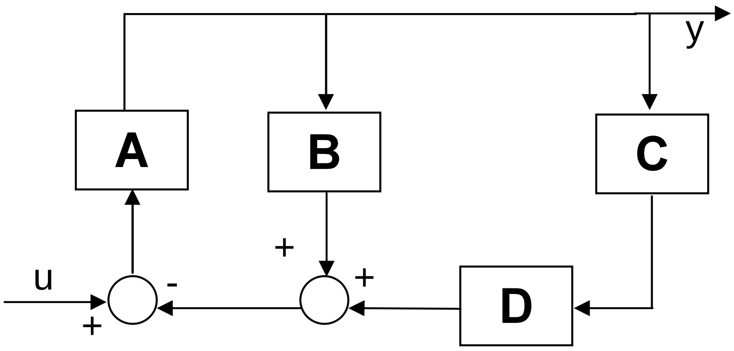
F d'A

Esame di Fondamenti di Automatica I
Corso di Laurea Nuovo Ordinamento in Ingegneria Elettronica
9 settembre 2002

Cognome:	Nome	Matricola:	E-mail:

1. Ricavare la funzione di trasferimento tra **u** ed **y** nel seguente schema a blocchi:



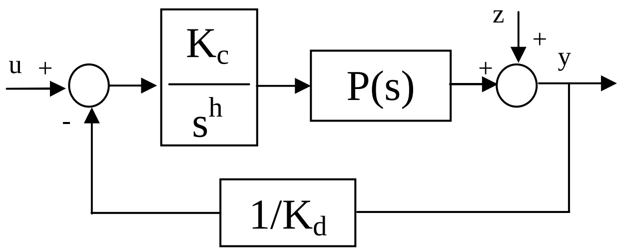
---

2. Dato il sistema **G(s)=2/(s^2+3s+2)** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso **u(t) =** δ_{-2}**(t-1)-** δ_{-2}**(t-2)**. Determinare il limite per **t** tendente all'infinito di **y(t)** e tracciare, infine, l'andamento dell'uscita in maniera **qualitativa**, la risposta del sistema è di tipo oscillante o no? A partire da quale istante il transitorio si può, **orientativamente**, considerare concluso?

---

3. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{5(s/30+1)}{(s/100+1)^2}$$



Sintetizzare il sistema di controllo in figura (determinare **h** e il **K_c**) in modo tale che:

- il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **10**
- l'errore per ingresso a rampa **u(t)=2t** sia minore o uguale a **0.08**

Scelto il valore **minimo** di **K_c** compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST** della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (ω_t) e, in caso di sistema stabile a ciclo chiuso, i margini di stabilità (**m_ϕ** e **m_g**).

Infine calcolare:

- di quanti decibel si può aumentare il **K_c** prima che il margine di fase scenda sotto i **10°**.
- l'effetto in uscita a regime di un disturbo **z(t)= t**.
- fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide unitaria risulti minore di **0.1**

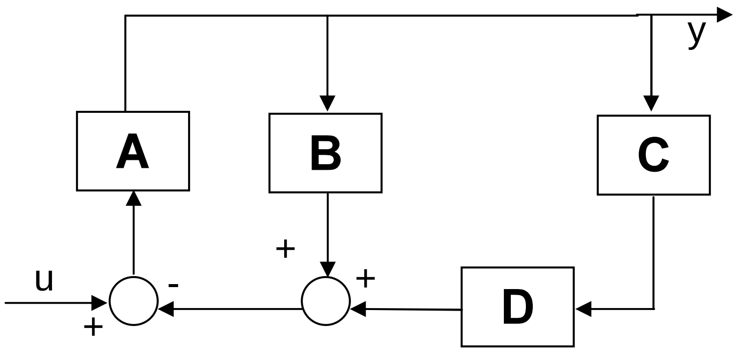
Esame di Fondamenti di Automatica

Corso di Laurea Vecchio Ordinamento in Ingegneria Elettronica

9 settembre 2002

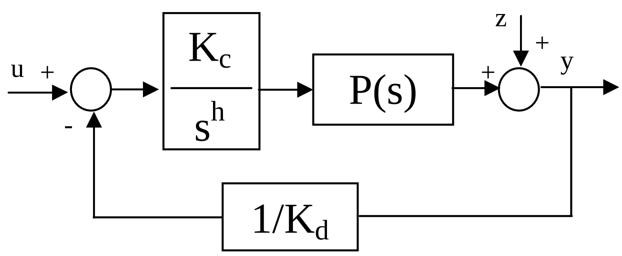
Cognome:	**Nome**	**Matricola:**	**E-mail:**

1. Ricavare la funzione di trasferimento tra **u** ed **y** nel seguente schema a blocchi:



2. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{5(s/30+1)}{(s/100+1)^2}$$



Sintetizzare il sistema di controllo in figura (determinare **h** e **K_c**) in modo tale che:

- il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **10**
- l'errore per ingresso a rampa **u(t)=2t** sia minore o uguale a **0.08**

Scelto il valore **minimo** di **K_c** compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST** della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (ω_t) e, in caso di sistema stabile a ciclo chiuso, i margini di stabilità (**m_ϕ** e **m_g**).

