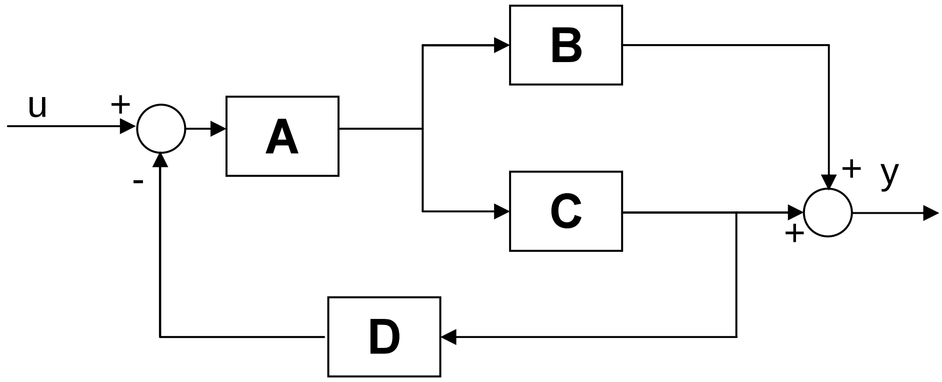
Esame di Fondamenti di Automatica I Modulo
Corso di Laurea Nuovo Ordinamento in Ingegneria Elettronica
10 giugno 2002

Cognome:	Nome	Matricola:	E-mail:

1. Ricavare la funzione di trasferimento tra **u** ed **y** nel seguente schema a blocchi:



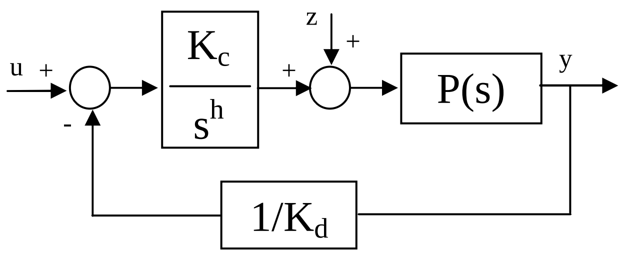
2. Dato il sistema **G(s)=1/((s+1)(s+3))** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso **u(t) =** δ_{-1}**(t-1) - 0.5** δ_{-1}**(t-2)**. Determinare infine, con il teorema del valore finale, il limite per **t** tendente all'infinito di **y(t)**.

3. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{15(5-s)}{(s+0.3)(s+50)}$$

Sintetizzare il sistema di controllo in figura (determinare **h** e **K$_c$**) in modo tale che:

- il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **5**
- l'errore per ingresso a rampa **u(t)=0.01t** sia minore o uguale a **0.05**



Scelto il valore **minimo** di **K$_c$** compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST** della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (ω_t) e, in caso di sistema stabile a ciclo chiuso, i margini di stabilità (**m**$_\phi$ e **m**$_g$).

Infine calcolare:

- l'effetto in uscita a regime di un disturbo **z(t)=2t**.
- fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide unitaria risulti minore di **0.5**.

F d'A

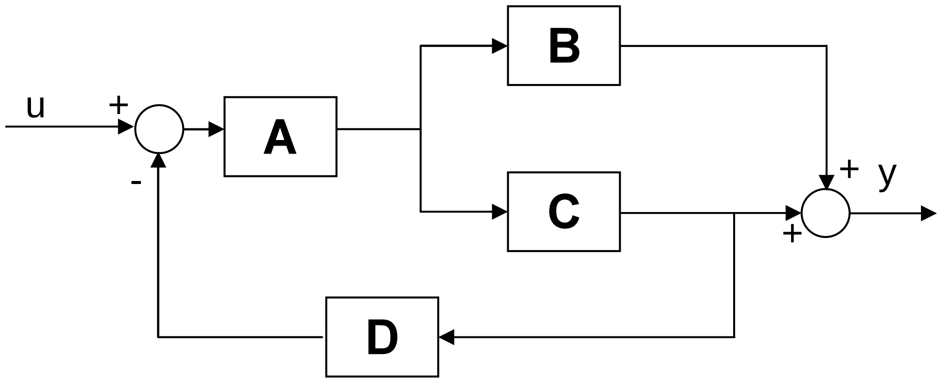
Esame di Fondamenti di Automatica

Corso di Laurea Vecchio Ordinamento in Ingegneria Elettronica

10 giugno 2002

Cognome:	Nome	Matricola:	E-mail:

1. Ricavare la funzione di trasferimento tra **u** ed **y** nel seguente schema a blocchi:

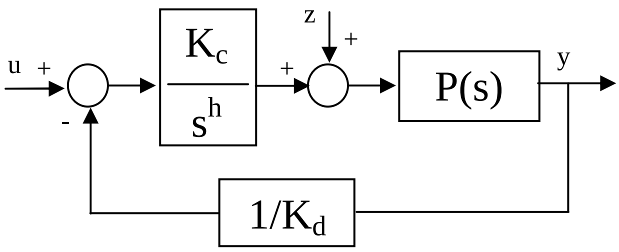


2. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{15(5-s)}{(s+0.3)(s+50)}$$

Sintetizzare il sistema di controllo in figura (determinare **h** e **K_c**) in modo tale che:

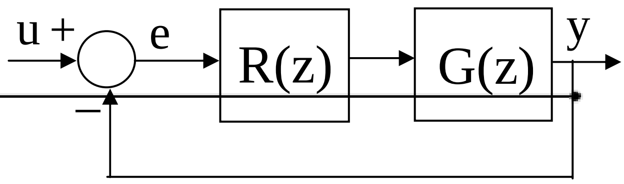
- il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **5**
- l'errore per ingresso a rampa **u(t)=0.01t** sia minore o uguale a **0.05**



Scelto il valore **minimo** di **K_c** compatibile con le specifiche, tracciare i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST** della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (ω_t) e, in caso di sistema stabile a ciclo chiuso, i margini di stabilità (**m_ϕ** e **m_g**).

