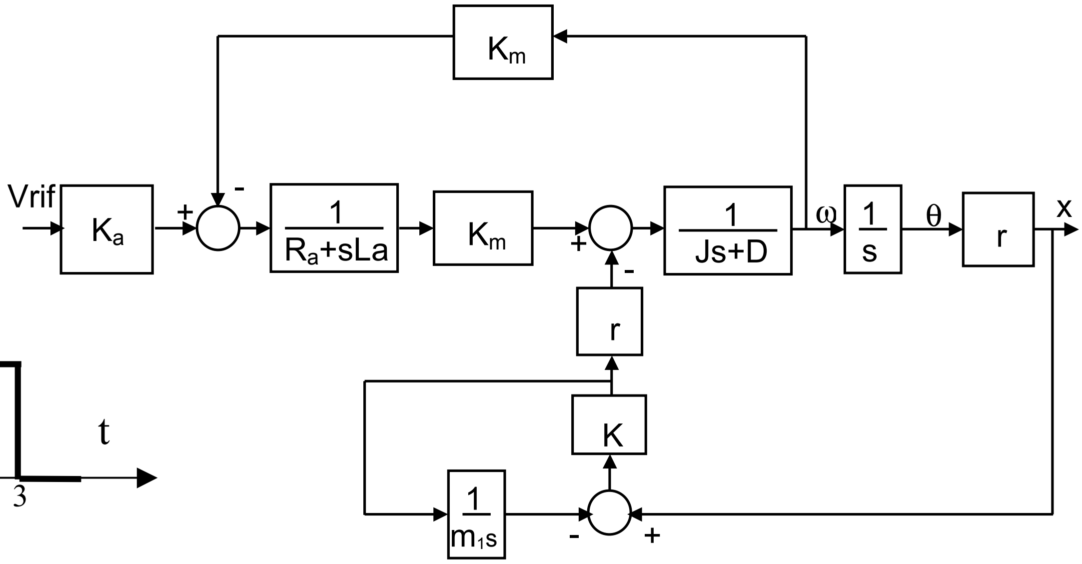
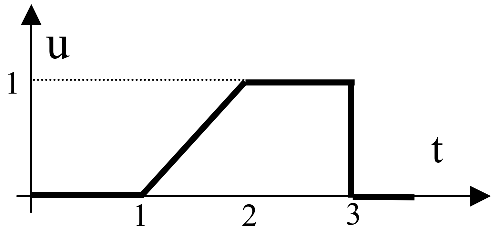
Esame di Fondamenti di Automatica N.O. 1° Modulo
Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica
17 novembre 2001 – Compito **A**

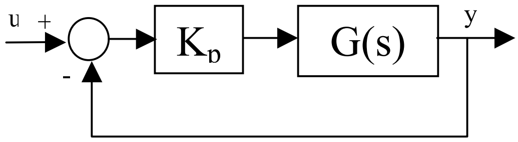
1. Calcolare la funzione di trasferimento tra **Vrif** e **ω** nel seguente schema a blocchi. Quanto vale l'effettivo carico visto dal motore?





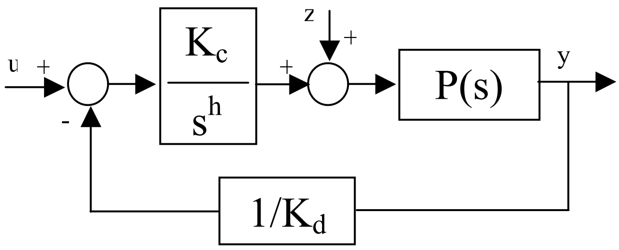
2. Dato il sistema **G(s)=1/[(s+2)(s+1)]** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso **u(t)** il cui andamento temporale è sopra raffigurato. Determinarne, quindi, il limite per **t** tendente all'infinito.

3. Dedurre, mediante il **criterio di Routh** ,per quali valori di **Kp** il sistema a ciclo chiuso raffigurato con **G(s)=(2-s)/(s^3+4s^2+4s+7)** risulti stabile.



4. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{160(s+20)(s+300)}{3(s^2+48s+6400)}$$



Sintetizzare il sistema di controllo in figura (scegliere **h** e **K$_c$**) in modo tale che il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **10**, l'errore per ingresso a rampa **u(t)=3t** sia minore o uguale a **0.3**, l'effetto in uscita di un disturbo **z(t)** a rampa unitaria sia minore di **0.6**. Tracciato i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST**, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (**ω_t**) e i margini di stabilità (**m_ϕ** e **m_g**). Calcolare, quindi, fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide risulta minore di **0.33**.

5. Linearizzare il seguente sistema non lineare nell'intorno di **y_0=0**. Determinare la funzione di trasferimento tra **Δu** e **Δy** ed analizzarne la stabilità

$$2\dot{y} + 3\cos(y) + 3y^2 = u$$

6. Definire la risposta libera e la risposta forzata e mostrare in quale caso sia possibile prevedere il tipo di risposta atteso in uscita.

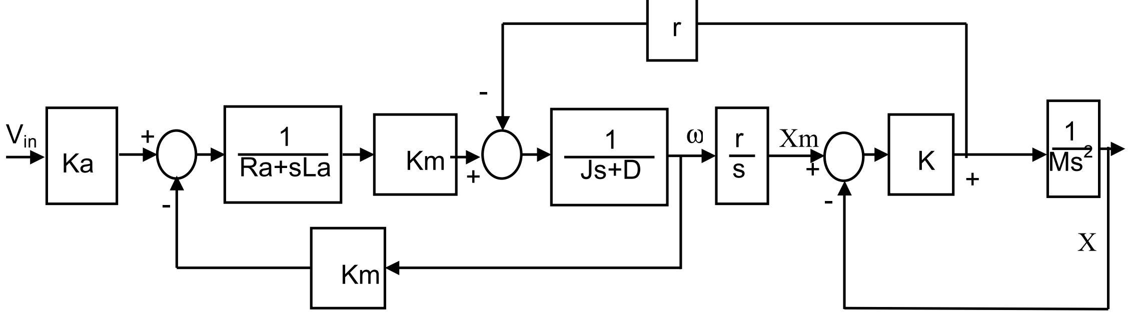
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**	**Laurea N.O.** **Diploma**

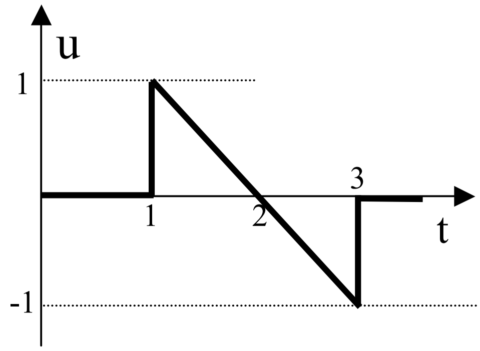
Esame di Fondamenti di Automatica N.O. 1° Modulo

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

17 novembre 2001 – Compito **B**

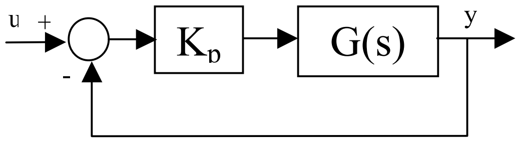
1. Calcolare la funzione di trasferimento tra **Vin** e **ω** nel seguente schema a blocchi. Quanto vale l'effettivo Carico visto dal motore?