Infine calcolare:

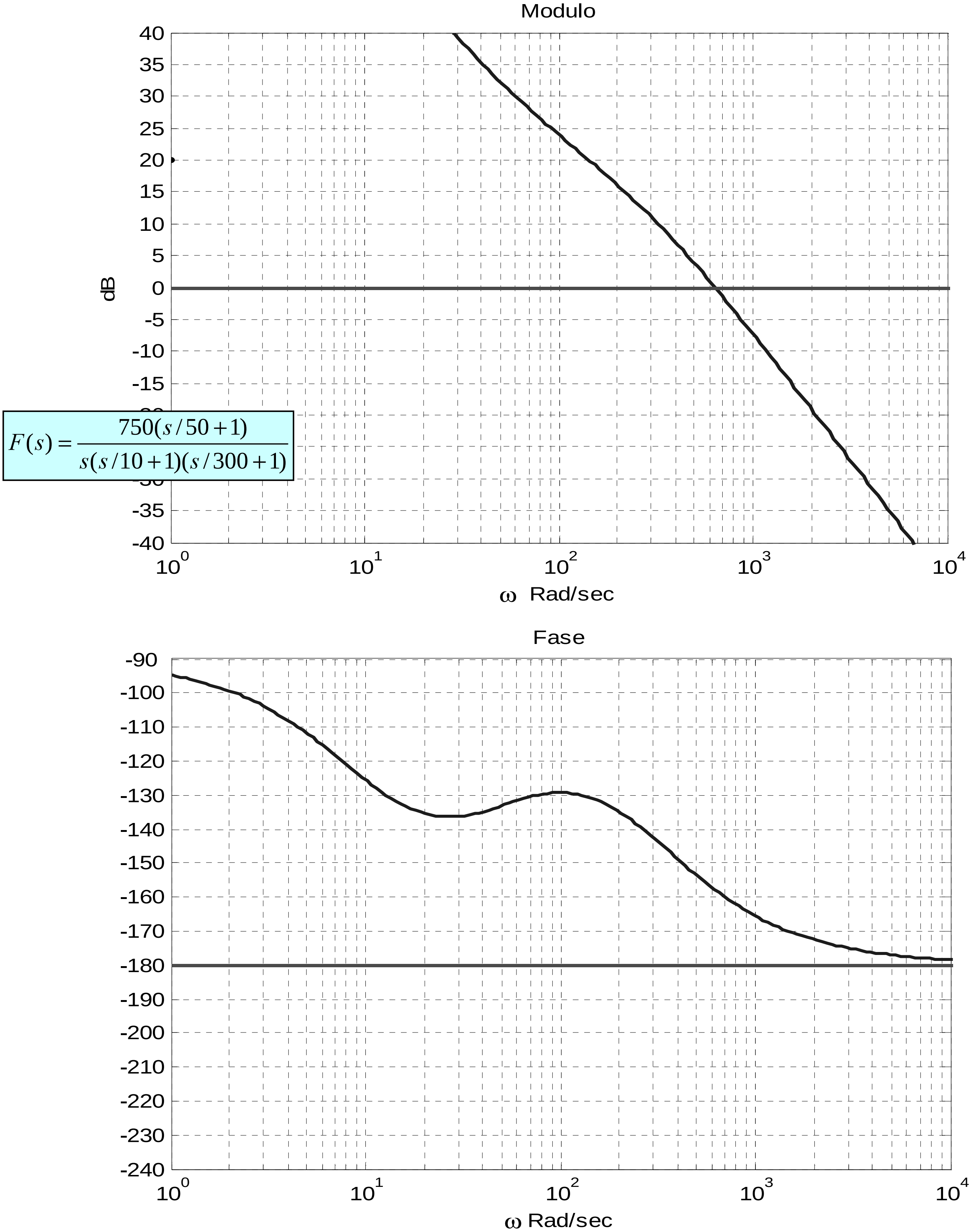
- di quanti decibel si può aumentare il **K_c** prima che il margine di fase scenda sotto i **10°**.
- l'effetto in uscita a regime di un disturbo **z(t)= t**.
- fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide unitaria risulti minore di **0.1**

