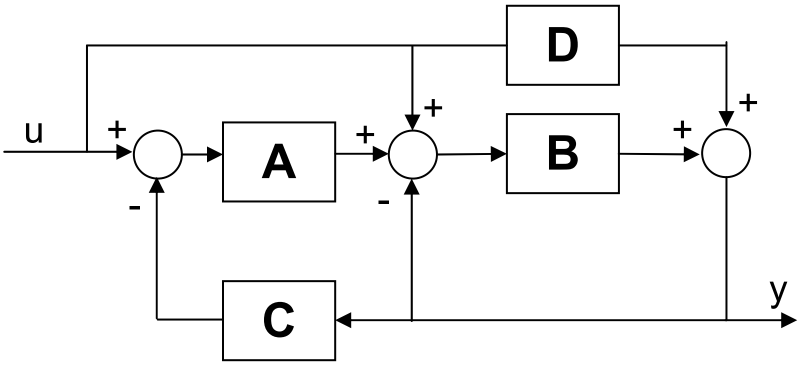
Esame di Fondamenti di Automatica I

Corso di Laurea Nuovo Ordinamento in Ingegneria Elettronica

3 luglio 2002

Cognome:	Nome	Matricola:	E-mail:

1. Ricavare la funzione di trasferimento tra **u** ed **y** nel seguente schema a blocchi:



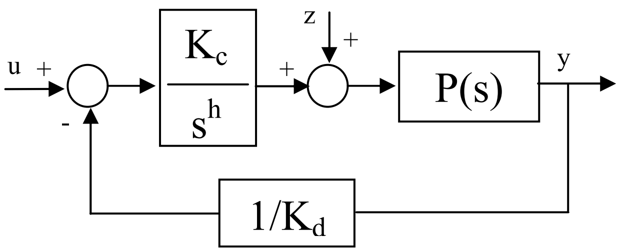
2. Dato il sistema **$G(s)=1/(s^2+4s+5)$** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso **$u(t) = \delta_{-1}(t-1)$**. Determinare infine, con il teorema del valore finale, il limite per **t** tendente all'infinito di **y(t)**.

3. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{5(1-s/200)}{(s/10+1)(s/40+1)(s/100+1)}$$

Sintetizzare il sistema di controllo in figura (determinare **h** e **K_c**) in modo tale che:

- il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **3**
- l'errore per ingresso a rampa **u(t)=0.1t** sia minore o uguale a **0.036**



Scelto il valore **minimo** di **K_c** compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST** della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (ω_t) e, in caso di sistema stabile a ciclo chiuso, i margini di stabilità (**m_ϕ** e **m_g**).

Infine calcolare:

- l'effetto in uscita a regime di un disturbo **z(t)= t**.
- fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide unitaria risulti minore di **0.3**

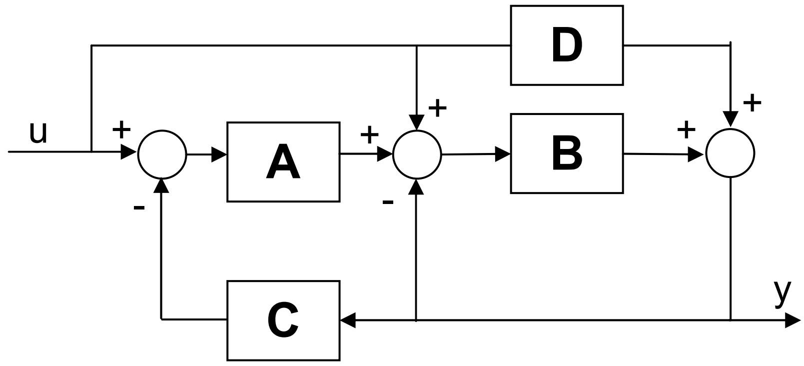
Esame di Fondamenti di Automatica

Corso di Laurea Vecchio Ordinamento in Ingegneria Elettronica

3 luglio 2002

Cognome:	Nome	Matricola:	E-mail:

1. Ricavare la funzione di trasferimento tra **u** ed **y** nel seguente schema a blocchi:

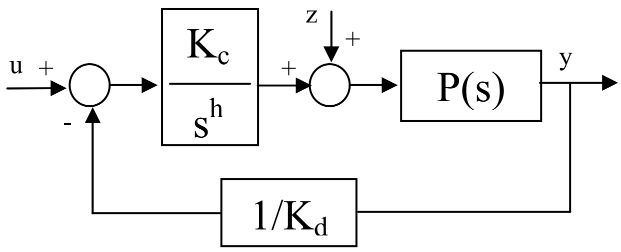


2. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{5(1 - s/200)}{(s/10+1)(s/40+1)(s/100+1)}$$

Sintetizzare il sistema di controllo in figura (determinare **h** e **K_c**) in modo tale che:

- il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **3**
- l'errore per ingresso a rampa **u(t)=0.1t** sia minore o uguale a **0.036**



Scelto il valore **minimo** di **K_c** compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST** della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (ω_t) e, in caso di sistema stabile a ciclo chiuso, i margini di stabilità (**m_ϕ** e **m_g**).