Infine calcolare:

- l'effetto in uscita a regime di un disturbo **z(t)=2t**.
- fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide unitaria risulti minore di **0.5**.



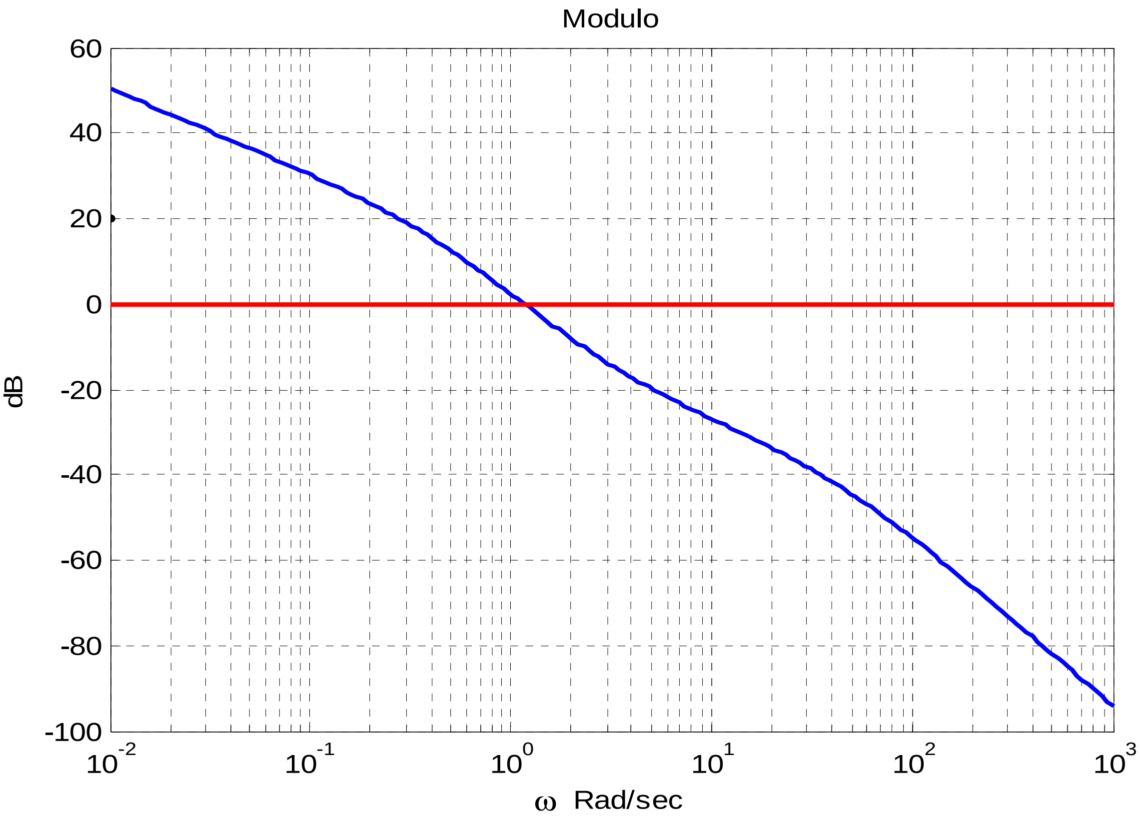
3. Dato il sistema discreto in figura con **G(z)=(z+1)/((z+0.5)(z+0.6))**, determinare il controllore **R(z)** che assicuri una funzione di trasferimento a ciclo chiuso **W(z)** tale che in risposta ad un gradino unitario produca la sequenza **{y_k}={0, 0, 0.5, 1, 1 ...}**. Quindi, supponendo di applicare un segnale a rampa all'ingresso **{u_k}={0, 1, 2, 3, 4 ...}**, determinare i primi 5 campioni dell'uscita.