3. Dato il sistema dinamico descritto dalla funzione di trasferimento

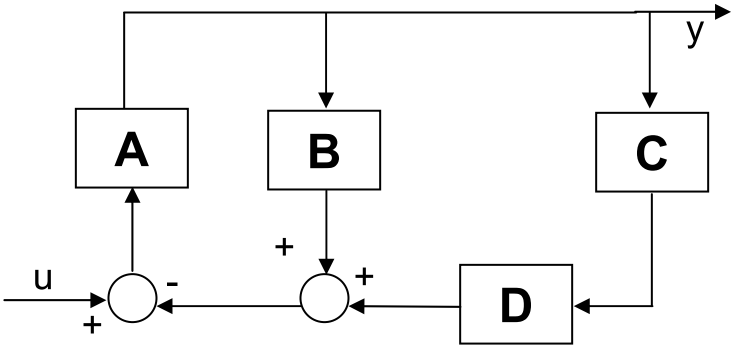
$$F(s) = \frac{1+s}{s^2+3s+1},$$

determinare uno schema di controllo con reazione dinamica dall'uscita tale da assegnare dinamiche coincidenti in -3.

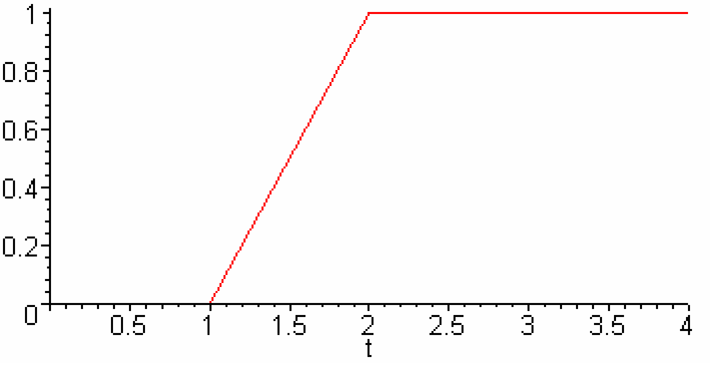
4. Dato il diagramma di **BODE** della funzione di trasferimento a ciclo aperto **F(s)** sotto riportata determinare la rete compensatrice **R(s)** tale da assicurare ω_t**<300** rad/sec e $\mathbf{m}_\phi > 30°$. Tracciare quindi il diagramma di **NICHOLS** della funzione compensata **F'(s)=F(s)R(s)** e determinare su di esso il modulo alla risonanza **Mr** e la banda passante a –3 Decibel.



SCHEMA A BLOCCHI (N.O. & V.O)



$$W(s) = \frac{A}{1 + A(B + CD)}$$



$$u(t) = \delta_{-2}(t-1) - \delta_{-2}(t-2)$$

$$U(s) = \frac{1}{s^2}e^{-t} - \frac{1}{s^2}e^{-2t}$$

$$G(s) = \frac{1}{s^2+3s+2} = \frac{1}{(s+2)(s+1)}$$

$$U_1(s) = \frac{1}{s^2}$$

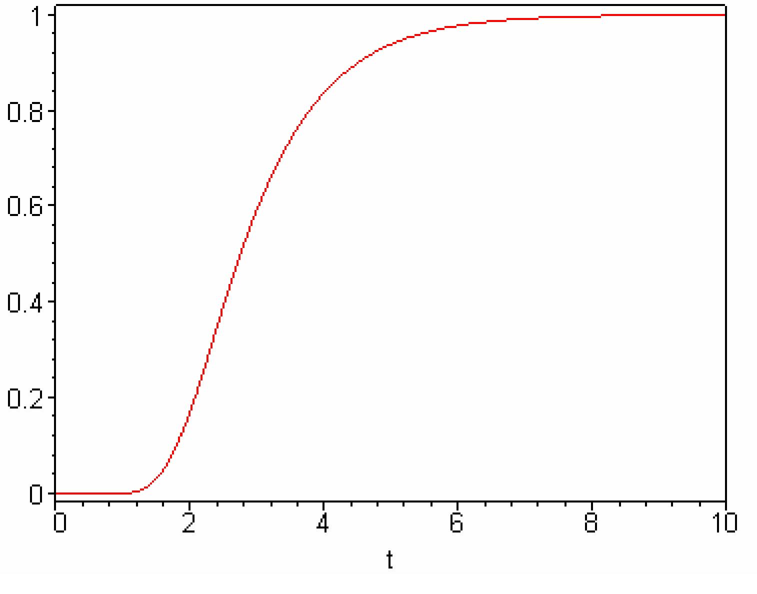
$$Y_1(s) = G(s)\frac{1}{s^2} = \frac{R_1}{(s+2)} + \frac{R_2}{(s+1)} + \frac{R_3}{s} + \frac{R_4}{s^2} = \frac{-1/2}{(s+2)} + \frac{2}{(s+1)} + \frac{-3/2}{s} + \frac{1}{s^2}$$

$$y_1(t) = \left(-\frac{1}{2}e^{-2t} + 2e^{-t} - \frac{3}{2} + t\right)\delta_{-1}(t)$$

$$y(t) = y_1(t-1)\delta_{-1}(t-1) - y_1(t-2)\delta_{-1}(t-2)$$

$y(\infty) = 1$ (a regime è come un gradino unitario applicato ad un sistema con guadagno 1)

L'uscita non oscilla non essendoci poli complessi e coniugati. Inoltre, poichè la costante di tempo più lenta è pari a 1, passati 3 secondi dopo l'ultima variazione dell'ingresso (quindi in t=2+3=5) il sistema sarà a meno del 10% dal valore di regime.