Infine calcolare:

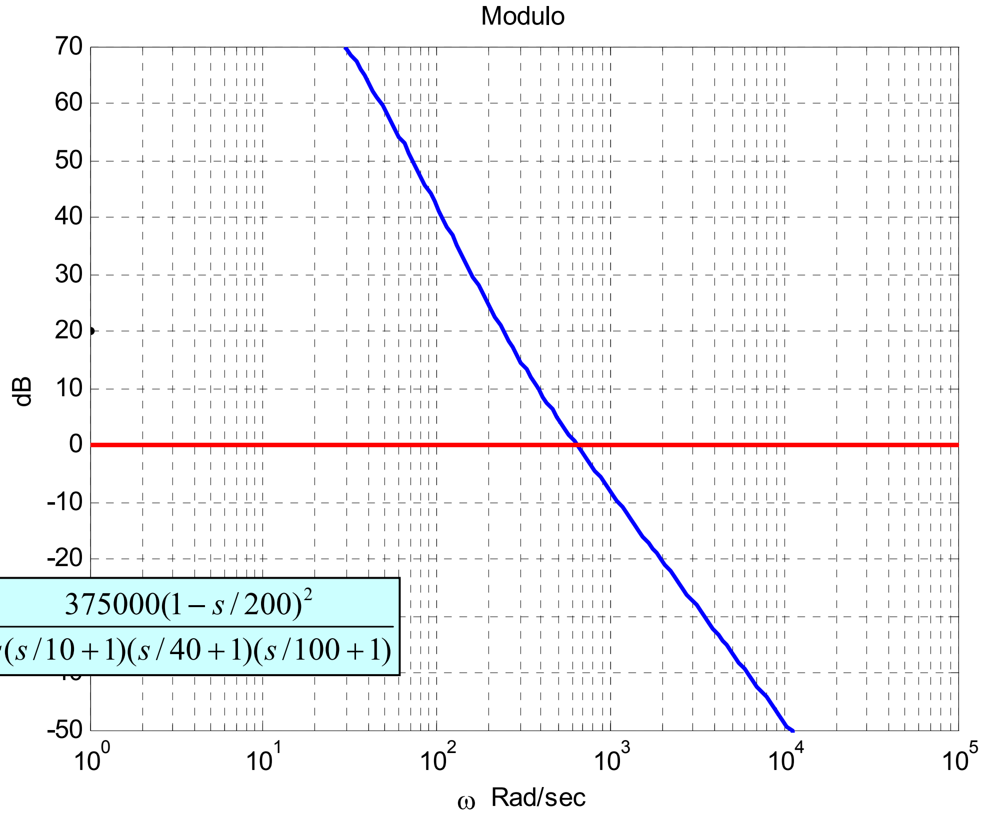
- l'effetto in uscita a regime di un disturbo **z(t)= t**.
- fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide unitaria risulti minore di **0.3**

3. Dato il sistema dinamico descritto dalle seguenti matrici

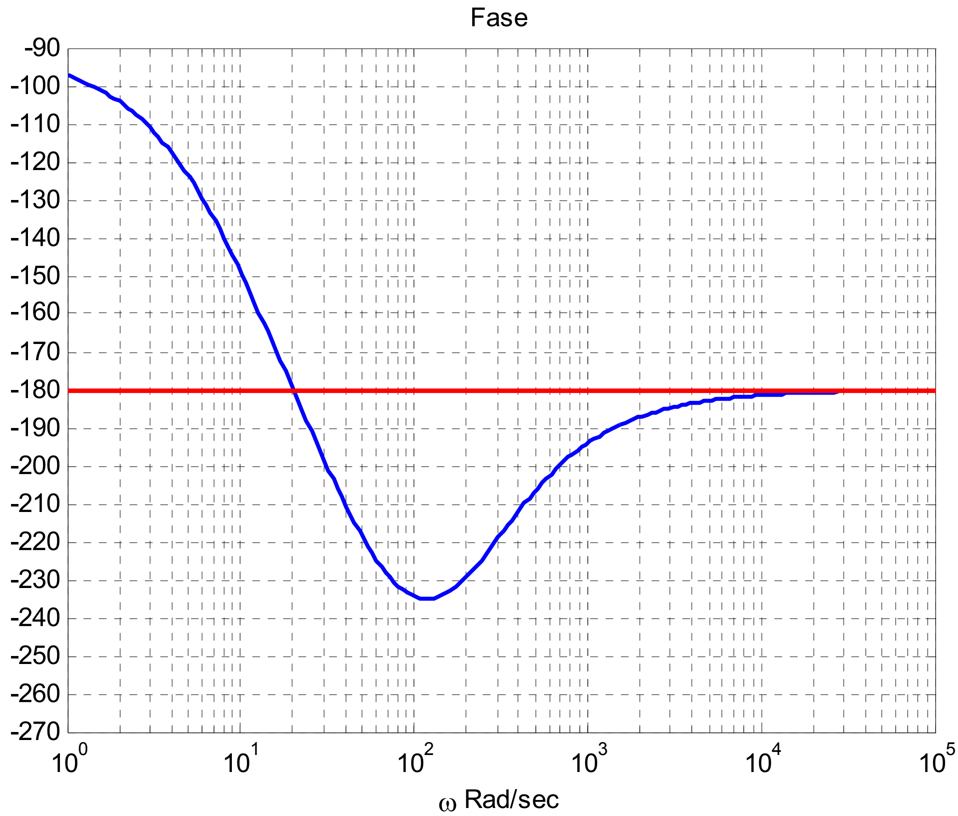
$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} -2 & \sqrt{5} & 1 \\ -\sqrt{5} & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \tilde{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \tilde{C} = \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{5} & 3 \end{pmatrix},$$

