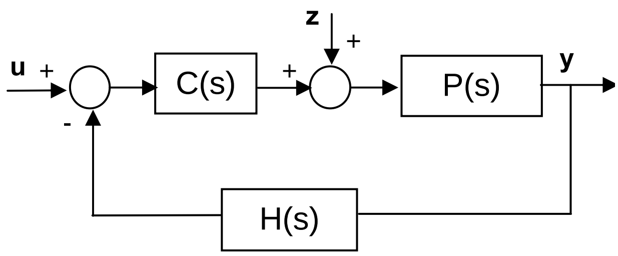
Esame di Fondamenti di Automatica

Corso di Laurea N.O. e V.O. in Ingegneria Elettronica

3 aprile 2003

Cognome:	Nome	Matricola:	E-mail:

1. **[NO&VO]** RicavareDato il sistema di controllo raffigurato, con **$C(s)=5/s^2$**, **$P(s)=(s+1)/[(s+10)(s+20)]$** e **$H(s)=1$**, determinare:
   a. Se il sistema è stabile a ciclo chiuso con il criterio di Routh
   b. L'uscita permanente con **u(t)=4**
   c. L'uscita permanente con **u(t)=t**
   d. Il tipo di sistema di controllo
   e. Astatismo rispetto al disturbo costante **z**



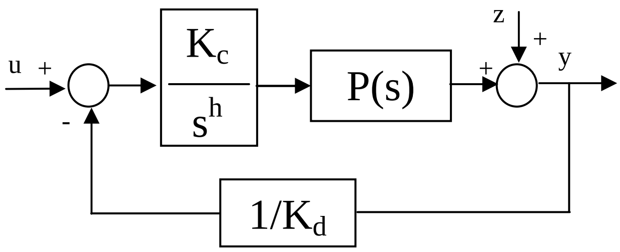
---

2. **[NO&VO]** Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s)=\frac{100(s/30+1)(1-s/200)}{(s/300+1)(s/700+1)}$$

Sintetizzare il sistema di controllo in figura (determinare **h** e **K_c**) in modo tale che:

- il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **3**
- l'errore per ingresso a parabola **$u(t)=5t^2$** sia minore o uguale a **0.045**



Scelto il valore **minimo** di **K_c** compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST** della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (ω_t) e, in caso di sistema stabile a ciclo chiuso, i margini di stabilità (**m_ϕ** e **m_g**).

Infine calcolare l'effetto in uscita a regime di un disturbo **$z(t)= 2t^2$**.