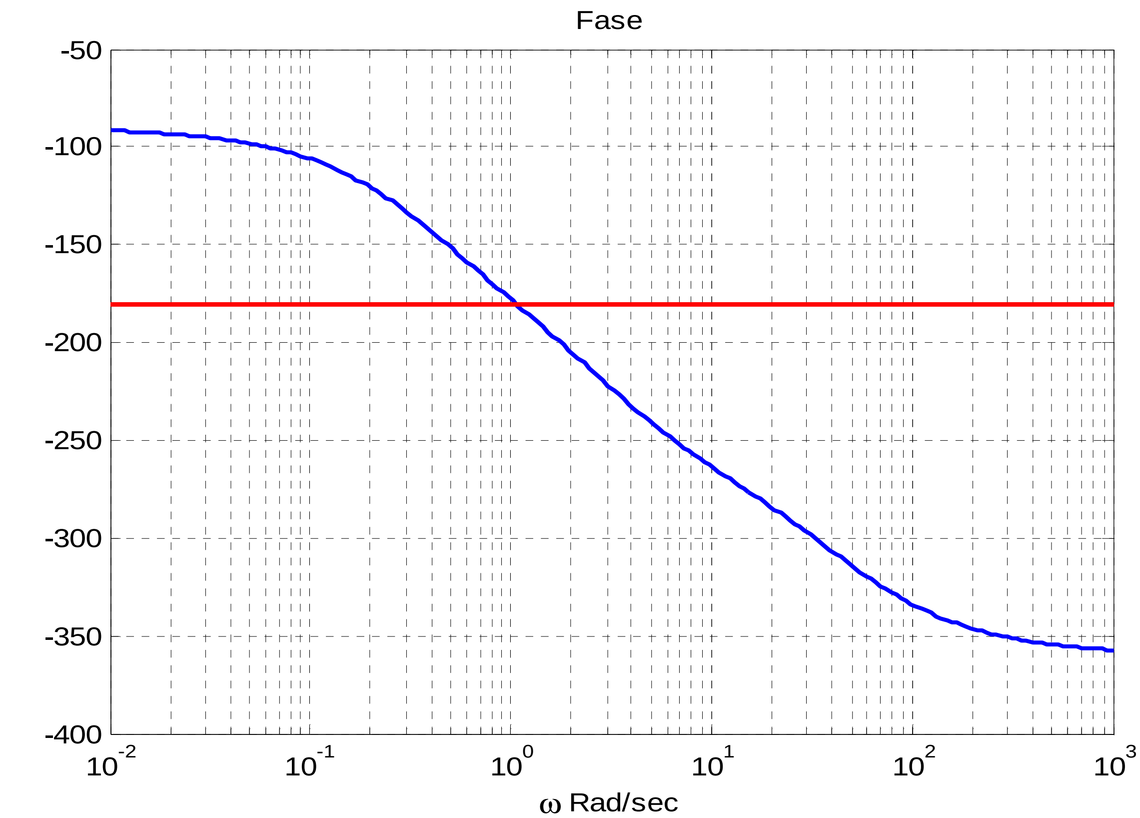
4. Data la funzione di trasferimento

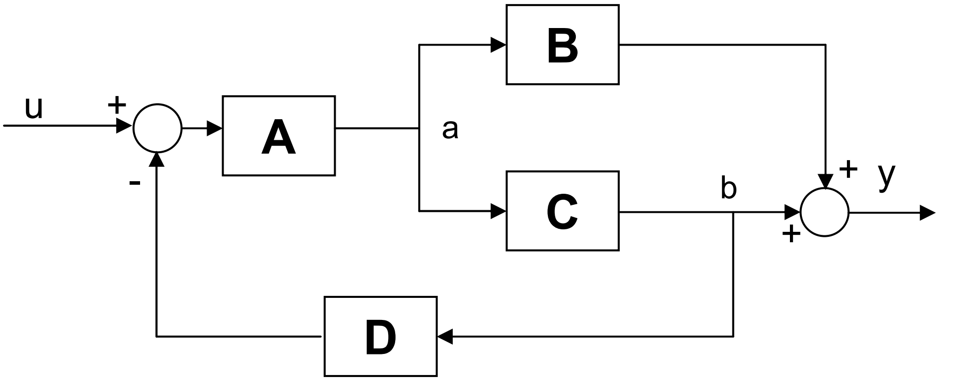
$$F(s) = \frac{s+3}{s^2-2s+1}$$

determinare una rappresentazione ingresso-stato-uscita e quindi, su di essa, calcolare l'evoluzione libera dell'uscita **y(t)** per **t=2 sec** a partire dalla condizione **y(t)=3, dy(t)/dt=0**.

5. Dato il diagramma di **BODE** della funzione di trasferimento a ciclo aperto **F(s)** sotto riportata determinare la rete compensatrice **R(s)** tale da assicurare ω_t**>1** Rad/sec e $\mathbf{m}_\phi > 35°$. Tracciare quindi il diagramma di **NICHOLS** della funzione compensata **F'(s)=F(s)R(s)** e determinare su di esso il modulo alla risonanza **Mr** e la banda passante a –3 Decibel.



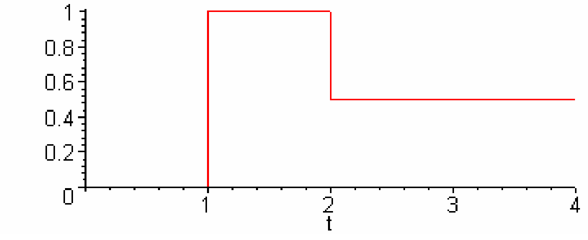




$$\frac{a}{u} = \frac{A}{1 + ACD}$$

$$\frac{b}{u} = \frac{AC}{1 + ACD}$$

$$W(s) = \frac{a}{u}B + \frac{b}{u} = \frac{AB}{1 + ACD} + \frac{AC}{1 + ACD} = \frac{A(B + C)}{1 + ACD}$$

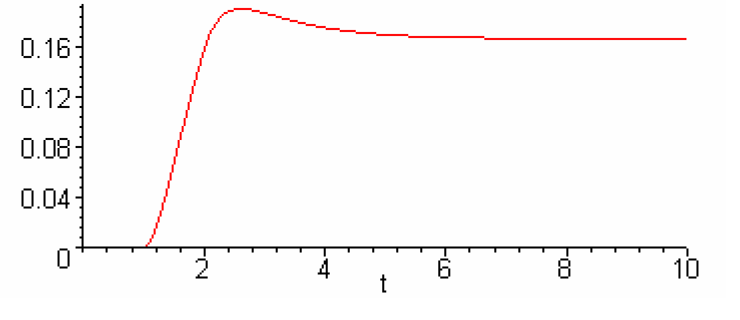


$$U(s) := \frac{\mathbf{e}^{(-1.\, s)}}{s^{1.}} - \frac{.5000000000\, \mathbf{e}^{(-2.\, s)}}{s^{1.}}$$