- Kd=10 per avere il guadagno a ciclo chiuso richiesto,
- h=1 per avere un sistema di controllo di tipo 1 (errore finito per ingresso a rampa)
- Kc>= 500 in conseguenza della specifica sull'errore.

$$P(s) = K_p \frac{N_p(s)}{D_p(s)}$$

$$W_z(s) = \frac{1}{1 + \frac{K_c}{s} P(s) \frac{1}{K_d}} = \frac{sK_d D_P(s)}{sK_d D_P(s) + K_c K_p N_P(s)}$$

$$z(s) = \frac{1}{s}$$

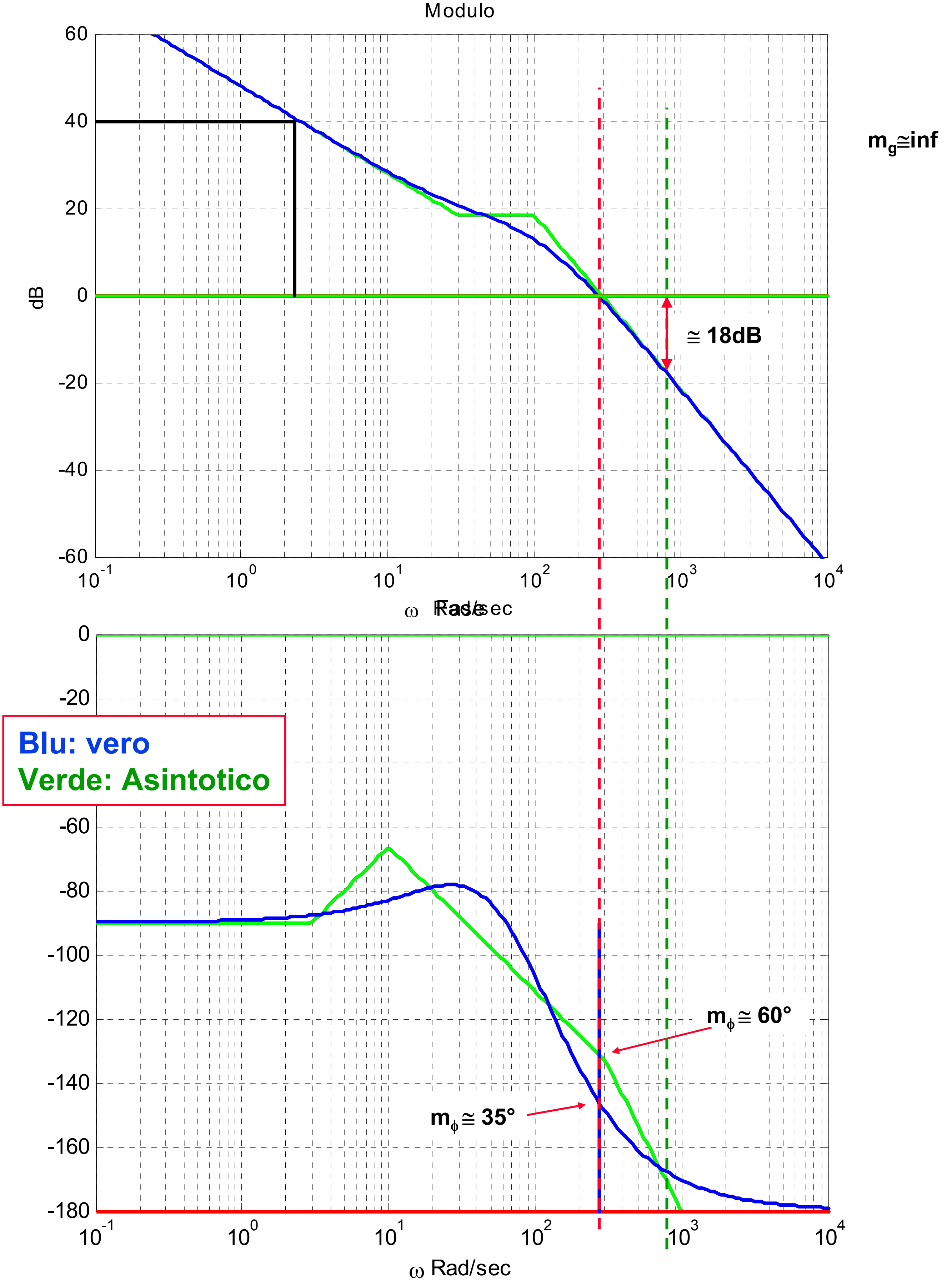
$$z(\infty) = \lim_{s \to 0} sW_z(s) z(s) = \frac{K_d}{K_c K_p} = \frac{10}{500 * 5} = 0.004$$