già in forma di Kalman di controllabilità, determinare le proprietà di controllabilità ed osservabilità di ogni singola dinamica. Infine, determinare una reazione statica dall'uscita in grado di stabilizzare il sistema a ciclo chiuso.

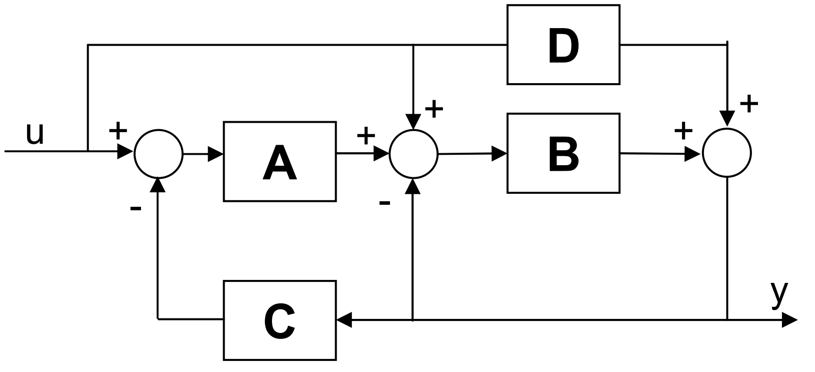
4. Dato il diagramma di **BODE** della funzione di trasferimento a ciclo aperto **F(s)** sotto riportata determinare la rete compensatrice **R(s)** tale da assicurare ω_t**>700** rad/sec e **m**$_\phi$>35°. Tracciare quindi il diagramma di **NICHOLS** della funzione compensata **F'(s)=F(s)R(s)** e determinare su di esso il modulo alla risonanza **Mr** e la banda passante a –3 Decibel.



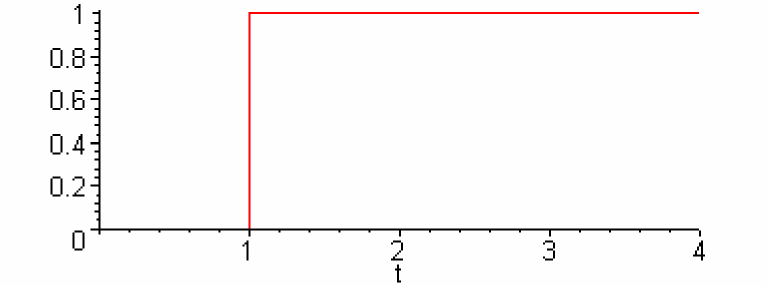
$$P(s)=\frac{375000(1-s/200)^2}{s(s/10+1)(s/40+1)(s/100+1)}$$



SCHEMA A BLOCCHI (N.O. & V.O)



$$W(s) = \frac{AB + B + D}{1 + B + ABC}$$



$$u(t) = \delta_{-1}(t-1)$$

$$G(s) = \frac{1}{s^2+4s+5}$$

$$U(s) = \frac{1}{s}e^{-s}$$

$$Y_1(s) = G(s)\frac{1}{s} = \frac{1}{s^2+4s+5}\frac{1}{s} = \frac{R_1(s+2)}{(s+2)^2+1} + \frac{R_2}{(s+2)^2+1} + \frac{R_3}{s} =$$