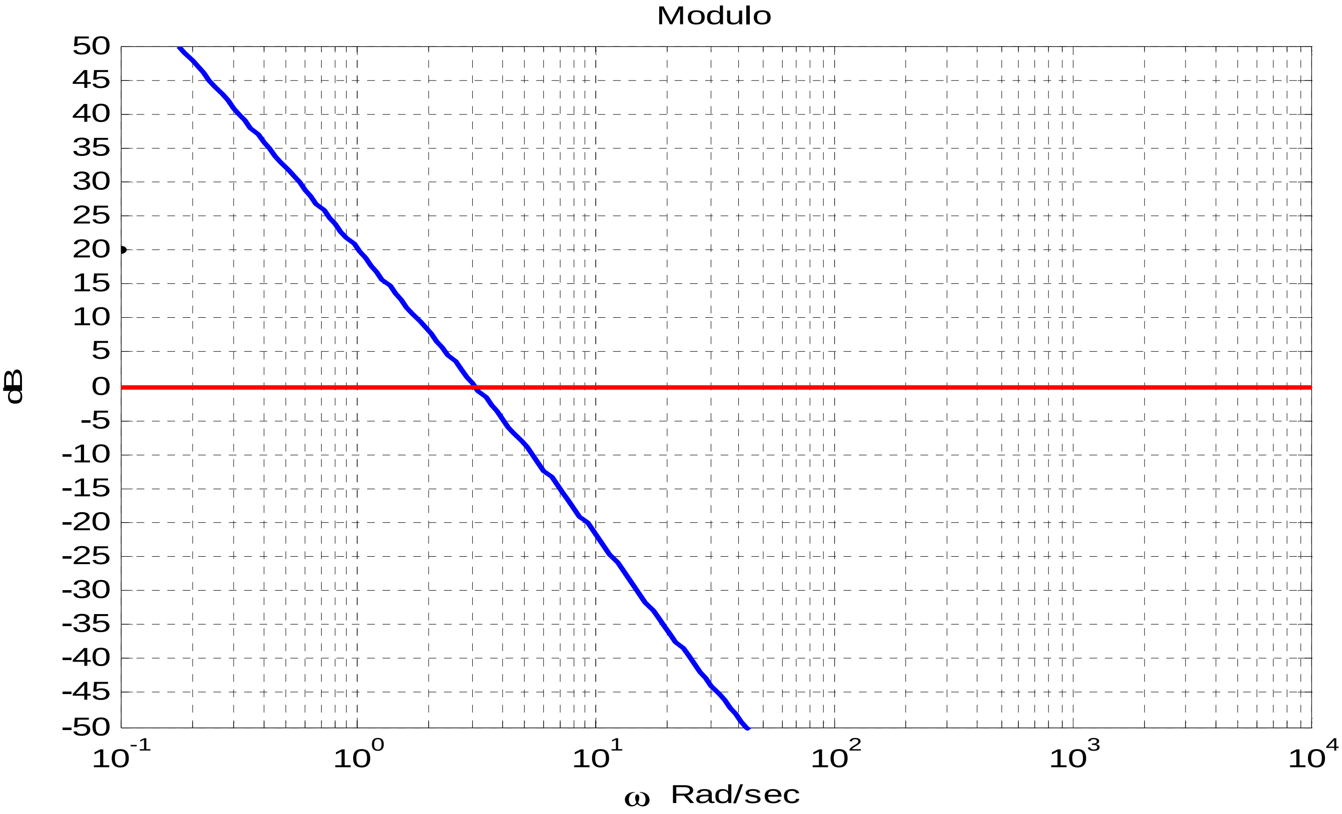
---

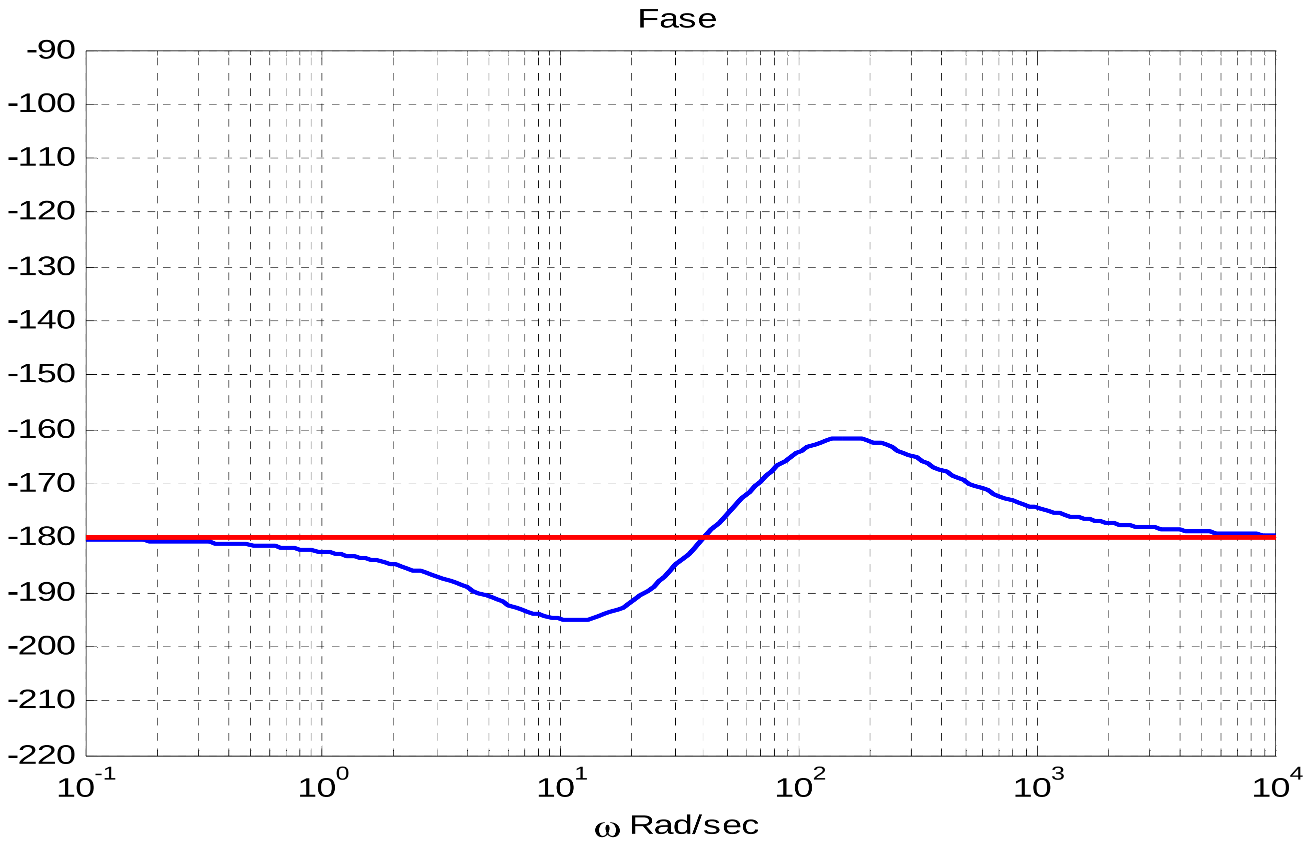
3. **[VO]** Dato il sistema dinamico descritto dalla terna di matrici