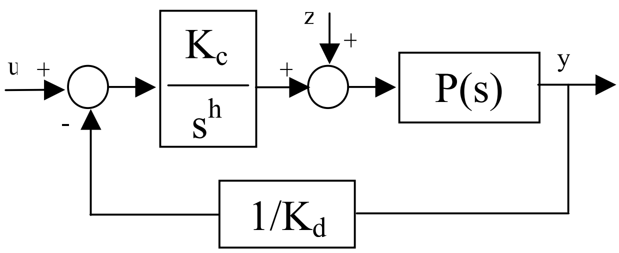
2. Dato il sistema **G(s)=(s-2)/[(s+3)(s+2)]** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso **u(t)** il cui andamento temporale è sopra raffigurato. Determinarne, quindi, il limite per **t** tendente all'infinito.

3. Dedurre, mediante il **criterio di Routh** ,per quali valori di **Kp** il sistema a ciclo chiuso raffigurato con **G(s)=(s-7)/[(s^2+4s+7)(s+3)]** risulti stabile.



4. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{4(30-s)(s+100)}{15(s^2+8s+100)}$$



Sintetizzare il sistema di controllo in figura (scegliere **h** e **K$_c$**) in modo tale che il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **5**, l'errore per ingresso a rampa **u(t)=3.8t** sia minore di **4**, l'effetto in uscita di un disturbo **z(t)** a rampa unitaria sia minore di **2**. Tracciato i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST**, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (**ω_t**) e i margini di stabilità (**m_ϕ** e **m_g**). Calcolare, quindi, fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide risulta minore di **0.5**.

5. Linearizzare il seguente sistema non lineare nell'intorno di **y_0=1**. Determinare la funzione di trasferimento tra **Δu** e **Δy** ed analizzarne la stabilità

$$5\dot{y} + 3y^2 - uy = 0$$

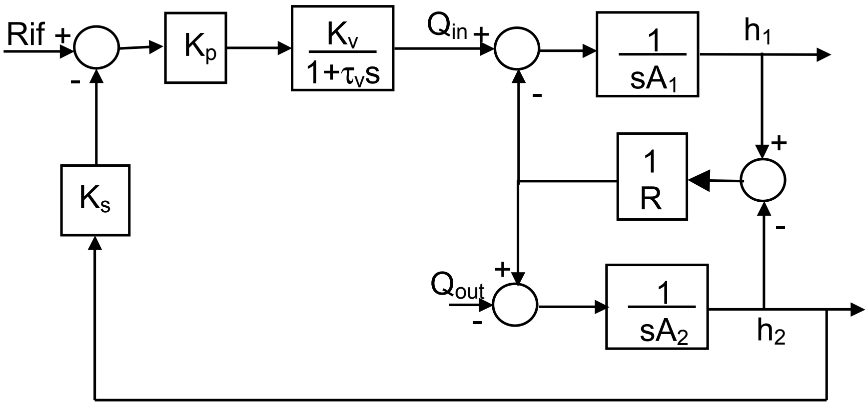
6. Enunciare il "Criterio di stabilità di Nyquist" e darne una breve dimostrazione.

Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**	**Laurea N.O.** **Diploma**

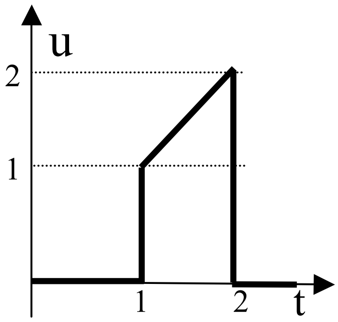
Esame di Fondamenti di Automatica N.O. 1° Modulo

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

17 novembre 2001 – Compito **C**

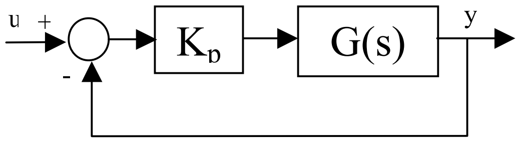


1. Calcolare la funzione di trasferimento tra **Rif** e $\mathbf{h_2}$ nel seguente schema a blocchi. Disegnare uno schema composto da due serbatoi ai cui possa corrispondere lo schema.



2. Dato il sistema **G(s)=(s+2)/[(s+1)(s-2)]** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso **u(t)** il cui andamento temporale è sopra raffigurato. Determinarne, quindi, il limite per **t** tendente all'infinito.

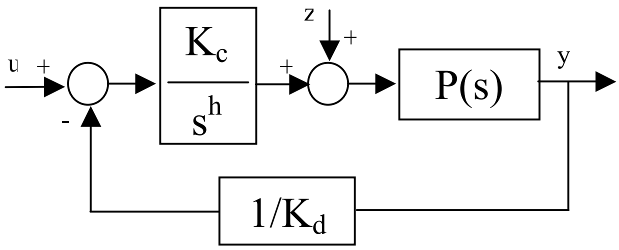
3. Dedurre, mediante il **criterio di Routh** ,per quali valori di **Kp** il sistema a ciclo chiuso raffigurato con **G(s)=(2-s)/[(s^2+4s-5)(s+10)]** risulti stabile.



4. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{60000(s+10)}{(s+300)(s+40)(s+1)}$$

Sintetizzare il sistema di controllo in figura (scegliere **h** e $\mathbf{K_c}$) in modo tale che il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **10**, l'errore per ingresso a rampa **u(t)=2t** sia minore o ufguale a **0.1**, l'effetto in uscita di un disturbo **z(t)** a gradino sia nullo. Tracciato i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST**, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (ω_t) e i margini di stabilità ($\mathbf{m_\phi}$ e $\mathbf{m_g}$). Calcolare, quindi, fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide risulta minore di **1**.



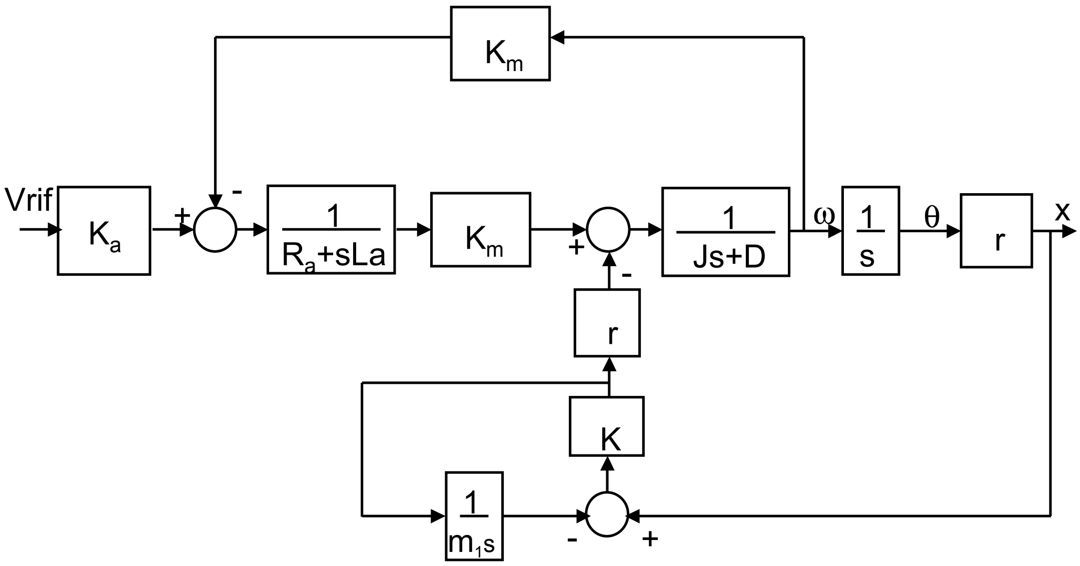
5. Linearizzare il seguente sistema non lineare nell'intorno di $\mathbf{y_0}=\pi/2$. Determinare la funzione di trasferimento tra Δ**u** e Δ**y** ed analizzarne la stabilità