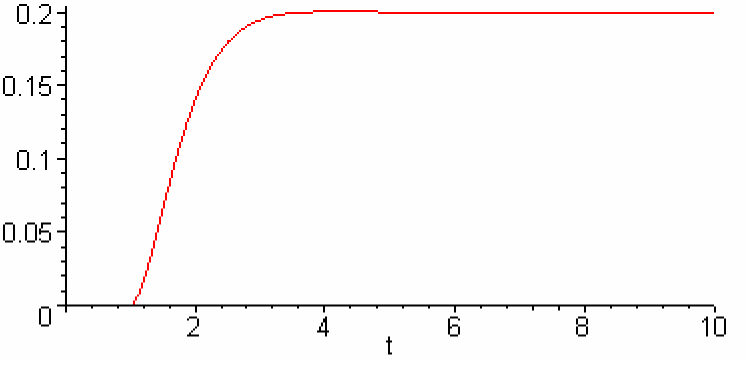
$$= \frac{(R_1+R_3)s^2 + (2R_1+R_2+4R_3)s + 5R_3}{(s^2+4s+5)s}$$

$$\begin{cases} R_1 + R_3 = 0 \\ 2R_1 + R_2 + 4R_3 = 0 \\ 5R_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_1 = -1/5 \\ R_2 = -2/5 \\ R_3 = 1/5 \end{cases}$$

$$y_1(t) = (R_1 e^{-2t}\cos(t) + R_2 e^{-2t}\sin(t) + R_3)\delta_{-1}(t)$$

$$y(t) = y_1(t-1)$$

$$y(\infty) = 1/5$$



- Kd=3 per avere il guadagno a ciclo chiuso richiesto,
- h=1 per avere un sistema di controllo di tipo 1 (errore finito per ingresso a rampa)
- Kc>= 5 in conseguenza della specifica sull'errore.

$$P(s) = K_p \frac{N_p(s)}{D_p(s)}$$

$$W_z(s) = \frac{sK_d K_p N_P(s)}{sK_d D_P(s) + K_c K_p N_P(s)}$$

$$z(s) = \frac{1}{s^2}$$

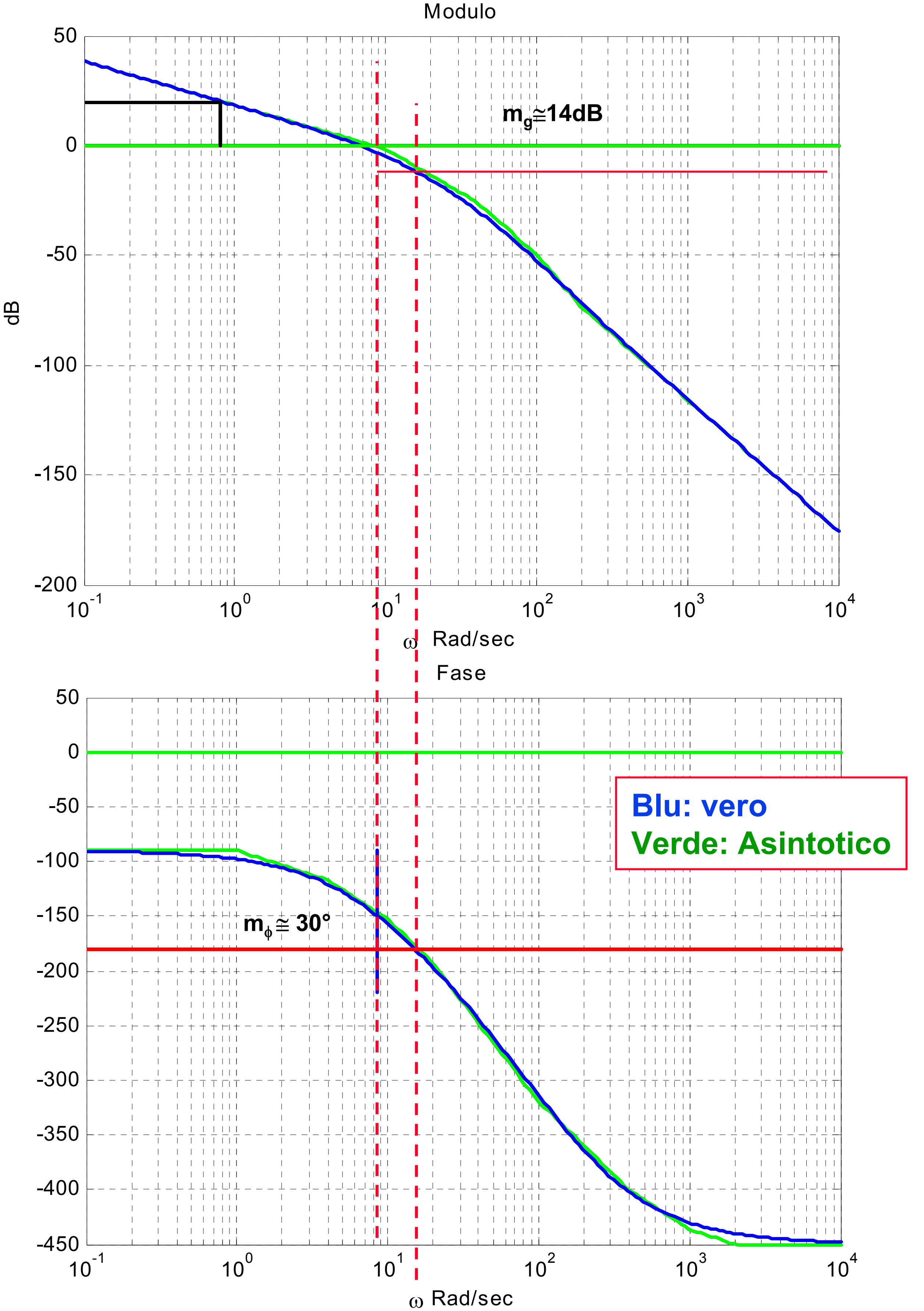
$$z(\infty) = \lim_{s \to 0} s W_z(s) z(s) = \frac{K_d}{K_c} = \frac{3}{5}$$