$$A=\begin{bmatrix}3 & 0 & 0\\ 0 & -2 & 1\\ 0 & 0 & -2\end{bmatrix};B=\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix};C=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\end{bmatrix},$$

Determinare la controllabilità ed osservabilità delle sue dinamiche, ricavare la sua funzione di trasferimento ed individuare uno schema di controllo con reazione statica dallo stato tale da stabilizzare il sistema a ciclo chiuso.

4. **[NO&VO]** Dato il diagramma di **BODE** della funzione di trasferimento a ciclo aperto **F(s)** sotto riportata determinare la rete compensatrice **R(s)** tale da assicurare $\omega_t \geq 4$ Rad/sec e $m_\phi \geq 40°$. Tracciare quindi il diagramma di **NICHOLS** della funzione compensata **F'(s)=F(s)R(s)** e determinare su di esso il modulo alla risonanza **Mr** e la banda passante a –3 Decibel (ω_{-3})





La funzione di trasferimento a ciclo chiuso vale

$$W(s) = \frac{5(s+1)}{s^4 + 30s^3 + 200s^2 + 5s + 5}$$

Scrivendo la tabellina di Routh si scopre che il sistema è stabile.

Il tipo di sistema di controllo è pari a 2 essendoci solo un polo in catena diretta.

Essendo 2 il tipo di sistema di controllo a regime verranno inseguiti con errore nullo sia gli ingressi costanti che quelli a rampa, quindi:

1) all'ingresso costante pari a 4 corrisponderà un'uscita pari a y(t) = 4Kd = 4
2) All'ingresso a rampa u(t)=t corrisponderà un'uscita pari a y(t) = Kd t = t

ad ingresso unitario costante corrisponderà, a regime permanente, un'uscita

Le altre dinamiche si estinguono per t che tende ad infinito.

Il sistema è astatico rispetto al disturbo costante z in quanto c'è almeno un polo nell'origine prima dell'ingresso del disturbo.