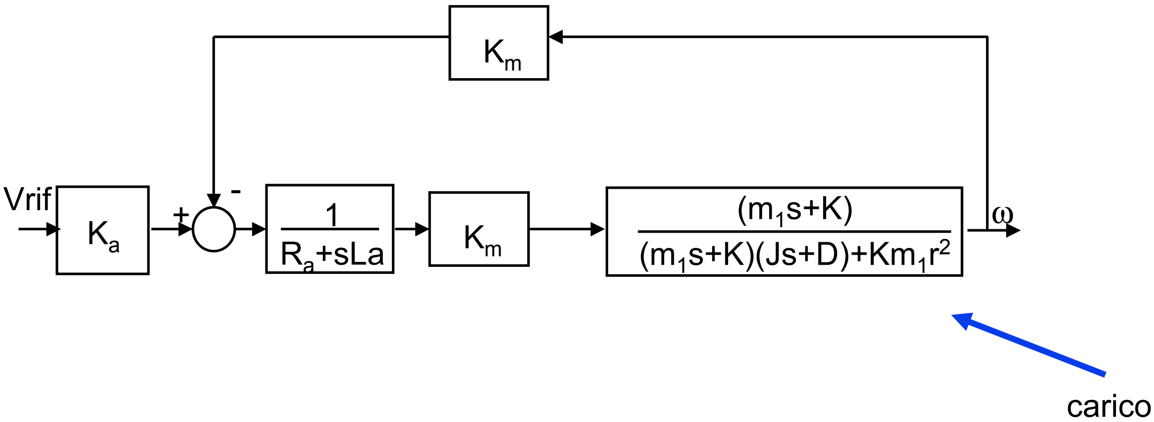
$$\dot{y} + 4uy^2 - \sin(y) = 0$$

6. Definire il tipo di un sistema di controllo e dimostrare che per tipi k maggiori di zero l'errore di riproduzione di un segnale di tipo k ha sempre lo stesso valore.

Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**	**Laurea N.O.** **Diploma**

Compito A





$$W(s) = \frac{K_a K_m (m_1 s + K)}{(R_a + sL_a)((m_1 s + K)(Js + D) + K m_1 r^2) + K_m^2 (m_1 s + K)}$$

2

$$u(t)=\delta_{-2}(t-1)-\delta_{-2}(t-2)-\delta_{-1}(t-3)$$

$$G(s)=\frac{1}{(s+2)(s+1)};U(s)=\frac{1}{s^2}e^{-s}-\frac{1}{s^2}e^{-2s}-\frac{1}{s}e^{-3s}=\frac{1}{s^2}(e^{-s}-e^{-2s})-\frac{1}{s}e^{-3s}$$

$$Y(s)=G(s)U(s)$$

$$y(\infty)=\lim_{s\to 0}sY(s)=\lim_{s\to 0}s\frac{1}{(s+2)(s+1)}(\frac{1}{s^2}(e^{-s}-e^{-2s})-\frac{1}{s}e^{-3s})=$$

$$=\lim_{s\to 0}\frac{1}{(s+2)(s+1)}(\frac{1}{s}(e^{-s}-e^{-2s})-e^{-3s})=\lim_{s\to 0}\frac{e^{-s}-e^{-2s}-se^{-3s}}{s(s+2)(s+1)}=\lim_{s\to 0}\frac{e^{-s}-e^{-2s}-se^{-3s}}{s^3+3s^2+2s}$$

forma ambigua 0 su 0. Derivando:

$$=\lim_{s\to 0}\frac{-e^{-s}+2e^{-2s}-e^{-3s}+3se^{-3s}}{3s^2+6s+2}=0$$

questo risultato era atteso in quanto l'ingresso torna a zero e la G(s) è stabile

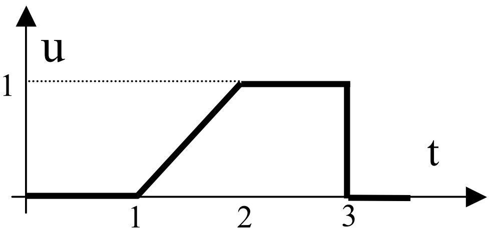
$$Y_1(s)=\frac{1}{s}\frac{1}{(s+2)(s+1)}=\frac{0.5}{s}+\frac{0.5}{(s+2)}-\frac{1}{s+1}$$

$$y_1(t)=0.5\delta_{-1}(t)+0.5\delta_{-1}(t)e^{-2t}-\delta_{-1}(t)e^{-t}$$

$$Y_2(s)=\frac{1}{s^2}\frac{1}{(s+2)(s+1)}=-\frac{0.75}{s}+\frac{0.5}{s^2}-\frac{0.25}{(s+2)}+\frac{1}{s+1}$$

$$y_2(t)=-0.75\delta_{-1}(t)+0.5\delta_{-2}(t)-0.25\delta_{-1}(t)e^{-2t}+\delta_{-1}(t)e^{-t}$$

