(s) = \frac{C(s)P_1(s)P_2(s)}{1 + C(s)P_1(s)P_2(s)H(s)} = \frac{K_c(s+1)(s+3)}{5s^3 + (50+K_c)s^2 + 4K_cs + 3K_c}.$$

Costruiamo la tabellina di Routh

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 5 & 4K_c \\ 2 & 50+K_c & 3K_c \\ 1 & \frac{K_c(185+4K_c)}{K_c+50} & 0 \\ 0 & 3K_c & \end{array}$$

dalla quale possiamo ricavare

$$\begin{cases} 50 + K_c > 0 \\ K_c(185 + 4K_c) > 0 \\ 3K_c > 0 \end{cases}$$

che fornisce, semplicemente, $K_c > 0$.

Per la domanda (b) abbiamo che il tipo del sistema di controllo è chiaramente 2 essendoci due integratori in catena diretta.

Alla domanda (c) si risponde semplicemente notando che c'è in catena diretta un integratore a monte dell'ingresso del disturbo e pertanto il disturbo costante viene rigettato. Il sistema è Astatico rispetto a questo disturbo.

Poiché il sistema riproduce esattamente gli ingressi di tipo 1, alla domanda (d) si risponde semplicemente dicendo che l'uscita al permanente sarà ottenuta moltiplicando l'ingresso per il guadagno del sistema a ciclo chiuso:

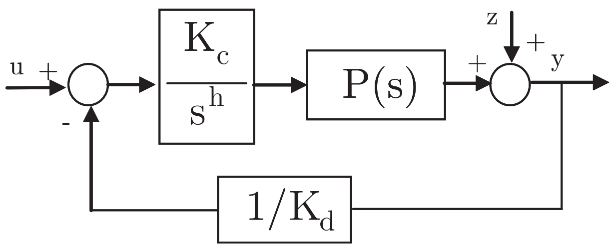
$$y_p(t) = u(t)K_d = u(t)\frac{1}{K_h} = 5\delta_{-1}(t).$$

Il disturbo a rampa, invece, malgrado il sistema di controllo sia di tipo 2, non viene rigettato completamente in quanto c'è solo un integratore prima del suo ingresso nell'anello. Dovremo calcolare il suo effetto, sicuramente costante per lo stesso motivo, usando il teorema del valore finale:

$$y_z(\infty) = \lim_{t\to\infty} y_z(t) = \lim_{s\to 0} sW_z(s)\frac{3}{s^2} = \lim_{s\to 0} \frac{3}{s}\frac{P_2}{1 + CP_1P_2H} =$$

$$= \lim_{s\to 0} \frac{3}{s}\frac{\frac{(s+1)}{s}}{1 + \frac{K_c}{s}\frac{(s+3)}{(s+10)}\frac{(s+1)}{s}0.2} = \frac{50}{K_c}$$

## 13.2 Sintesi del regime permanente e analisi in frequenza della stabilità di un sistema di controllo a controreazione




**Esercizio 2** *Sia dato un processo $P(s)$ descrivibile mediante la funzione di trasferimento*

$$P(s) = \frac{10(s/3 + 1)(s/100 + 1)}{(s^2/400 + 0.4s/20 + 1)(s/200 + 1)}$$

*Sintetizzare il sistema di controllo in figura determinando*

- $h$
- $K_c$

*con $K_d$ uguale a 4, in modo tale che l'errore per ingresso a rampa $u(t) = 5t$ sia minore o uguale a 0.16 . Scelto il valore minimo di $K_c$ compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di*

- *BODE*
- *NYQUIST*

*della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la*

- *pulsazione di attraversamento* $\omega_t$

*e, in caso di sistema stabile a ciclo chiuso, i*

- *margini di stabilità* ($m_g$ *e* $m_\phi$)

Per cominciare notiamo che viene richiesto di sintetizzare un sistema di controllo di tipo 1 in quanto la specifica sull'errore a regime permanente è del tipo errore costante per ingresso a rampa. Nel processo non ci sono integratori e, pertanto, per raggiungere il tipo 1 bisognerà introdurne uno nel controllore: $h = 1$.

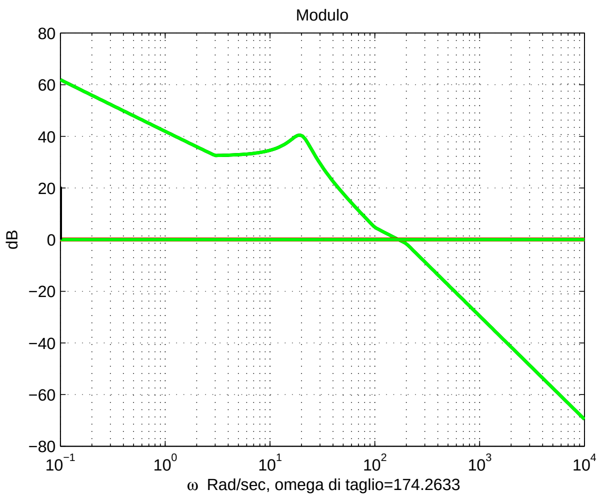
Il calcolo del $K_c$ procede sfruttando l'espressione dell'errore che è