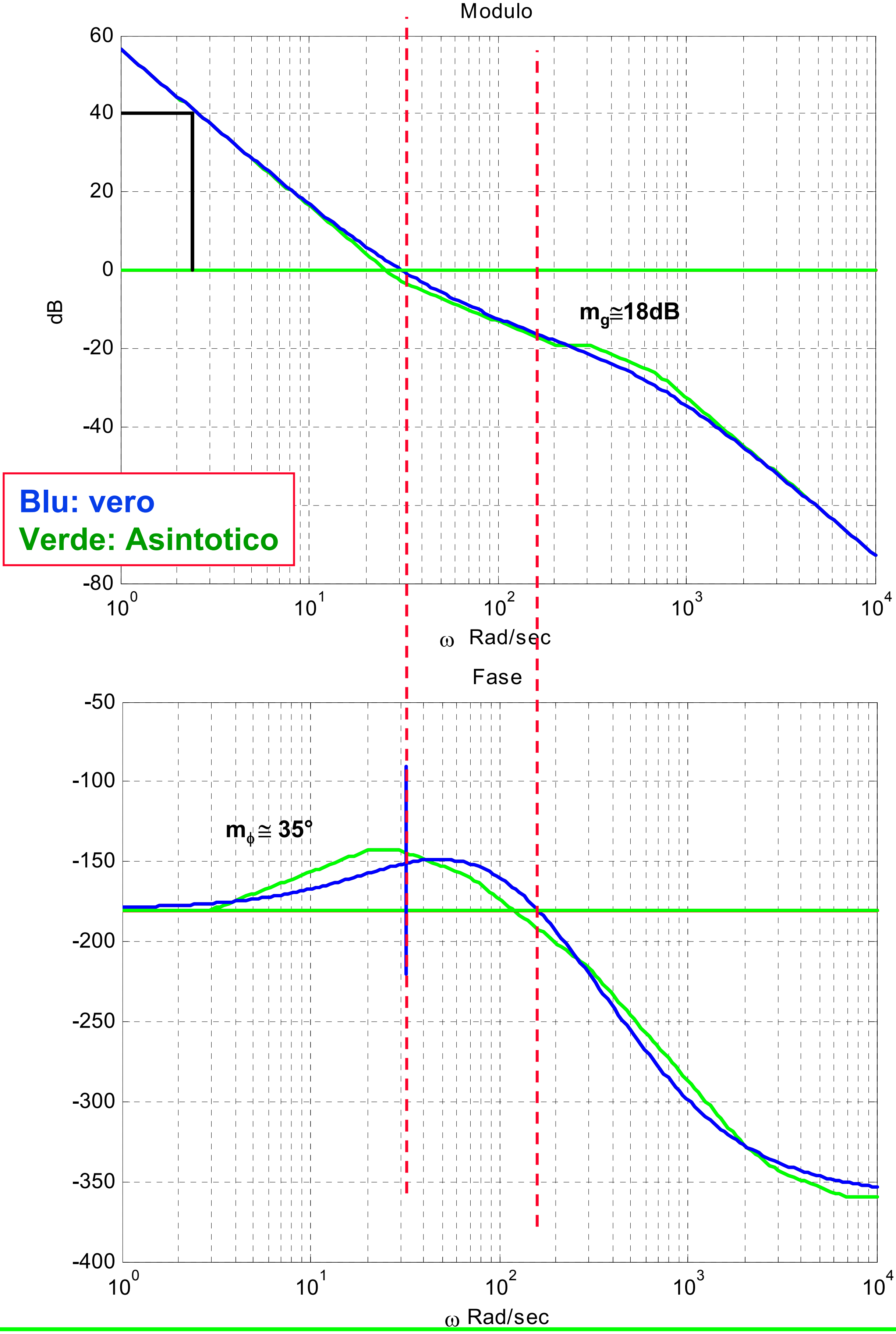
- Kd=3 per avere il guadagno a ciclo chiuso richiesto,
- h=2 per avere un sistema di controllo di tipo 2 (errore finito per ingresso a rampa)
- Kc>= 20 in conseguenza della specifica sull'errore.

$$P(s) = K_p \frac{N_p(s)}{D_p(s)}; C(s) = \frac{K_c}{s^2}; H(s) = \frac{1}{K_d}$$