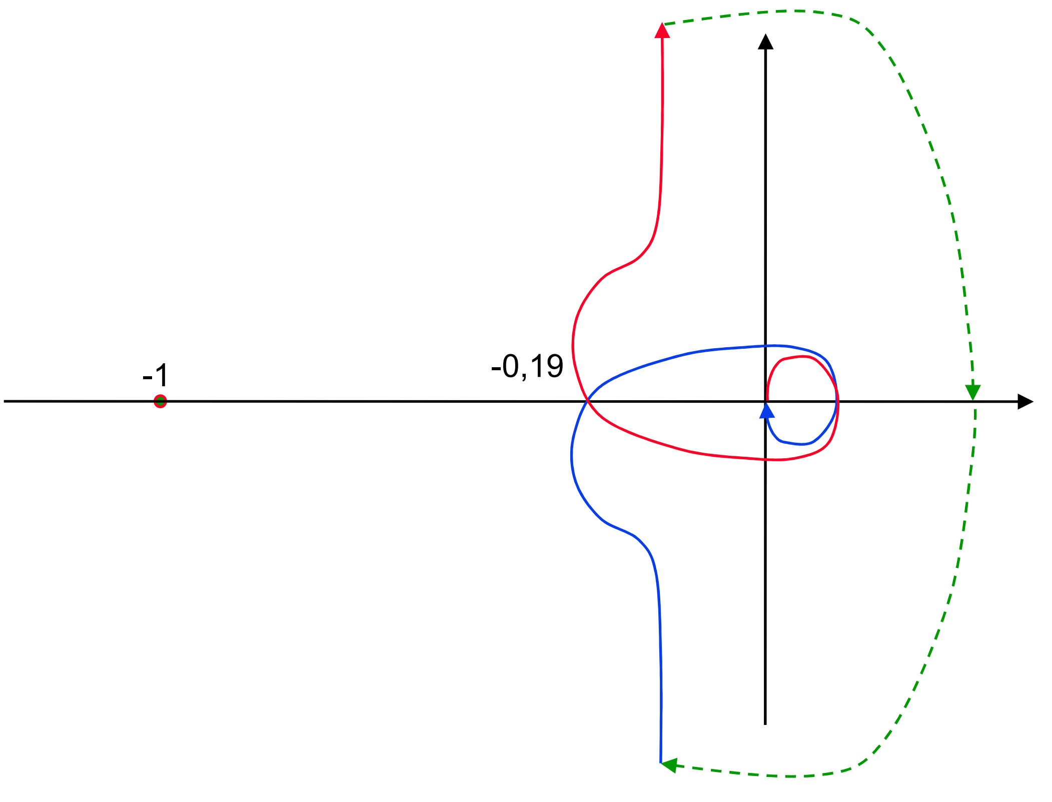
$$\left| \frac{K_d}{1 + F(j\omega)} \right| < e$$