$$y(t)=y_2(t-1)-y_2(t-2)-y_1(t-3)$$



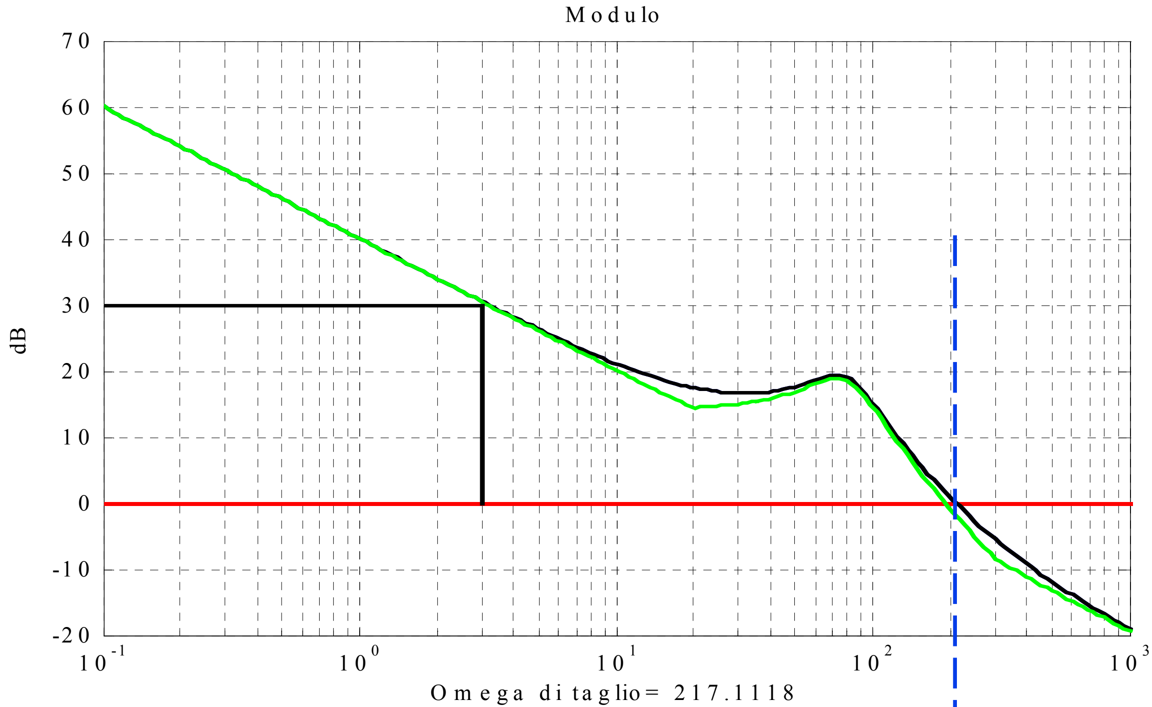
3

$$W(s)=\frac{K_p(2-s)}{s^3+4s^2+(4-K_p)s+7+2K_p}$$

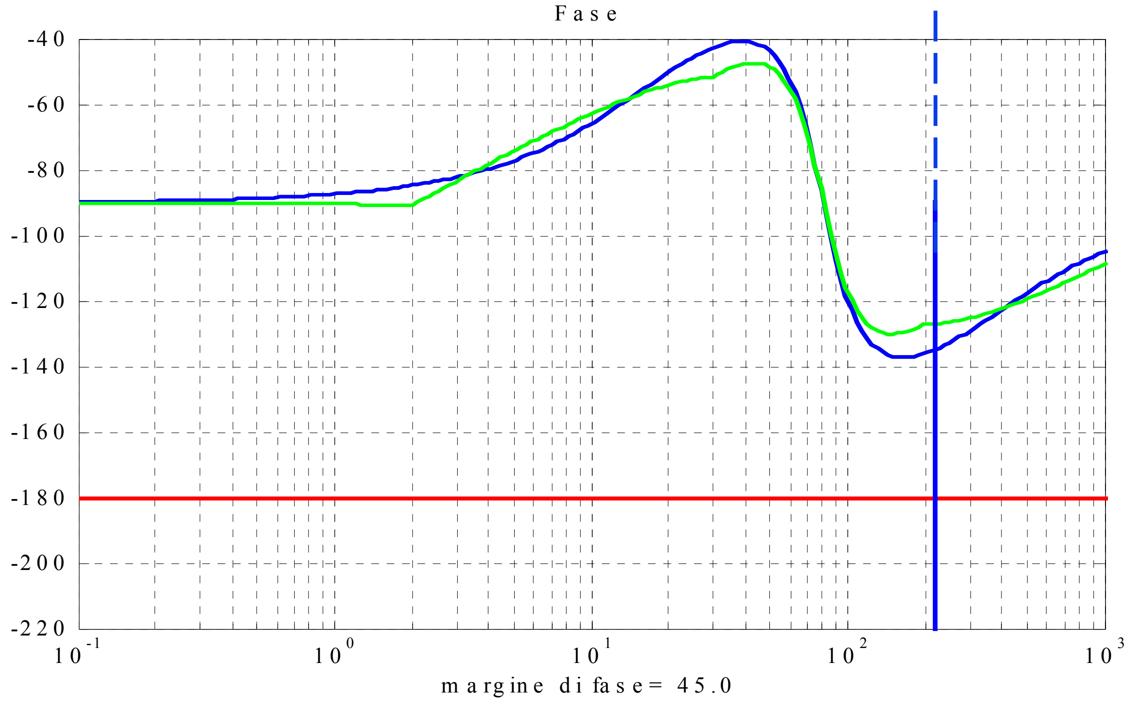
3	1	$4-K_p$
2	4	$7+2K_p$
1	$\frac{-9+6K_p}{-4}$	
0	$7+2K_p$	

$$\begin{cases}-9+6K_p<0\\ 7+2K_p>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}K_p<1.5\\ 7+2K_p>-3.5\end{cases}$$

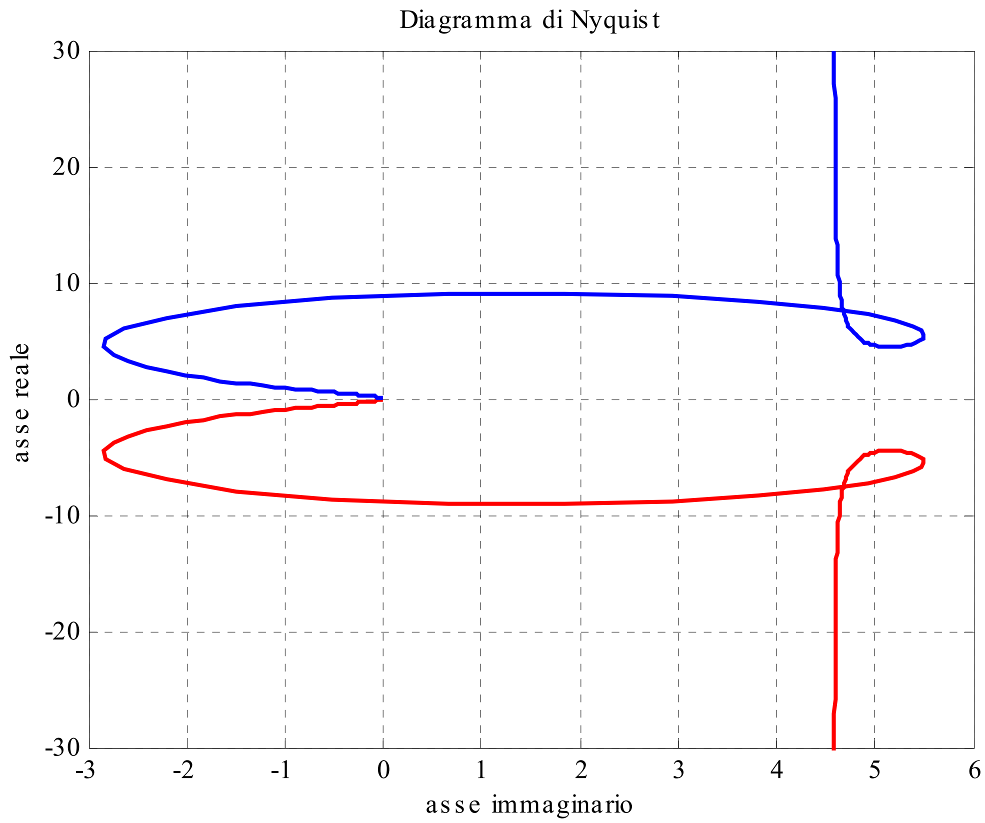
$$\Rightarrow -3.5<K_p<1.5$$



Nero
esatto
Verde
asintotico



h=1 per avere un sistema di controllo di tipo 1 (errore finito per ingresso a rampa). Kc= 20 in conseguenza delle specifiche sugli errori. Il margine di guadagno è infinito (la fase non scende mai sotto i -180). La pulsazione fino alla quale 'errore di riproduzione di una sinusoide unitaria è minore di 0.33 vale 3 rad/sec.



Notiamo che, anche se da questo grafico non sembrerebbe, la fase finisce a –90. Il grafico non gira mai intorno a –1, neanche se aumentiamo i guadagno, e per questo il margine di guadagno è infinito.