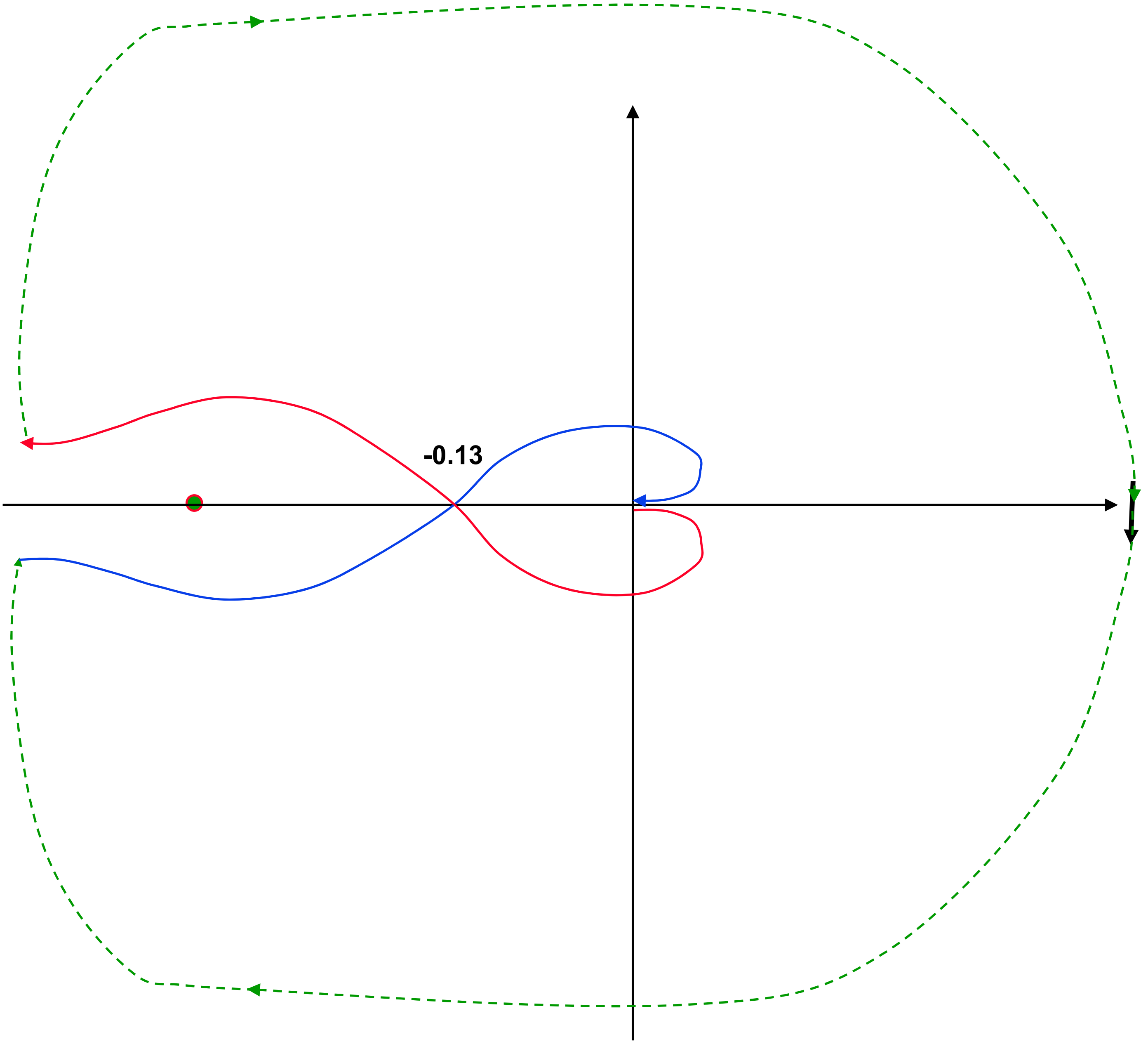
$$W_z(s) = \frac{P(s)}{1 + C(s)P(s)H(s)} = \frac{s^2 K_d K_p N_P(s)}{s^2 K_d D_P(s) + K_c K_p N_P(s)}$$