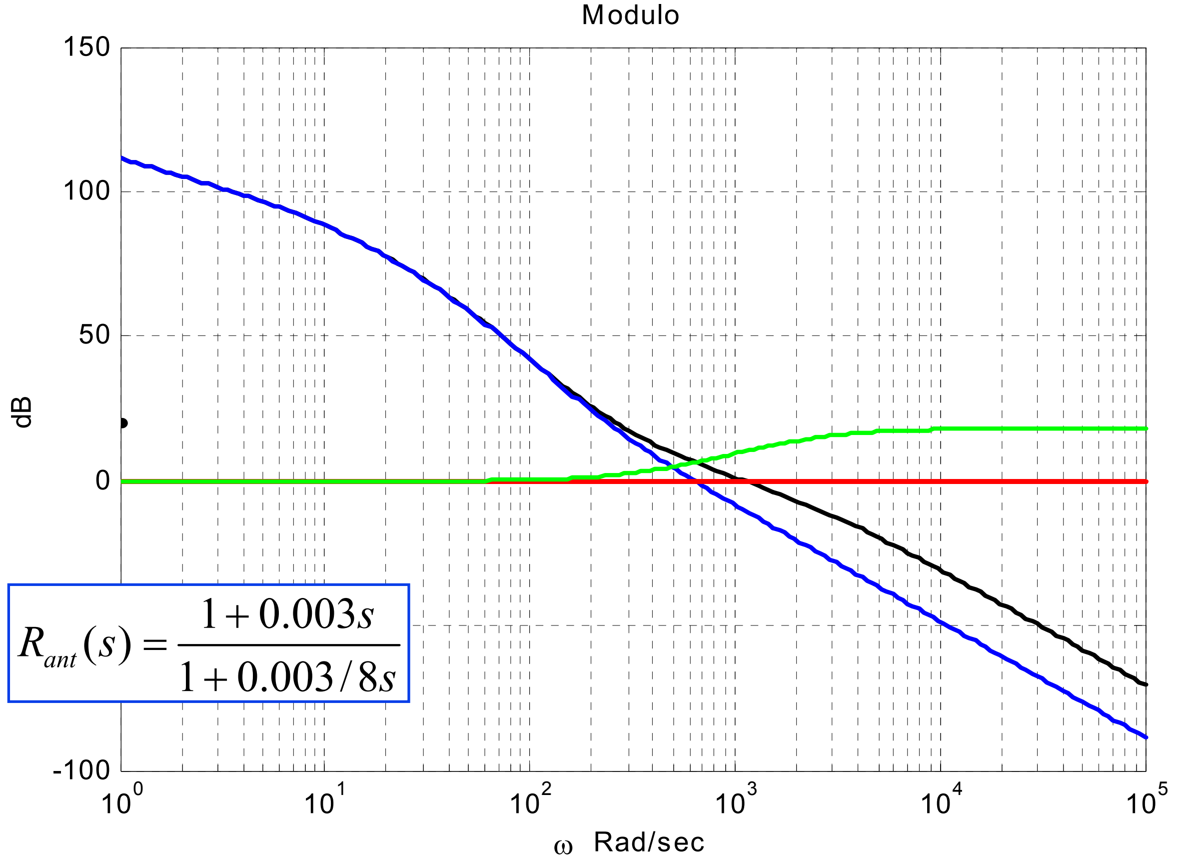
$$\left| F(j\omega) \right| > \frac{K_d}{e} = \frac{3}{0.3}$$