5

$2\dot{y} + 3\cos(y) + 3y^2 = u$

Equilibrio $y_0 = 0$:

$3\cos(y_0) + 3y_0^2 = u_0$

$3 = u_0$

Linearizzando e semplificando la condizione di equilibrio:

$2\Delta\dot{y} + 3[\cos(y_0) - \sin(y_0)\Delta y] + 3y_0^2 + 6y_0\Delta y = u_0 + \Delta u$

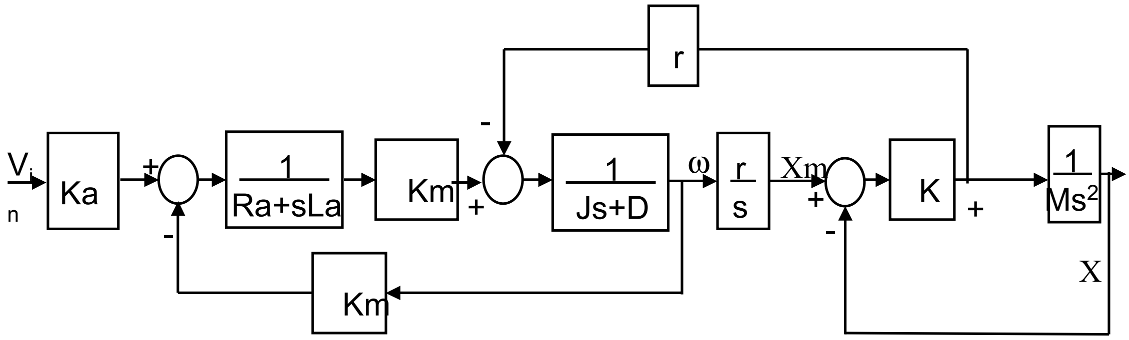
$2\Delta\dot{y} = \Delta u$

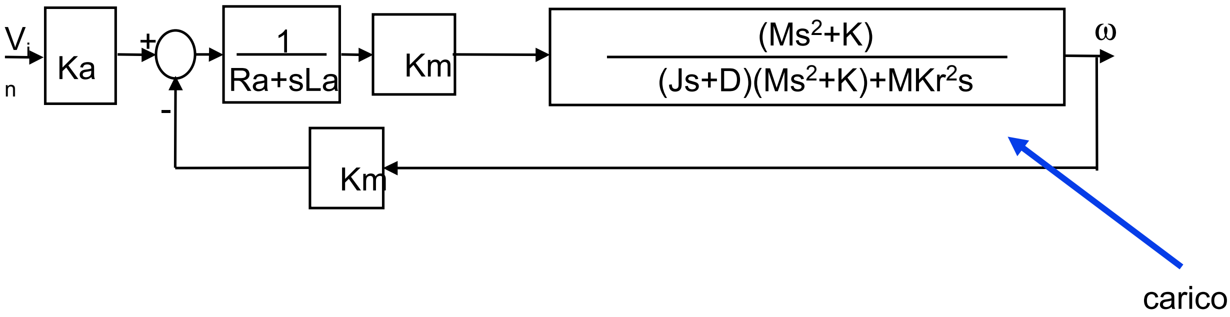
L-trasformando (considerando delle condizioni iniziali uguali a zero per Δy e Δu)

e ricavando la funzione di trasferimento tra Δu e Δy

$$\frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{1}{2s}$$

Questa f.d.t. contiene solo un polo nell'origine la cui dinamica è al limite di stabilità





$$W(s) = \frac{K_a K_m (Ms^2 + K)}{(R_a + sL_a)((Js + D)(Ms^2 + K) + MKr^2 s) + K_m^2 (Ms^2 + K)}$$

COMPITO B

2

$$u(t)=\delta_{-1}(t-1)-\delta_{-2}(t-1)+\delta_{-2}(t-3)+\delta_{-1}(t-3)$$

$$G(s)=\frac{(s-2)}{(s+3)(s+2)};U(s)=\frac{1}{s}e^{-s}-\frac{1}{s^2}e^{-s}+\frac{1}{s^2}e^{-3s}+\frac{1}{s}e^{-3s}=\frac{1}{s^2}(-e^{-s}+e^{-3s})+\frac{1}{s}(e^{-s}+e^{-3s})$$

$$Y(s)=G(s)U(s)$$

$$y(\infty)=\lim_{s\to 0}sY(s)=\lim_{s\to 0}s\frac{(s-2)}{(s+3)(s+2)}\left(\frac{1}{s^2}(-e^{-s}+e^{-3s})+\frac{1}{s}(e^{-s}+e^{-3s})\right)=$$

$$=\lim_{s\to 0}\frac{(s-2)}{(s+3)(s+2)}\left(\frac{1}{s}(-e^{-s}+e^{-3s})+e^{-s}+e^{-3s}\right)=\lim_{s\to 0}\frac{(s-2)(-e^{-s}+e^{-3s}+se^{-s}+se^{-3s})}{s(s+3)(s+2)}=$$

$$=\lim_{s\to 0}\frac{(s-2)(-e^{-s}+e^{-3s}+se^{-s}+se^{-3s})}{s^3+5s^2+6s}$$

forma ambigua 0 su 0. Derivando:

$$=\lim_{s\to 0}\frac{-2(-e^{-s}+e^{-3s}+se^{-s}+se^{-3s})+(s-2)(e^{-s}-3e^{-3s}+e^{-s}-se^{-s}+e^{-3s}-3se^{-3s})}{3s^2+10s+6}=0$$

questo risultato era atteso in quanto l'ingresso torna a zero e la G(s) è stabile.

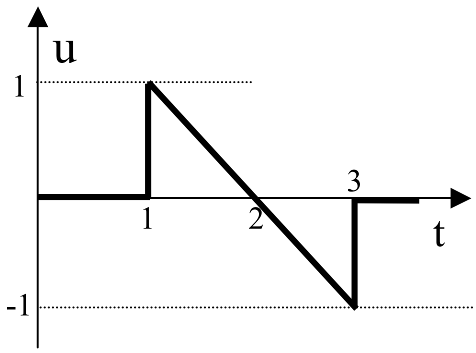
$$Y_1(s)=\frac{1}{s}\frac{(s-2)}{(s+3)(s+2)}=-\frac{0.333}{s}+\frac{2}{(s+2)}-\frac{1.666}{s+3}$$

$$y_1(t)=-0.333\delta_{-1}(t)+2\delta_{-1}(t)e^{-2t}-1.666\delta_{-1}(t)e^{-3t}$$

$$Y_2(s)=\frac{1}{s^2}\frac{(s-2)}{(s+3)(s+2)}=+\frac{0.444}{s}-\frac{0.333}{s^2}-\frac{1}{(s+2)}+\frac{0.555}{s+3}$$

$$y_2(t)=0.444\delta_{-1}(t)-0.333\delta_{-2}(t)-\delta_{-1}(t)e^{-2t}+0.555\delta_{-1}(t)e^{-3t}$$