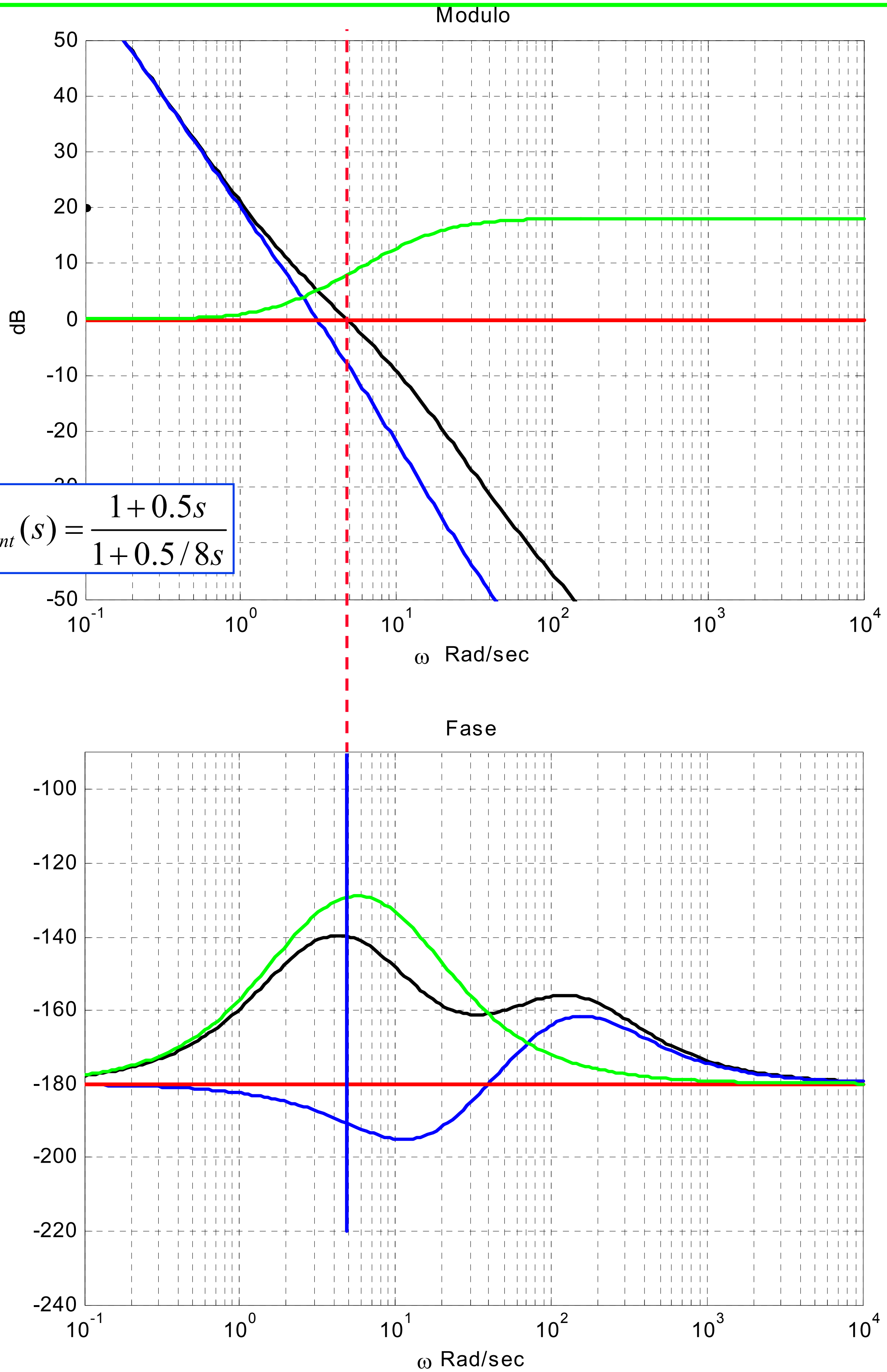
$$z(s) = \frac{4}{s^3}$$

$$z(\infty) = \lim_{s \to 0} s W_z(s) z(s) = \lim_{s \to 0} s \frac{s^2 K_d K_p N_P(s)}{s^2 K_d D_P(s) + K_c K_p N_P(s)} \frac{4}{s^3} = \frac{4 K_d}{K_c} = 0.6$$