$$G(s) := \frac{1}{(s+1)\,(s+3)}$$

$$Y(s) := -.5000000000\, \frac{-2.\, \mathbf{e}^{(-1.\, s)} + \mathbf{e}^{(-2.\, s)}}{s\,(s+3.)\,(s+1.)}$$

$$y(t) := -.5\, \delta_{-1}(t-1.)\, \mathbf{e}^{(-1.\, t + 1.)} + \frac{1}{6}\delta_{-1}(t-1.)\, \mathbf{e}^{(-3.\, t + 3.)} + \frac{1}{3}\delta_{-1}(t-1.)$$
$$-\frac{1}{12}\delta_{-1}(t-2.)\, \mathbf{e}^{(-3.\, t+6.)} - \frac{1}{6}\delta_{-1}(t-2.) + \frac{1}{4}\delta_{-1}(t-2.)\, \mathbf{e}^{(-1.\, t+2.)}$$



$$y(\infty) := .1666666666$$

- Kd=5 per avere il guadagno a ciclo chiuso richiesto,
- h=1 per avere un sistema di controllo di tipo 1 (errore finito per ingresso a rampa)
- Kc>= 1 in conseguenza della specifica sull'errore.

$$P(s) = K_p \frac{N_p(s)}{D_p(s)}$$

$$W_z(s) = \frac{sK_d K_p N_P(s)}{sK_d D_P(s) + K_c K_p N_P(s)}$$

$$z(s) = \frac{2}{s^2}$$

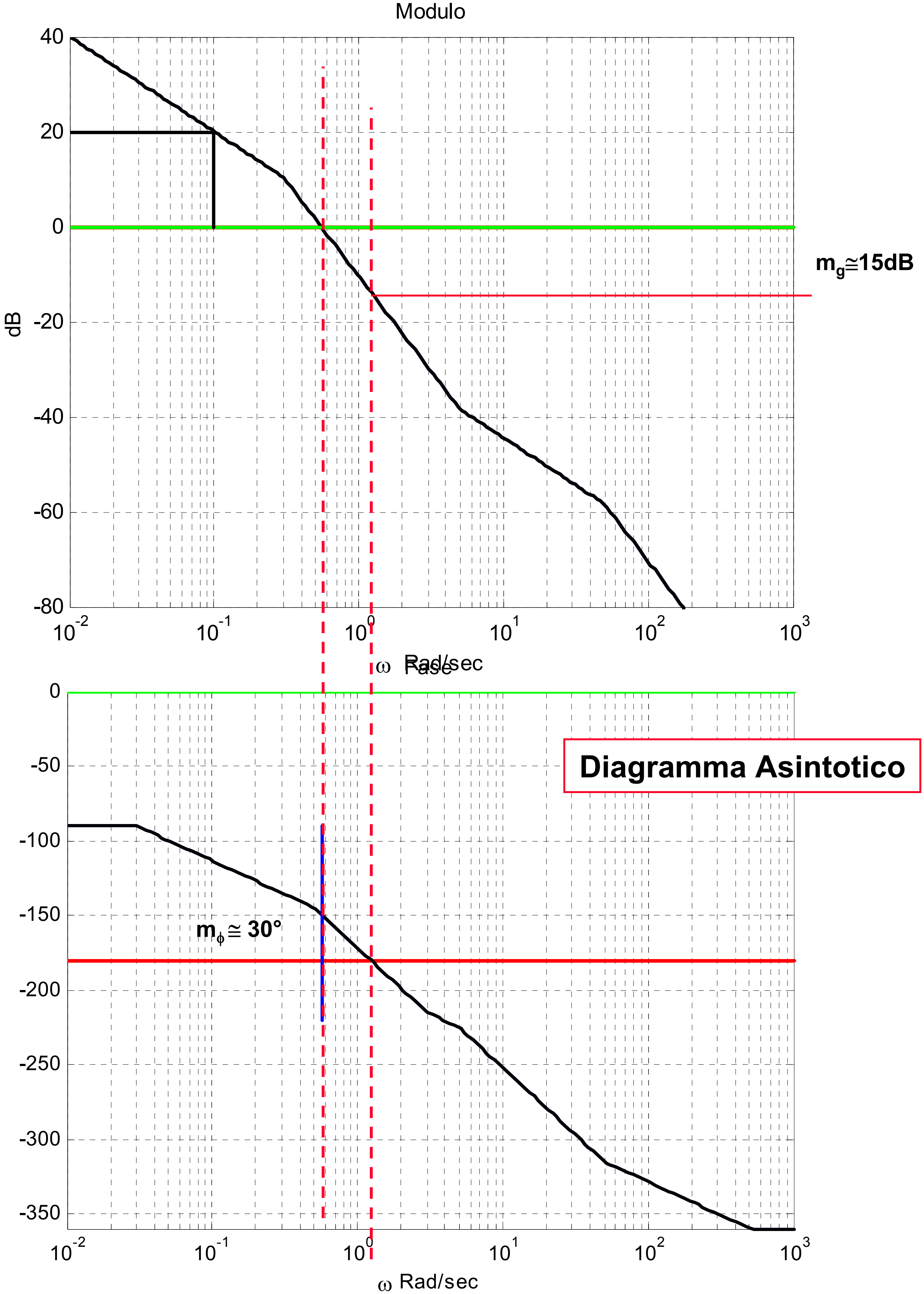
$$z(\infty) = \lim_{s \to 0} sW_z(s)z(s) = \frac{K_d}{K_c} 2 = 10$$

$$\left| \frac{K_d}{1 + F(j\omega)} \right| < e$$

$$|F(j\omega)| > \frac{K_d}{e} = \frac{5}{0.5}$$

$$|F(j\omega)| > 10 = 20dB$$

fino a $\omega < 0.1$ rad/sec


Modulo
40
20
0
-20
-40
-60
-80
dB
m$_g$≅15dB
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
ω Rad/sec
Fase
0
-50
-100
-150
-200
-250
-300
-350
Diagramma Asintotico
m$_\phi$ ≅ 30°
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
ω Rad/sec