$$y(t)=y_1(t-1)-y_2(t-1)+y_2(t-3)+y_1(t-3)$$



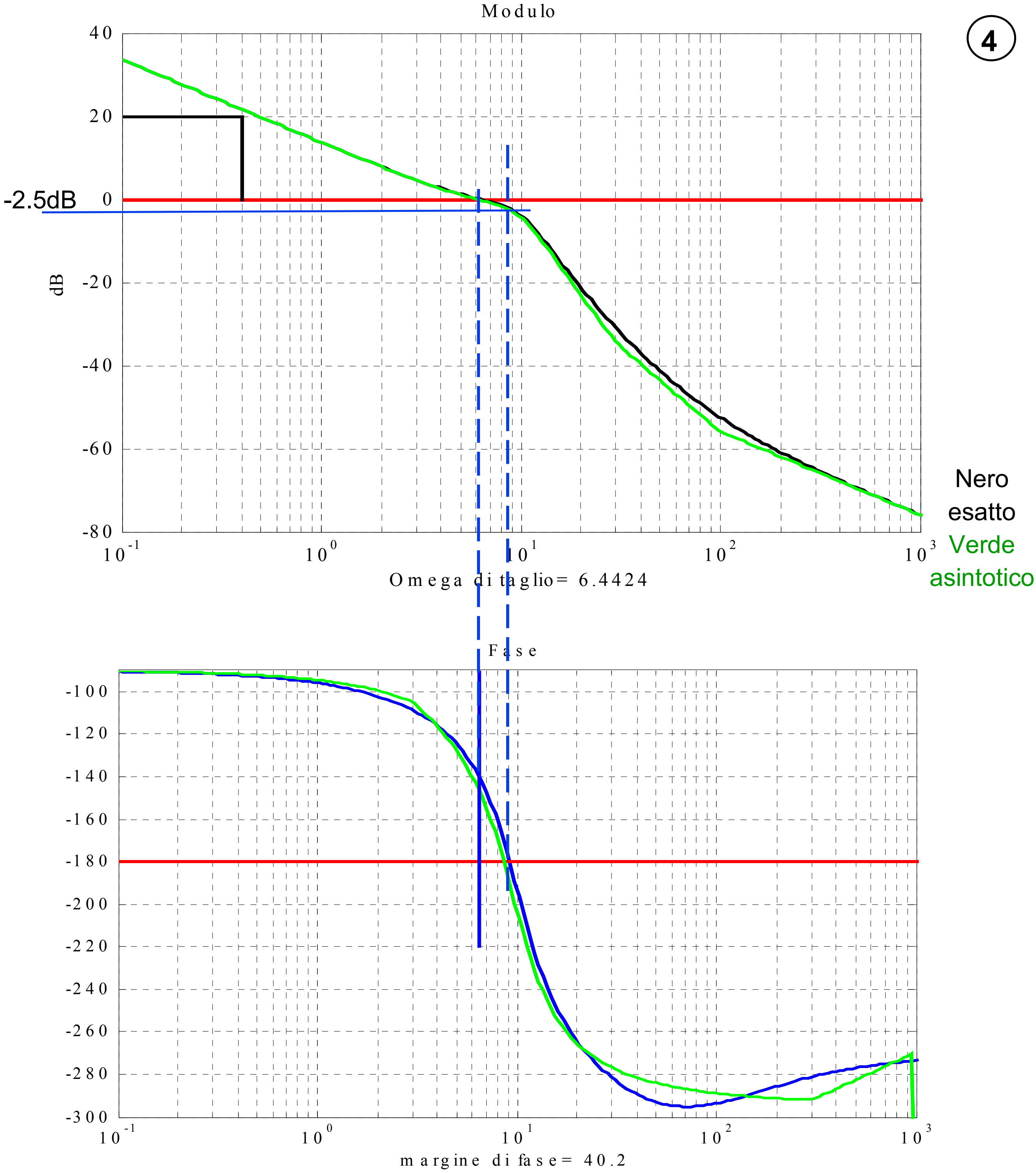
3

$$W(s)=\frac{K_p(s-7)}{s^3+7s^2+(19+K_p)s+21-7K_p}$$

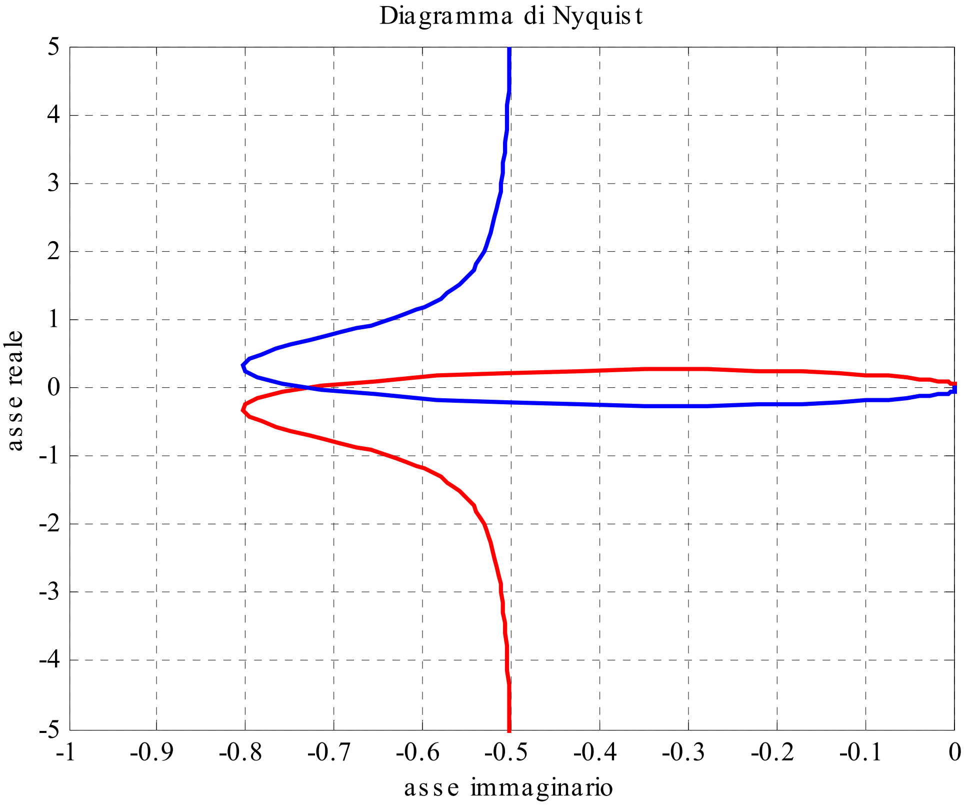
$$\begin{array}{c|cc}
3 & 1 & 19+K_p \\
2 & 7 & 21-7K_p \\
1 & \dfrac{-112-14K_p}{-7} & \\
0 & 21-7K_p &
\end{array}$$

$$\begin{cases}-112-14K_p<0 \\ 21-7K_p>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}K_p>-8 \\ K_p<3\end{cases}$$

$$\Rightarrow -8<K_p<3$$



h=1 per avere un sistema di controllo di tipo 1 (errore finito per ingresso a rampa). Kc= 3 in conseguenza delle specifiche sugli errori. Il margine di guadagno è 2.5dB (dove la fase passa i -180). La pulsazione fino alla quale ’errore di riproduzione di una sinusoide unitaria è minore di 0.5 vale 0.4 rad/sec.



Notiamo che la fase finisce a –270. Il grafico non gira mai intorno a –1, ma se aumentiamo il guadagno di 1/0.75=2.5dB questo succederà.