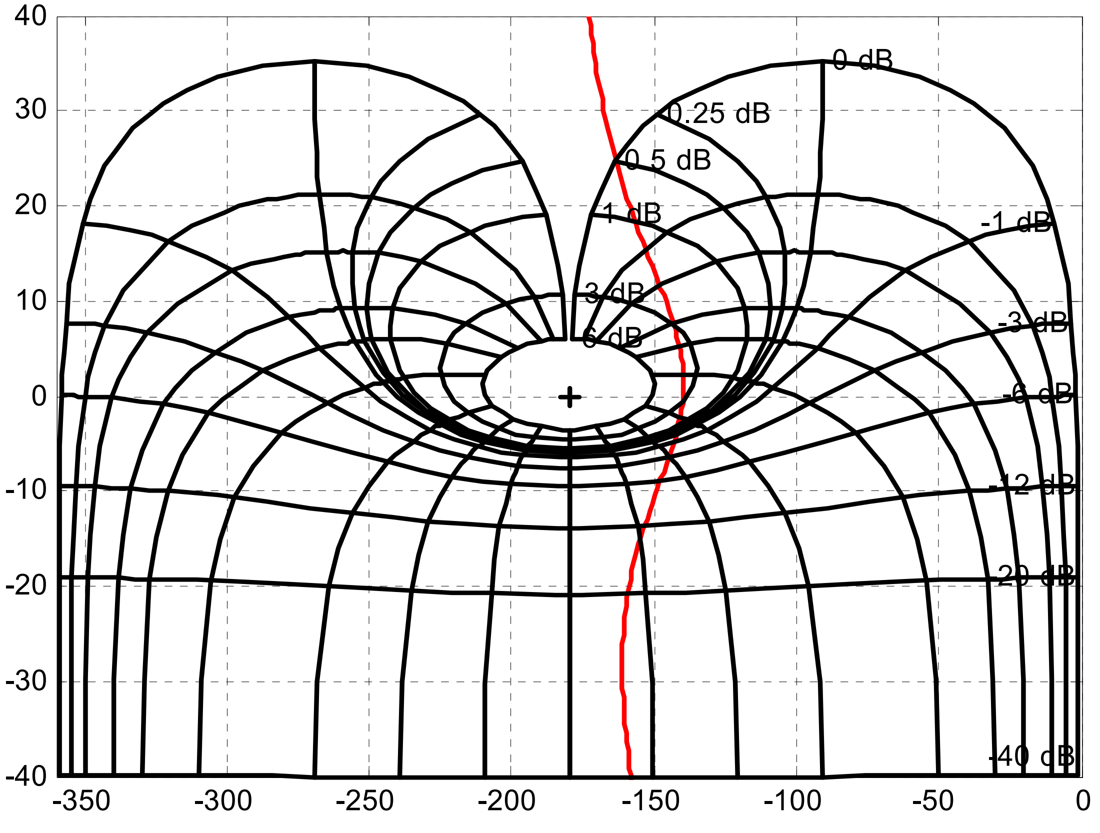


Modulo
60
40
20
0
-20
-40
-80
dB
$m_g \cong 18dB$
Blu: vero
Verde: Asintotico
10^0
10^1
10^2
10^3
10^4
ω Rad/sec
Fase
-50
-100
-150
-200
-250
-300
-350
-400
$m_\phi \cong 35°$
10^0
10^1
10^2
10^3
10^4
ω Rad/sec