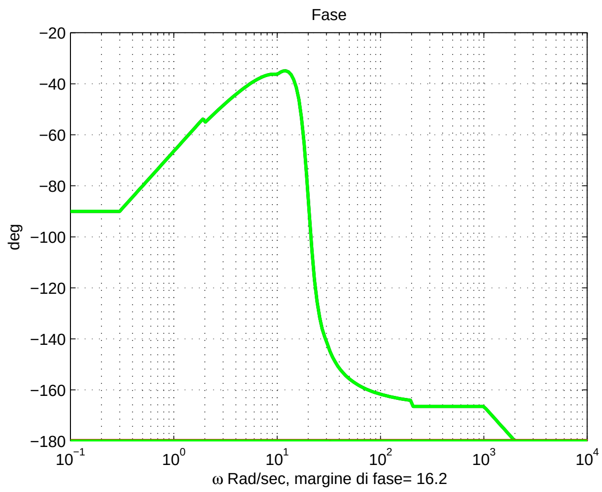
$$\frac{K_d^2}{K_c K_p} 5 \leq 0.16$$

e che conduce a $K_c \geq 50$. Scegliamo $K_c = 50$ e procediamo al tracciamento della funzione di trasferimento a ciclo aperto

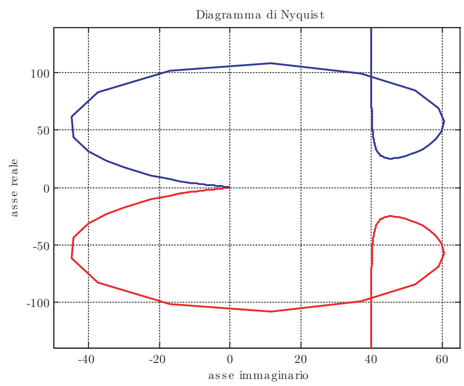
$$F(s) = \frac{K_c}{s} P(s) \frac{1}{K_d} = \frac{125(s/3+1)(s/100+1)}{s(s^2/400 + 0.4s/20 + 1)(s/200+1)}.$$

I diagrammi di Bode asintotici sono i seguenti:



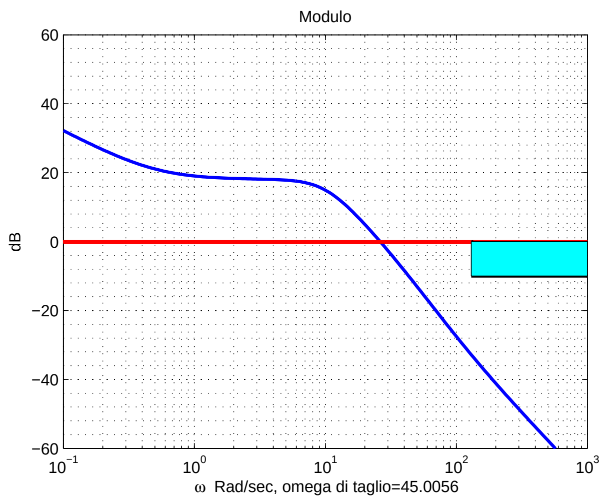


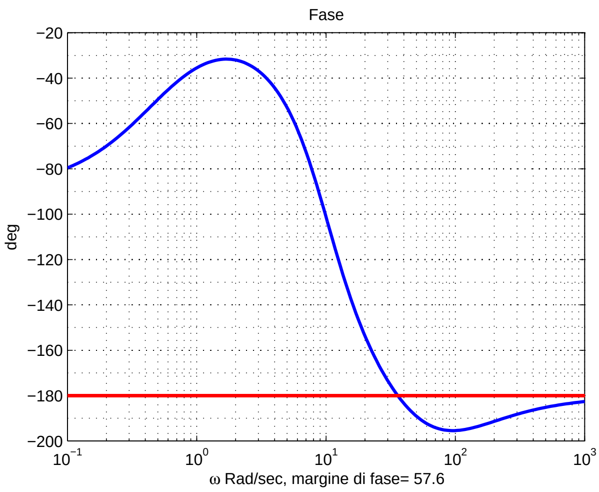

Con una pulsazione di taglio di circa 174 rad/sec. Il diagramma di Nyquist è, invece, questo:




e notiamo che non gira mai attorno al punto -1. Pertanto il sistema è stabile a ciclo chiuso con un margine di fase di circa 16 gradi e un margine di guadagno infinito, visto che la fase non scende mai sotto i -180 gradi.