$5\dot{y} + 3y^2 - uy = 0$

Equilibrio $y_0 = 1$:

$3y_0^2 - u_0 y_0 = 0$

$3 = u_0$

Linearizzando e poi semplificando la condizione di equilibrio:

$5\Delta\dot{y} + 3y_0^2 + 6y_0\Delta y - u_0 y_0 - u_0\Delta y - y_0\Delta u = 0$

$5\Delta\dot{y} + 6\Delta y - 3\Delta y - \Delta u = 0$

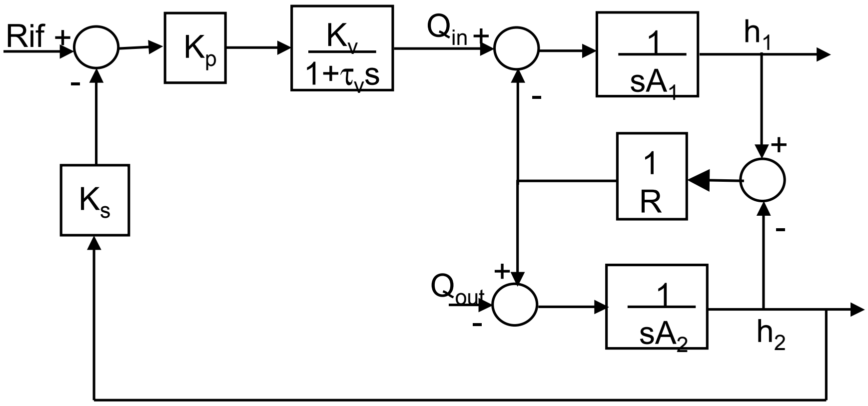
$5\Delta\dot{y} + 3\Delta y = \Delta u$

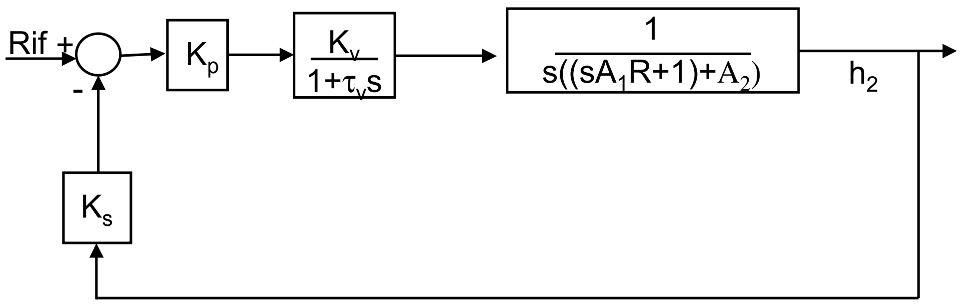
L-trasformando (considerando delle condizioni iniziali uguali a zero per Δy e Δu) e ricavando la funzione di trasferimento tra Δu e Δy

$$\frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{1}{5s+3}$$

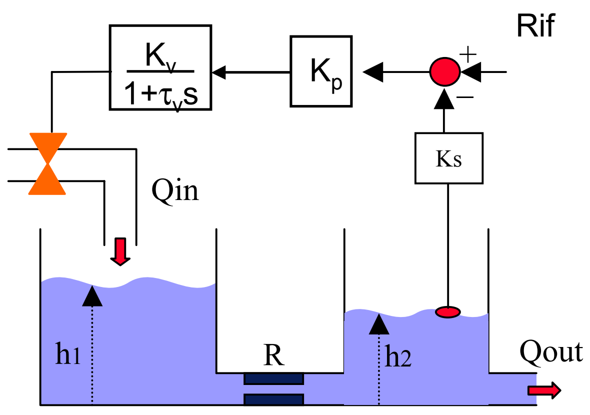
Questa f.d.t. contiene solo un polo in -3/5 la cui dinamica è asintoticamente stabile

5





$$W(s) = \frac{K_p K_v}{(1+\tau_v s)s((sA_1 R + 1) + A_2) + K_p K_v K_s}$$



2

$$u(t)=\delta_{-1}(t-1)+\delta_{-2}(t-1)-\delta_{-2}(t-2)-2\delta_{-1}(t-2)$$

$$G(s)=\frac{(s+2)}{(s+1)(s-2)};U(s)=\frac{1}{s}e^{-s}+\frac{1}{s^2}e^{-s}-\frac{1}{s^2}e^{-2s}-\frac{2}{s}e^{-2s}=\frac{1}{s^2}(e^{-s}-e^{-2s})+\frac{1}{s}(e^{-s}-2e^{-2s})$$

$$Y(s)=G(s)U(s)$$

Per determinare il valore a cui tende la $y(t)$ non c'è bisogno di fare alcun limite in quanto il sistema $G(s)$ è instabile e quindi in uscita avremo una dinamica instabile. In particolare, essendo il guadagno di $G(s)$ negativo, l'uscita andrà a ∞.

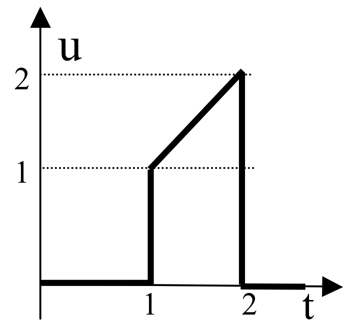
$$Y_1(s)=\frac{1}{s}\frac{(s+2)}{(s+1)(s-2)}=-\frac{1}{s}+\frac{0.333}{s+1}+\frac{0.666}{s-2}$$

$$y_1(t)=-\delta_{-1}(t)+0.333\delta_{-1}(t)e^{-t}+0.666\delta_{-1}(t)e^{2t}$$

$$Y_2(s)=\frac{1}{s^2}\frac{(s+2)}{(s+1)(s-2)}=\frac{0}{s}-\frac{1}{s^2}-\frac{0.333}{s+1}+\frac{0.333}{s-2}$$