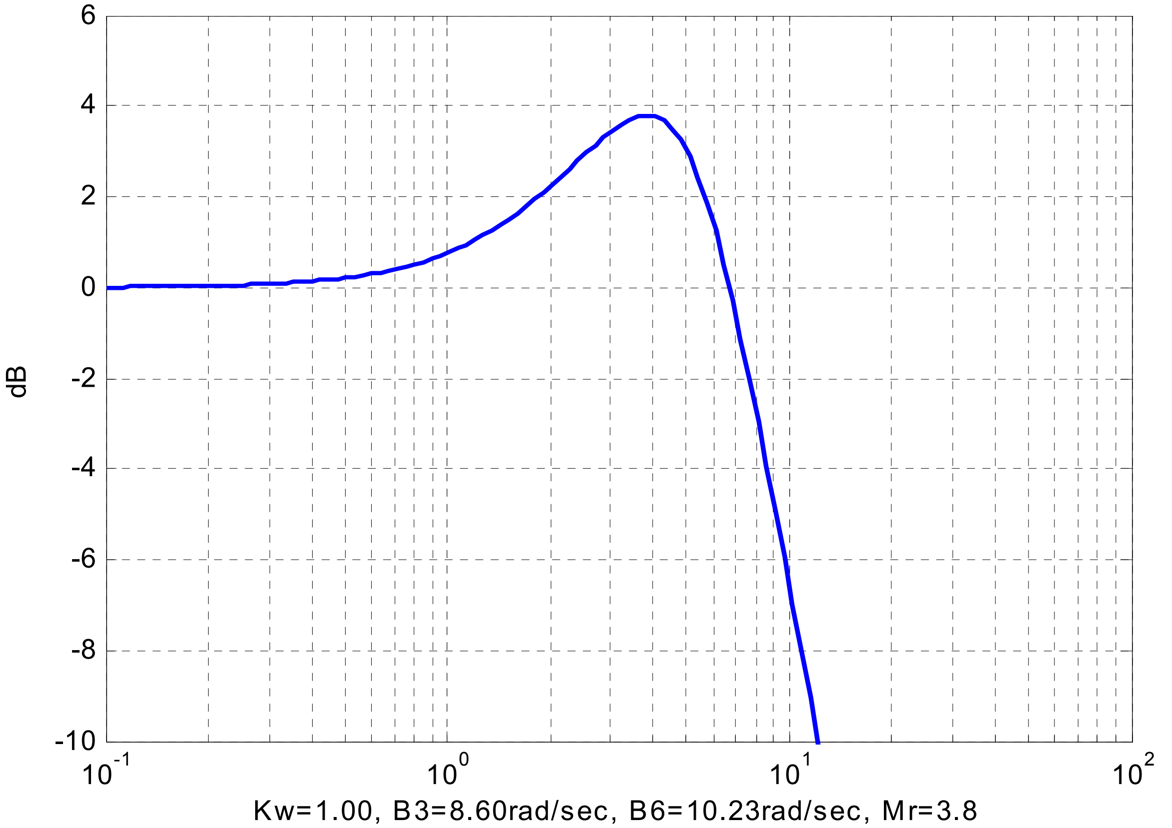

-0.13



$$R_{ant}(s) = \frac{1+0.5s}{1+0.5/8s}$$



Modulo ad anello chiuso W=F/1+F



Kw=1.00, B3=8.60rad/sec, B6=10.23rad/sec, Mr=3.8

$$A=\begin{bmatrix}3 & 0 & 0\\ 0 & -2 & 1\\ 0 & 0 & -2\end{bmatrix};B=\begin{bmatrix}1\\ 1\\ 0\end{bmatrix};C=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

Il sistema è già in forma canonica di Jordan quindi deduciamo che:

la dinamica 3 è controllabile e osservabile,

le dinamiche in -2 sono entrambe osservabili ma solo una è controllabile.

Infatti, la matrice di raggiungibilità relativa al secondo blocco di Jordan vale

$$R=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 0 & 0\end{bmatrix}$$

che ha solo rango pari ad 1.

Per stabilizzare il sistema a ciclo chiuso con una reazione dallo stato dovremo

spostare solo l'autovalore in 3.

Questo può essere fatto osservando che il sistema è già in forma di Kalman di controllabilità e quindi si può operare solo sul sottospazio controllabile. A questo scopo utilizziamo una controreazione che coinvolga solo le dinamiche controllabili:

$$u=Fx+v$$

con

$$F=\begin{bmatrix}f_1 & f_2 & 0\end{bmatrix}$$

Con questa reazione la nuova matrice di stato diventa:

$$A+BF=\begin{bmatrix}3 & 0 & 0\\ 0 & -2 & 1\\ 0 & 0 & -2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}f_1 & f_2 & 0\\ f_1 & f_2 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3+f_1 & f_2 & 0\\ f_1 & -2+f_2 & 1\\ 0 & 0 & -2\end{bmatrix}$$

il cui autovalori sono -2 (ovviamente) e quelli dati dalla soluzione di

$$\lambda^2+(-1-f_1-f_2)\lambda+(-6+3f_2-2f_1)=0$$

Per imporre, ad esempio, due autovalori in -3, ovvero un polinomio caratteristico pari a

$$\mathrm{P}^*(\lambda)=\lambda^2+6\lambda+9$$

basterà porre

$$(-1-f_1-f_2)=6$$

$$(-6+3f_2-2f_1)=9$$

ovvero

$$f_1=-36/5 \text{ e } f_2=1/5$$