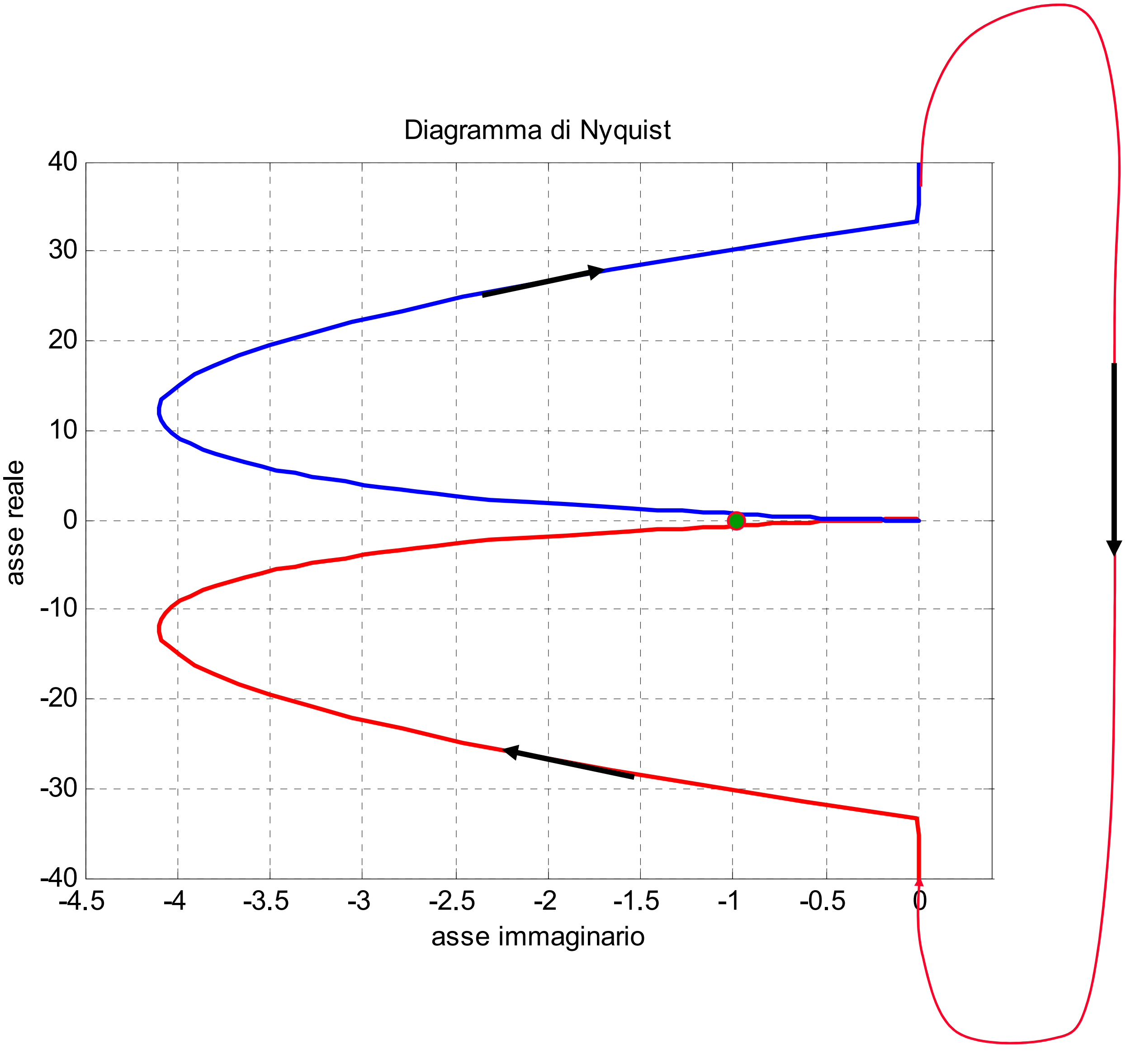
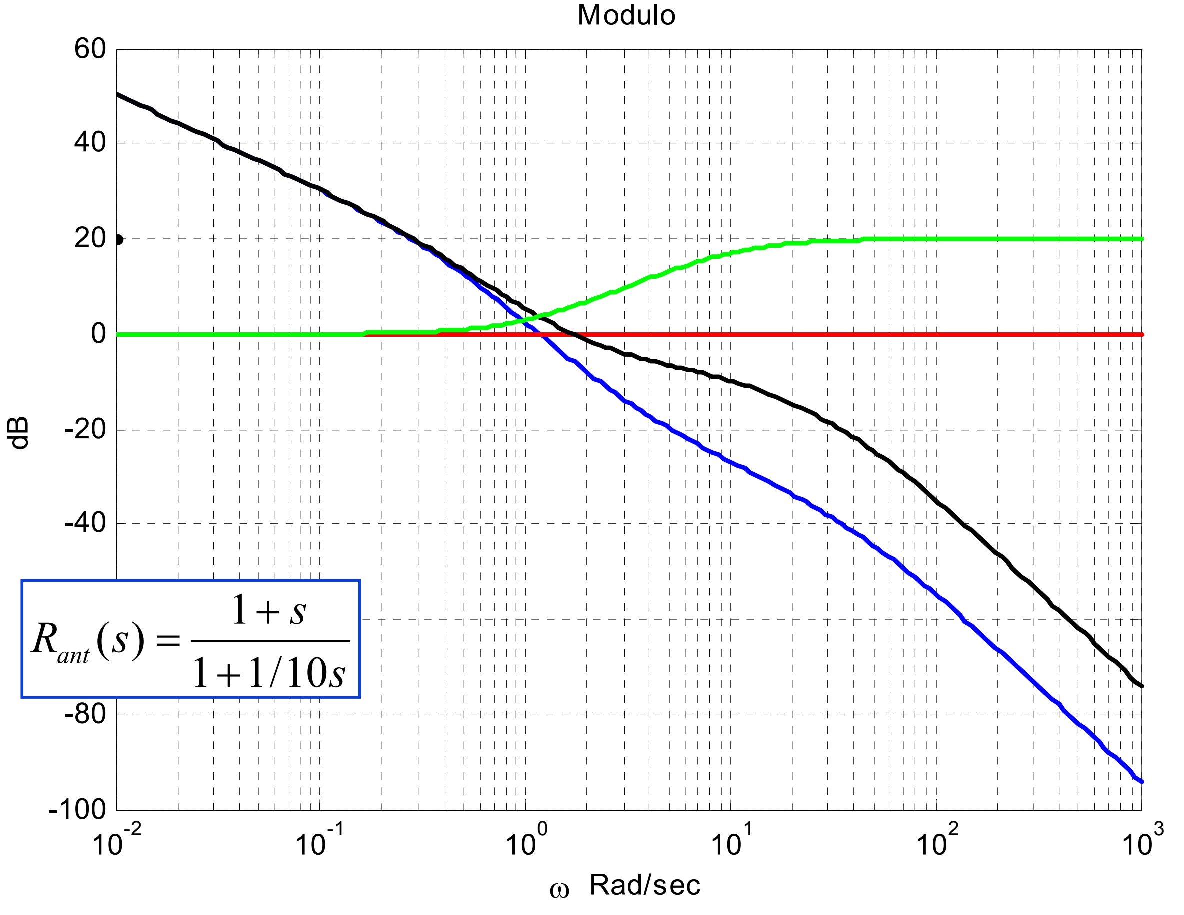