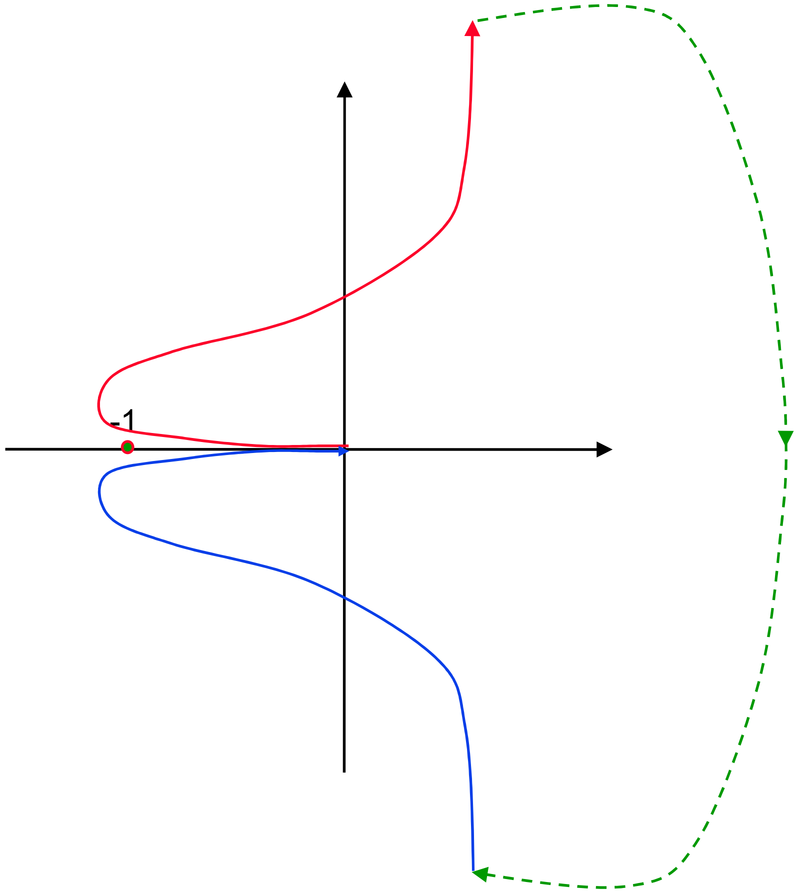
$$\left| \frac{K_d}{1 + F(j\omega)} \right| < e$$

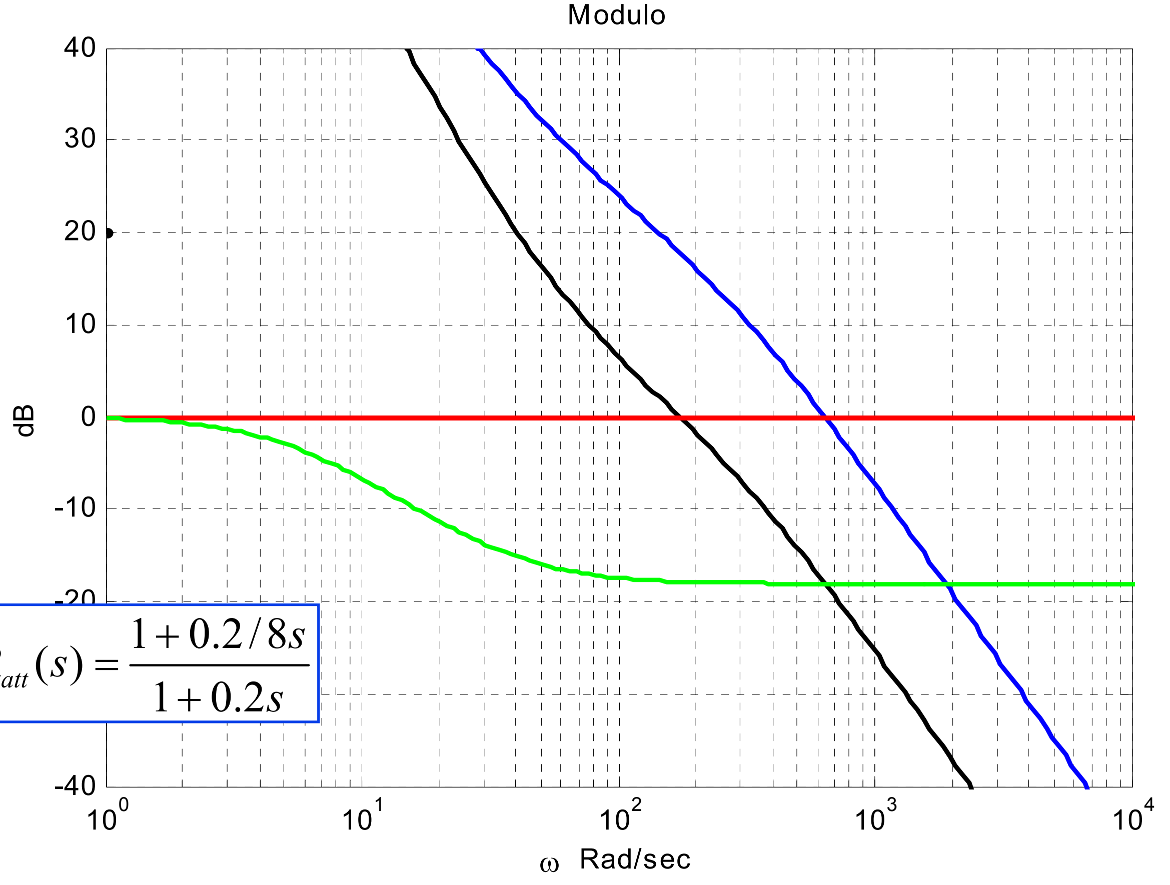
$$|F(j\omega)| > \frac{K_d}{e} = \frac{10}{0.1}$$