$$\left| F(j\omega) \right| > 10 = 20dB$$

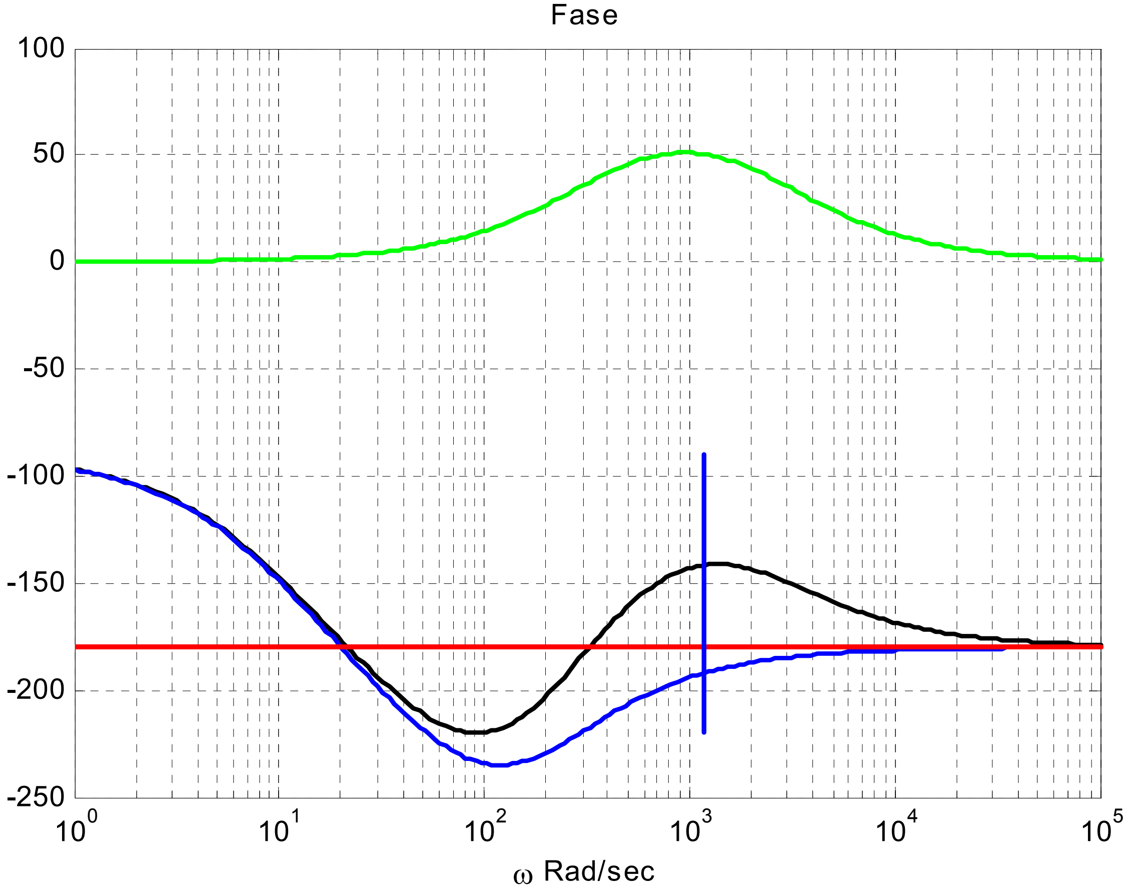
fino a $\omega < 0.8$ rad/sec


Modulo
dB
50
0
-50
-100
-150
-200
$m_g \cong 14$dB
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
10^{4}
ω Rad/sec
Fase
50
0
-50
-100
-150
-200
-250
-300
-350
-400
-450
$m_\phi \cong 30°$
Blu: vero
Verde: Asintotico
ω Rad/sec


-1
-0,19



$$R_{ant}(s) = \frac{1 + 0.003s}{1 + 0.003/8s}$$



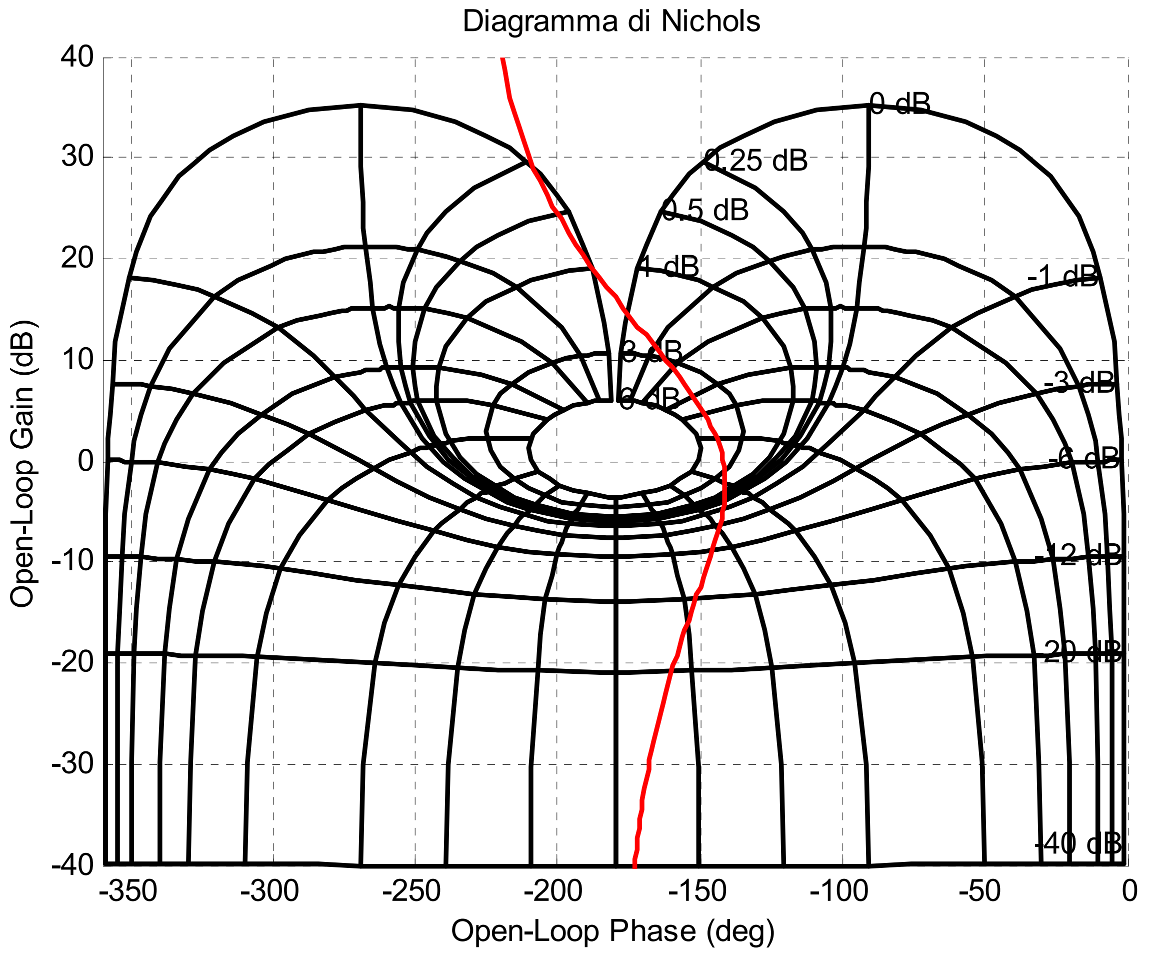
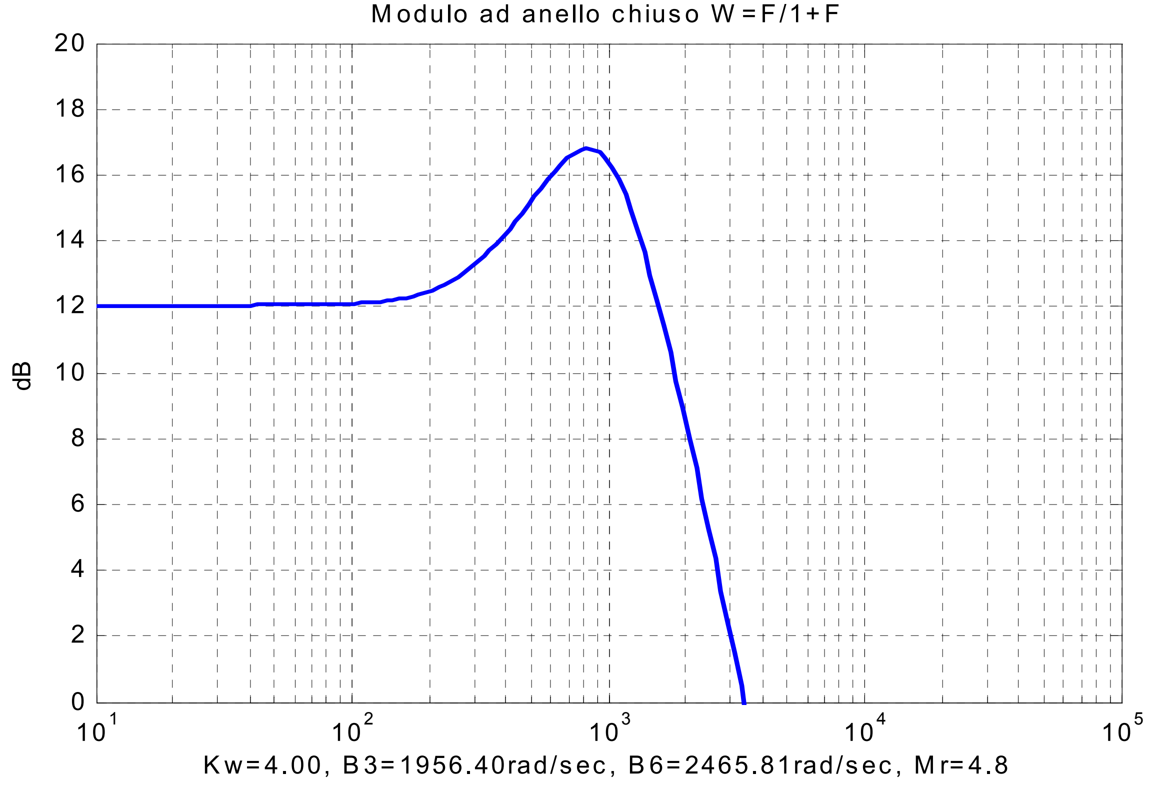