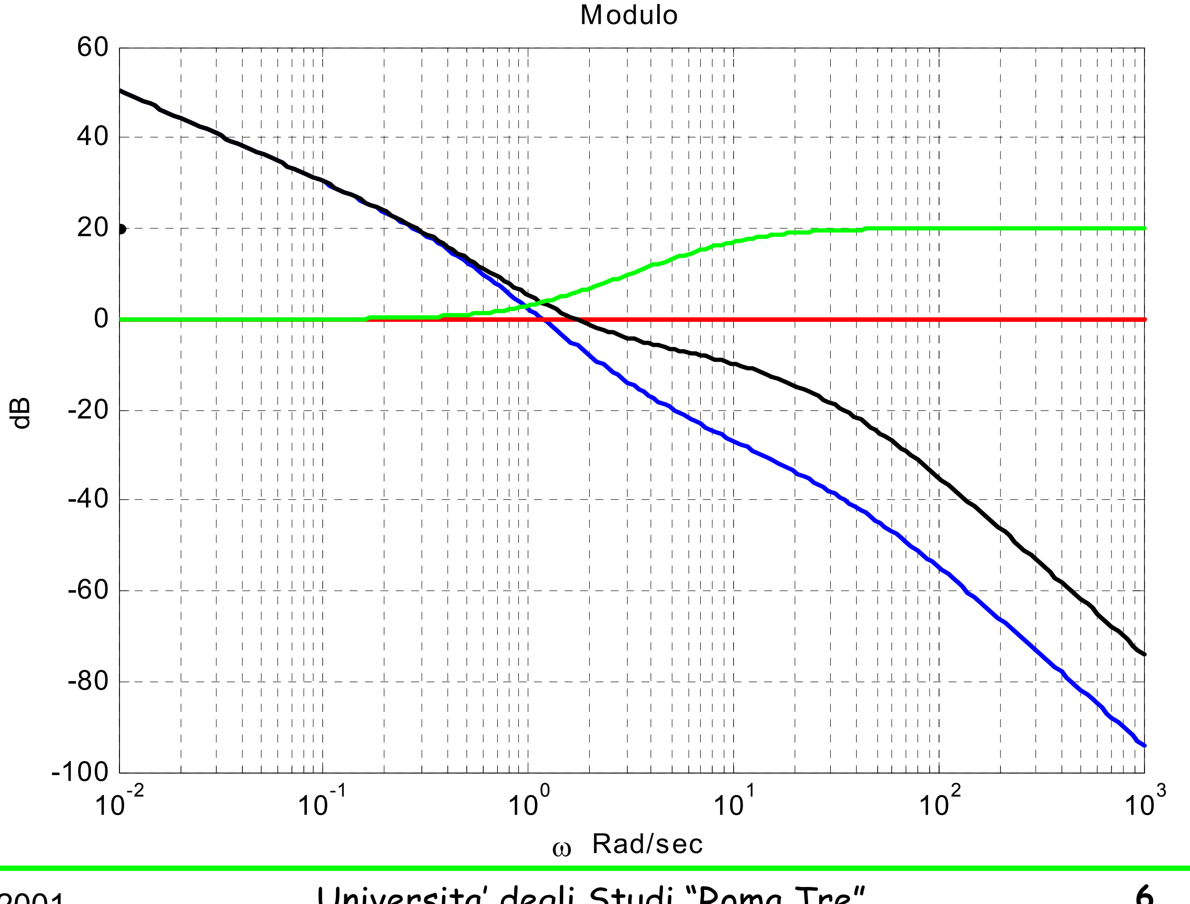
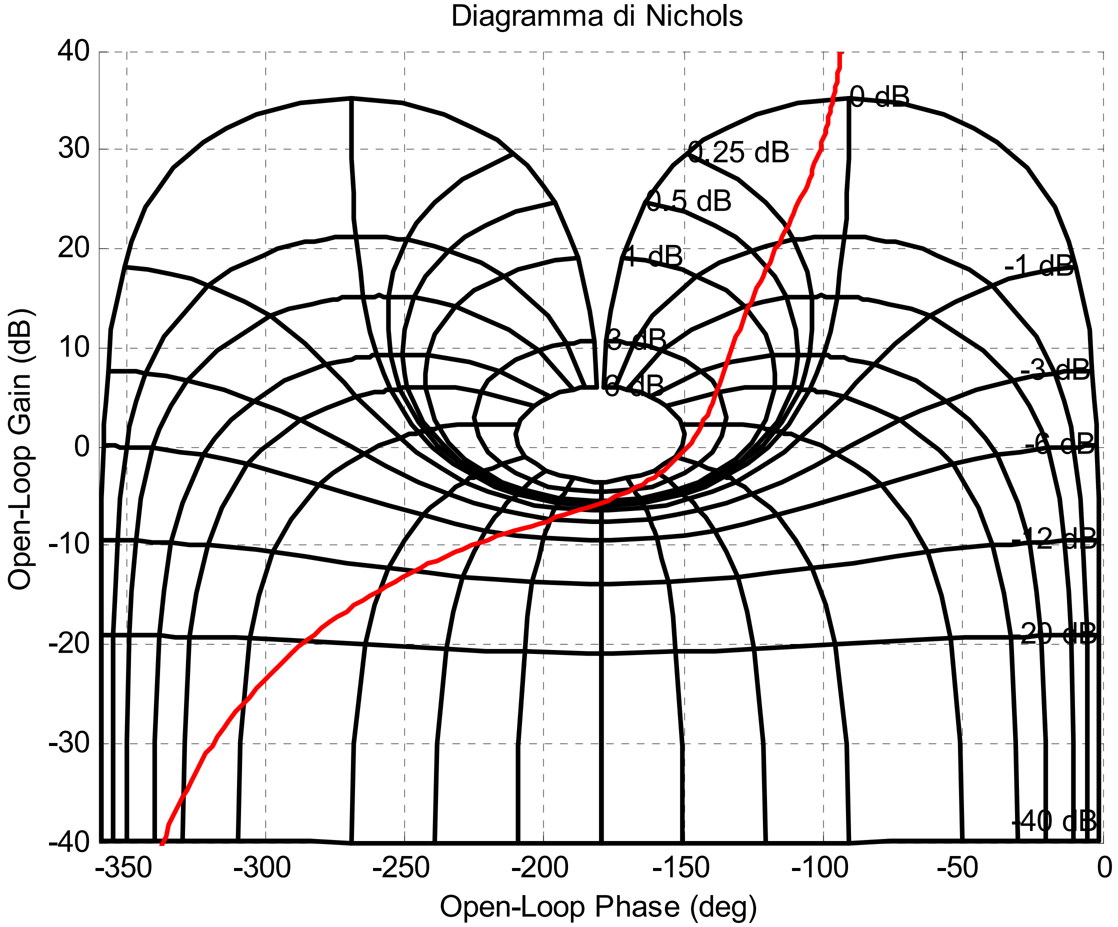