$$|F(j\omega)| > 100 = 40dB$$

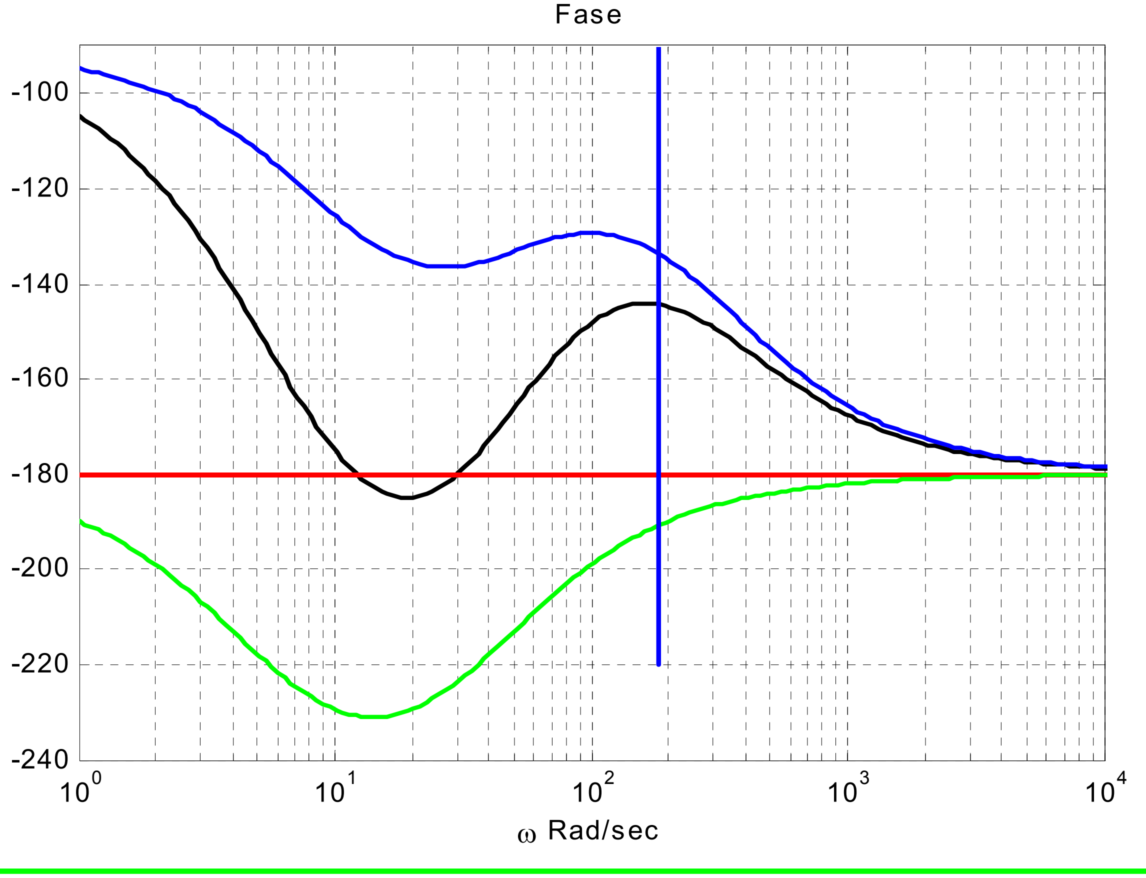
$$\text{fino a } \omega < 2.3 \text{ rad/sec}$$