Diagramma di Nichols
Open-Loop Gain (dB)
Open-Loop Phase (deg)
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-350
-300
-250
-200
-150
-100
-50
0
0 dB
0.25 dB
0.5 dB
1 dB
3 dB
6 dB
-1 dB
-3 dB
-6 dB
-12 dB
-20 dB
-40 dB


Modulo ad anello chiuso W=F/1+F
dB
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
10^1
10^2
10^3
10^4
10^5
Kw=4.00, B3=1956.40rad/sec, B6=2465.81rad/sec, Mr=4.8

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} -2 & \sqrt{5} & 1 \\ -\sqrt{5} & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \tilde{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \tilde{C} = \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{5} & 3 \end{pmatrix}$$

La dinamica in -2 è sicuramente non controllabile, mentre, a causa del 3 nella matrice C risulta osservabile. Per suffragare questa affermazione basti pensare di dare uno stato iniziale pari a (0,0,1): l'evoluzione libera sarà:

$$y(t) = 3e^{-2t}$$

e quindi diversa da zero.

Vediamo cosa succede per il resto delle dinamiche. Innanzitutto determiniamo gli altri autovalori:

$$\det \begin{bmatrix} \lambda + 2 & -\sqrt{5} \\ \sqrt{5} & \lambda - 4 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -1, \lambda_2 = 3$$

entrambe controllabili per determinarne l'osservabilità possiamo calcolare la funzione di trasferimento:

$$F(s) = \tilde{C}_1 (sI - \tilde{A}_{11})^{-1} \tilde{b}_1 = \frac{s+1}{s^2 - 2s + 3} = \frac{1}{s-3}$$

quindi c'è un'ulteriore cancellazione della dinamica in -1 che sarà non osservabile mentre la dinamica in 3 risulterà osservabile.

Per stabilizzare questo sistema dall'uscita con un seplice guadagno K basta osservare che la funzione a ciclo chiuso vale

$$W(s) = \frac{K}{s - 3 + K}$$

e perciò sarà sufficiente porre K>3.