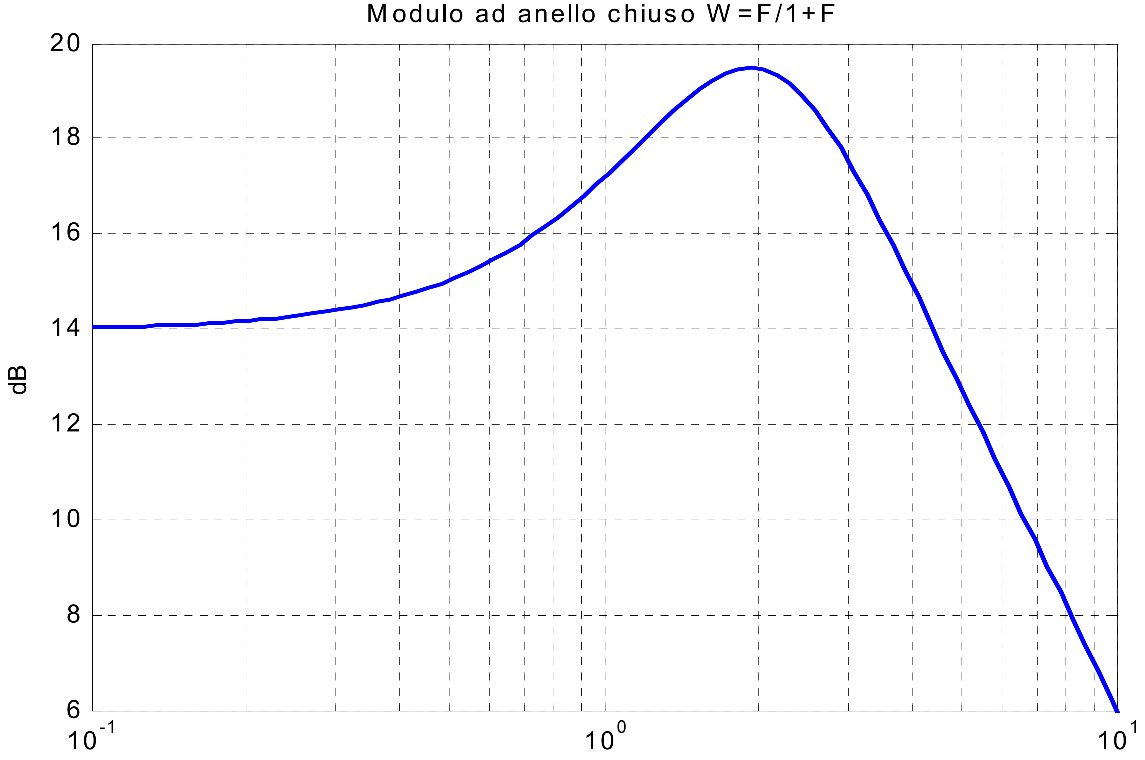
Diagramma di Nyquist
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-4.5
-4
-3.5
-3
-2.5
-2
-1.5
-1
-0.5
0
asse immaginario
asse reale