Modulo
60
40
20
0
-20
-40
-60
dB
10^-1
10^0
10^1
10^2
10^3
10^4
ω Rad/sec
Fase
m_g≅inf
≅ 18dB
0
-20
-60
-80
-100
-120
-140
-160
-180
m_φ≅ 60°
m_φ≅ 35°
Blu: vero
Verde: Asintotico
ω Rad/sec


-1



$$R_{att}(s)=\frac{1+0.2/8s}{1+0.2s}$$



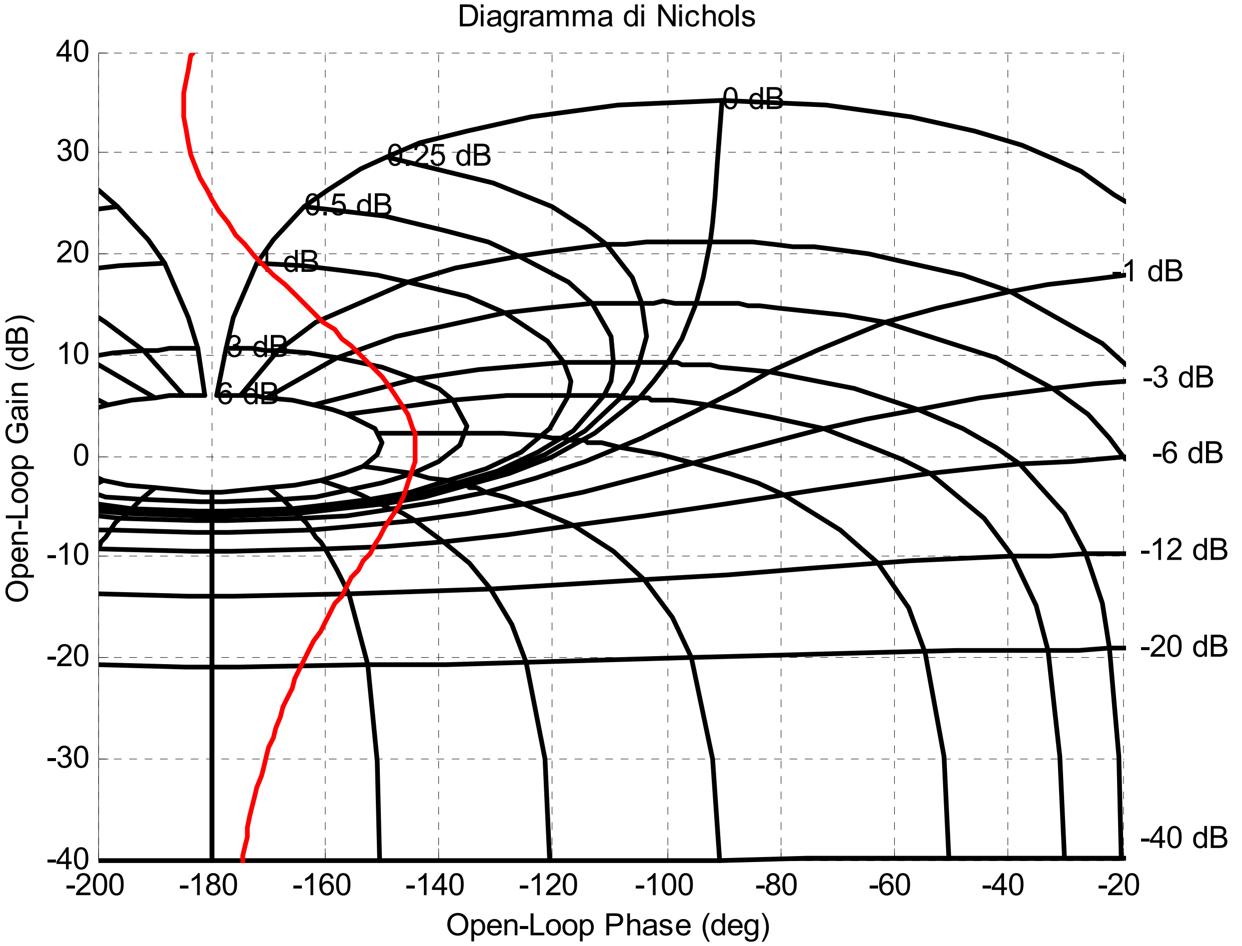
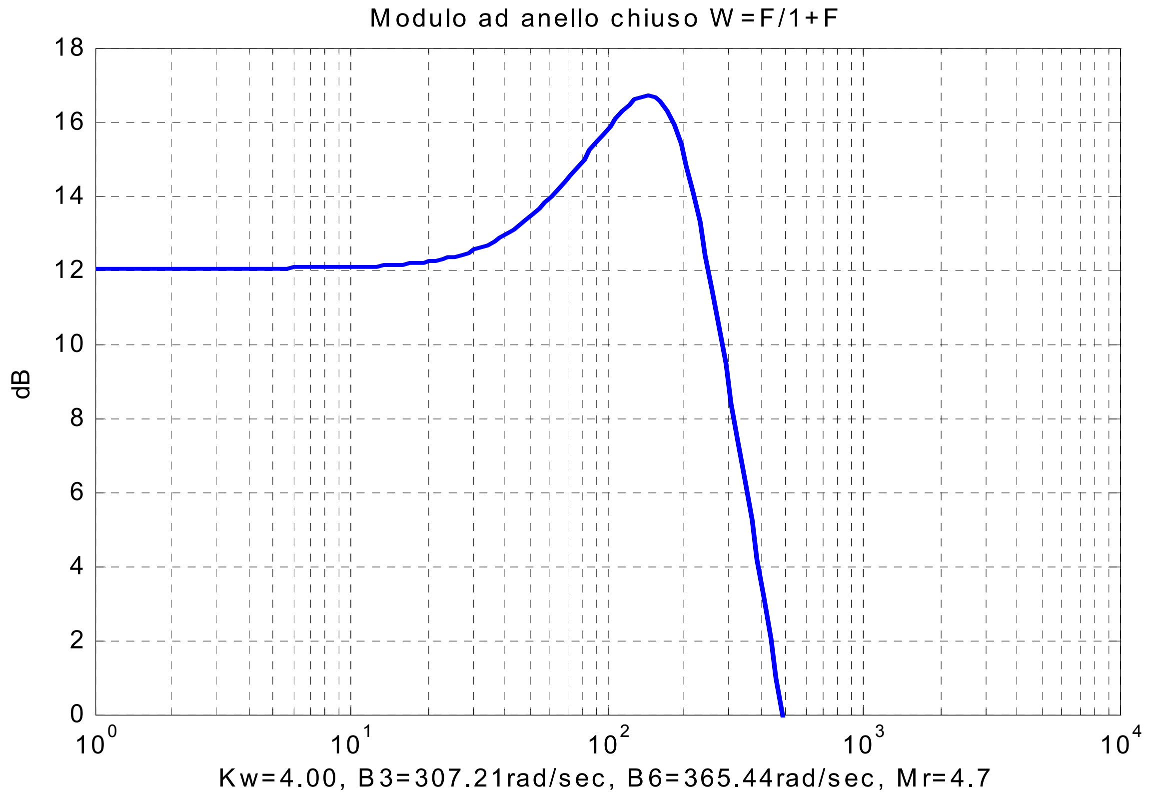