$$y_2(t)=-\delta_{-2}(t)-0.333\delta_{-1}(t)e^{-t}+0.333\delta_{-1}(t)e^{2t}$$

$$y(t)=y_1(t-1)+y_2(t-1)-y_2(t-2)-2y_1(t-2)$$



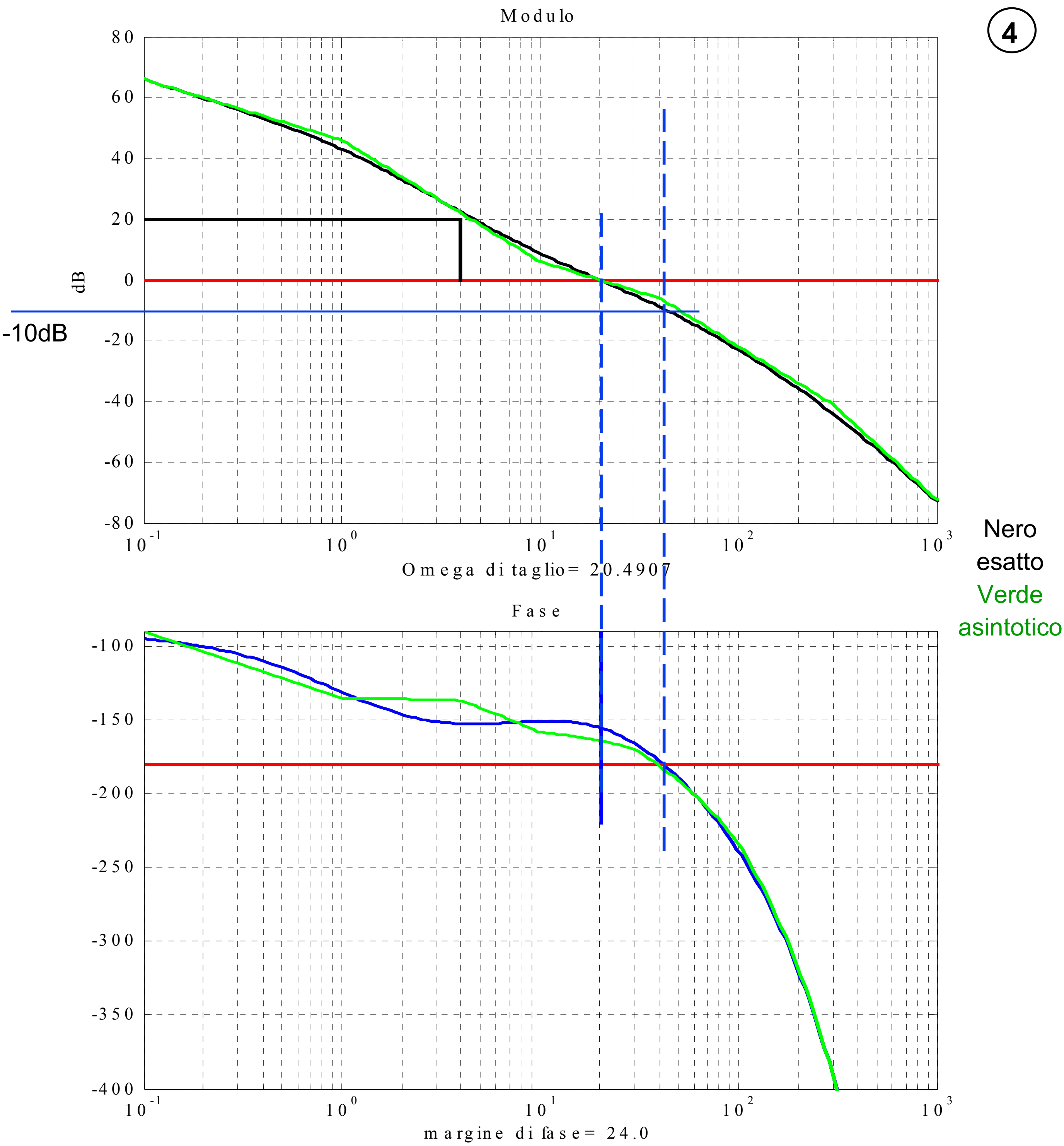
3

$$W(s)=\frac{K_p(2-s)}{s^3+14s^2+(35-K_p)s-50+2K_p}$$

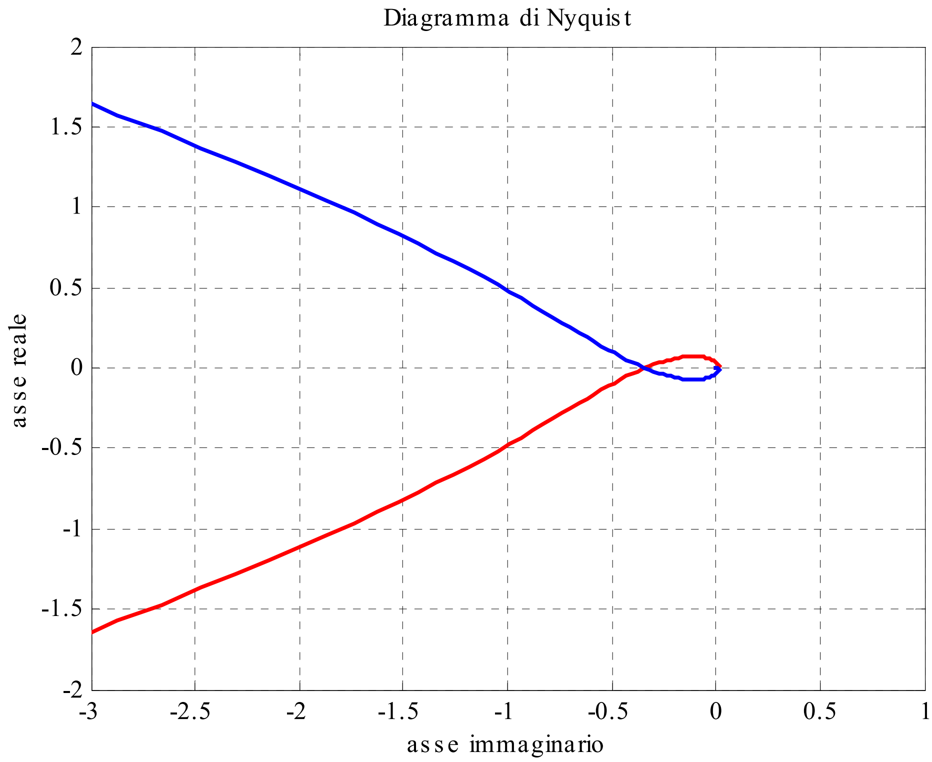
$$\begin{array}{c|cc}
3 & 1 & 35-K_p \\
2 & 14 & -50+2K_p \\
1 & \dfrac{-540+16K_p}{-14} & \\
0 & -50+2K_p &
\end{array}$$

$$\begin{cases}-540+16K_p<0\\ -50+2K_p>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}K_p<33.75\\ K_p>25\end{cases}$$

$$\Rightarrow 25<K_p<33.75$$



h=1 per avere un sistema di controllo di tipo 1 (errore finito per ingresso a rampa). Kc= 40 in conseguenza delle specifiche sugli errori. Il margine di guadagno è 3dB (dove la fase passa i -180). La pulsazione fino alla quale 'errore di riproduzione di una sinusoide unitaria è minore di 1 vale 4 rad/sec.



Notiamo che la fase non finisce ad un valore finito in quanto la presenza dell'esponenziale fa si che il grafico giri infinite volte intorne all'origine man mano che il modulo va a zero. Il grafico, comunque, non gira mai intorno a –1, ma se aumentiamo il guadagno di 1/0.3=10dB questo succederà.

$\dot{y} + 4uy^2 - \sin(y) = 0$

5

Equilibrio $y_0 = \pi/2$:

$4u_0 y_0^2 - \sin(y_0) = 0$

$\pi^2 u_0 - 1 = 0$

$u_0 = \dfrac{1}{\pi^2}$

Linearizzando e poi semplificando la condizione di equilibrio:

$\Delta\dot{y} + 4u_0 y_0^2 + 8u_0 y_0 \Delta y + 4y_0^2 \Delta u - \sin(y_0) - \cos(y_0)\Delta y = 0$

$\Delta\dot{y} + \dfrac{4}{\pi}\Delta y + \pi^2 \Delta u = 0$

$\Delta\dot{y} + \dfrac{4}{\pi}\Delta y = -\pi^2 \Delta u$

L-trasformando (considerando delle condizioni iniziali uguali a zero per Δy e Δu)
e ricavando la funzione di trasferimento tra Δu e Δy

$$\frac{\Delta y}{\Delta u} = -\frac{\pi^2}{s + \dfrac{4}{\pi}}$$

Questa f.d.t. contiene solo un polo in -3 la cui dinamica è asintoticamente stabile