## 13.3 Correzione dei parametri del ciclo aperto tramite rete compensatrice e valutazione del ciclo chiuso



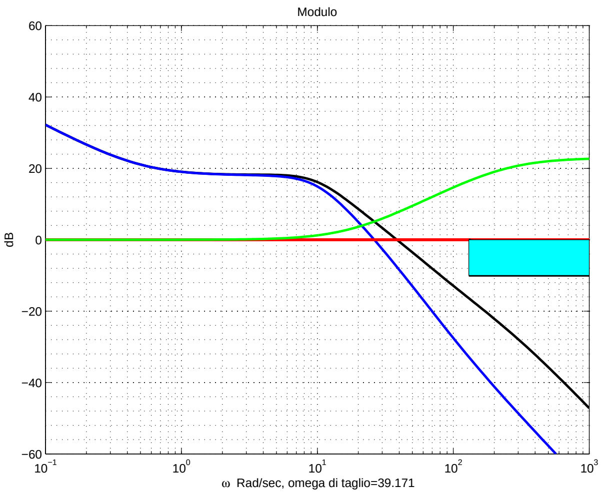


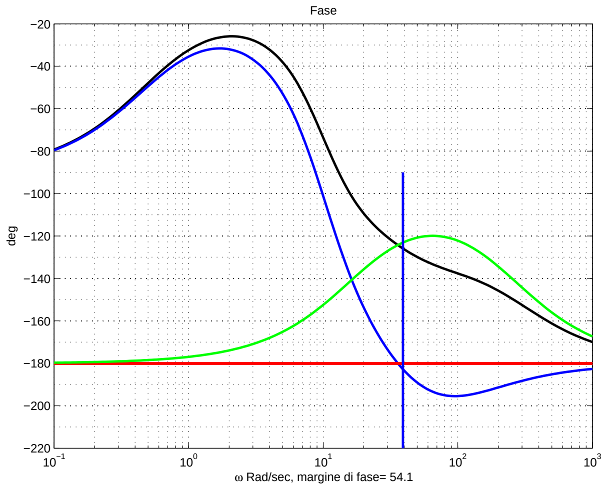

**Esercizio 3** *Dato il diagramma di BODE della funzione di trasferimento a ciclo aperto $F(s)$ sopra riportato (non ci sono poli a parte reale positiva) determinare la rete compensatrice $R(s)$ tale da assicurare $\omega_t \geq 30$ rad/sec, $m_\phi 50°$, e il rispetto della finestra proibita indicata in figura. Tracciare quindi il diagramma di NICHOLS della funzione compensata $F'(s) = F(s)R(s)$ e determinare su di esso il modulo alla risonanza $M_r$ e la banda passante a -3 Decibel $\omega_{-3}$.*

L'attuale omega di taglio si trova circa in 27 rad/sec e vediamo subito che abbiamo bisogno di una rete anticipatrice dovendo aumentarla. Anche la fase ha bisogno di un anticipo e pertanto procediamo a individuare uan nuova $\omega_t^*$. Questa potrebbe essere posta, ad esempio, in 40 rad/sec dove il modulo deve essere alzato esattamente di 8dB e la fase di almeno 55*.

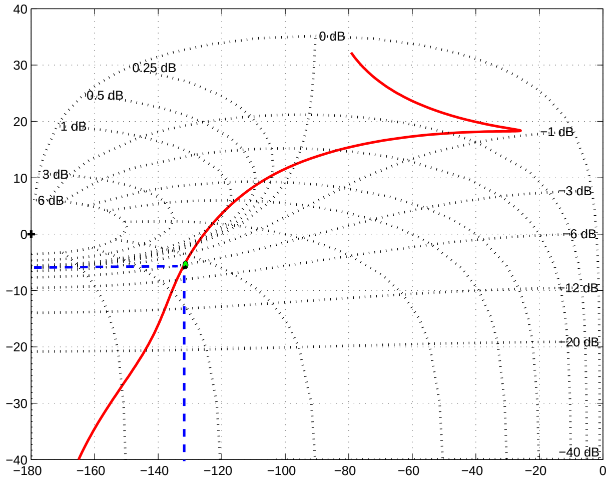
Procedendo all'analisi del diagramma delle reti compensatrici, notiamo che per $\omega\tau = 2.3$ e $m = 14$ abbiamo proprio la correzione ricercata. Dovendo far coincidere $\omega\tau = 2.3$ con $\omega_t^* = 40$ rad/sec basterà predere $\tau = (\omega\tau)/\omega_t^* = 2.3/40 = 0.0575$ . Notiamo che, con questa correzione, in $\omega = 130$ rad/sec (ovvero $\omega\tau = 130 \cdot 0.0575 = 7.47$), dove comincia la finestra proibita, la correzione sarà di circa 17 dB che porta il modulo ben al di sotto del limite definito dalla finestra.

Applicando la correzione ottenuamo i seguenti grafici:






Riportando la funzione corretta sulla carta di Nichols si ottiene:




Dalla carta di Nichols deduciamo che il modulo alla risonanza $M_r$ vale poco più di un Decibel e che la banda passante coincide con fase pari a circa $-132^*$ per il ciclo aperto e quindi, dal diagramma di Bose, con 50 rad/sec: $\omega_{-3} = 50$ rad/sec .