Diagramma di Nichols
Open-Loop Gain (dB)
Open-Loop Phase (deg)
0 dB
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-1 dB
-3 dB
-6 dB
-12 dB
-20 dB
-40 dB
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-200
-180
-160
-140
-120
-100
-80
-60
-40
-20


Modulo ad anello chiuso W=F/1+F
dB
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
10^0
10^1
10^2
10^3
10^4
Kw=4.00, B3=307.21rad/sec, B6=365.44rad/sec, Mr=4.7

$$F(s)=\frac{1+s}{s^2+3s+1}$$

Una possibile realizzazione è la seguente in forma compagna:

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & -3\end{bmatrix}, b=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}$$

Il sistema è sia controllabile che raggiungibile quindi si può costruire l'osservatore

$$\dot{z}=Fz+bu+K_2y$$

e la controreazione

$$u=v+K_1z$$

con

$$K_1=-\gamma P^*(A)$$

$$K_2=P_e^*(A)\tilde{\gamma}$$

Per il calcolo numerico abbiamo:

$$P^*(\lambda)=(\lambda+3)^2 \Rightarrow P_A^*(A)=\begin{bmatrix}8 & 3\\ -3 & -1\end{bmatrix}$$

$$\gamma = \text{ultima riga di } R^{-1}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & -3\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\Rightarrow \gamma=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}$$

imponendo degli autovalori per il sistema di errore ad esempio in -4:

$$P_e^*(\lambda)=(\lambda+4)^2 \Rightarrow P_e^*(A)=\begin{bmatrix}15 & 5\\ -5 & 0\end{bmatrix}$$

$$\tilde{\gamma} = \text{ultima colonna di } O^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 1\\ -1 & -2\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}2 & 1\\ -1 & -1\end{bmatrix}\Rightarrow \tilde{\gamma}=\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}$$

quindi

$$K_1=\begin{bmatrix}-8 & -3\end{bmatrix}$$

$$K_2=\begin{bmatrix}10\\ -5\end{bmatrix}$$