$$R_{ant}(s) = \frac{1+s}{1+1/10s}$$







Kw=5.00, B3=6.15rad/sec, B6=8.21rad/sec, Mr=5.5

$$G(z) := \frac{z+1}{(z+.5)(z+.6)}$$

$$U(z) := \frac{z}{z-1}$$

$$Y(z) := .5\frac{1}{z^2} + \frac{1}{z^2(z-1)}$$

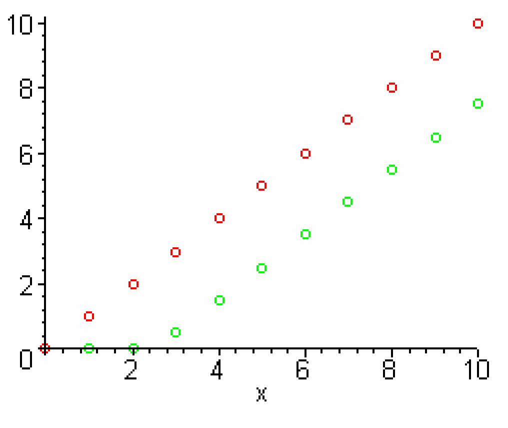
$$W(z) := .50\frac{z+1.}{z^3}$$

$$R(z) := -\frac{W(z)}{G(z)(-1+W(z))} \qquad R(z) := .10\frac{(2.z+1.)(5.z+3.)}{2.z^3-1.z-1.}$$

$$y\_rampa(z) := \frac{W(z)\,z}{(z-1)^2} \qquad y\_rampa(z) := .50\frac{z+1.}{z^2(z-1)^2}$$

$$y\_rampa(n) := .50\,\delta_0(-2+n) + 1.5\,\delta_0(-1+n) + 2.5\,\delta_0(n) - 2.5 + n$$

y_rampa := [[0, 0.], [1, 0.], [2, 0.], [3, .5], [4, 1.5], [5, 2.5], [6, 3.5], [7, 4.5], [8, 5.5], [9, 6.5], [10, 7.5]]



$$F(s)=\frac{s+3}{s^2-2s+1}=\frac{s+3}{(s-1)^2}$$

Una possibile rappresentazione è quella in forma compagna

$$A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}3 & 1\end{pmatrix}$$

ma il calcolo di e^{At} risulta complesso. Più semplice è scrivere il sistema in forma diagonale/Jordan mediante la decomposizione in poli e residui

$$F(s)=\frac{1}{s-1}+\frac{2}{(s-1)^2}$$

Notiamo che si forma un blocco di Jordan di ordine 2

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}2 & 1\end{pmatrix}$$

con $y=2x_1+x_2$. Dalle condizioni iniziali assegnate abbiamo le seguenti condizioni sullo stato

$$\begin{cases}2x_{1,0}+x_{2,0}=3\\ 2\dot{x}_{1,0}+\dot{x}_{2,0}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2x_{1,0}+x_{2,0}=3\\ 2(x_{1,0}+x_{2,0})+x_{2,0}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2x_{1,0}+x_{2,0}=3\\ 2x_{1,0}+3x_{2,0}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_{1,0}=-3/4\\ x_{2,0}=3/2\end{cases}$$

per il calcolo dell'esponenziale procediamo con la decomposizione in somma e l'espansione in serie:

$$\text{A}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}=A_1+A_2$$

$$e^{At}=e^{A_1t}e^{A_2t}=\begin{pmatrix}e^t & 0\\ 0 & e^t\end{pmatrix}\bullet\left[\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}t\right]=\begin{pmatrix}e^t & 0\\ 0 & e^t\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & t\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}e^t & te^t\\ 0 & e^t\end{pmatrix}$$

quindi

$$e^{At}x_0\Big|_{t=2}=\begin{pmatrix}e^t & te^t\\ 0 & e^t\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3/4\\ 3/2\end{pmatrix}\Bigg|_{t=2}=-\frac{3}{4}e^t+\frac{3}{2}te^t+\frac{3}{2}e^t\Bigg|_{t=2}=27.7090$$