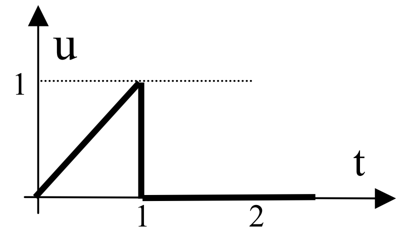
Esame di Fondamenti di Automatica N.O. 1° Modulo

Corso di Laurea Nuovo Ordinamento in Ingegneria Elettronica

1 febbraio 2002 – Compito **A**

1. Dato il sistema **G(s)=(s+1)/(s+3)** ricavare, tramite la Trasformata di Laplace, la risposta **y(t)** ad un ingresso **u(t)** il cui andamento temporale è sopra raffigurato. Determinarne, quindi, il limite per **t** tendente all'infinito.



---

2. Sia dato un processo **P(s)** descrivibile mediante la funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{1000(s/170+1)}{s^2+50s+2500}$$

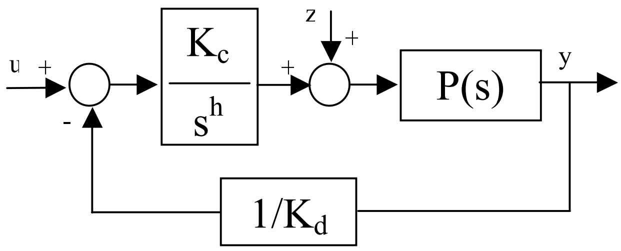
Sintetizzare il sistema di controllo in figura (determinare **h** e $\mathbf{K_c}$) in modo tale che:

- il guadagno a ciclo chiuso sia uguale a **3**
- l'errore per ingresso a rampa **u(t)=2t** sia minore o uguale a **0.45**
- il sistema a ciclo chiuso sia comunque stabile (usare il criterio di **Routh**)

Scelto una valore di $\mathbf{K_c}$ compatibile con le specifiche, ma che garantisca un alto margine di fase, tracciare i diagrammi di **BODE** e **NYQUIST** della funzione a ciclo aperto, e determinare su questi la pulsazione di attraversamento (ω_t) e i margini di stabilità ($\mathbf{m_\phi}$ e $\mathbf{m_g}$).

Infine calcolare:

- l'effetto in uscita a regime di un disturbo **z(t)=2t**.
- fino a che pulsazione l'errore di riproduzione di una sinusoide risulti minore di **0.3**.

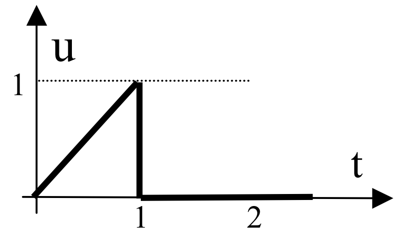


---

3. Linearizzare il seguente sistema non lineare nell'intorno del punto di equilibrio ottenuto con $\mathbf{u_0=0}$ ed $\mathbf{y_0<0}$. Determinare se il sistema che si ottiene sia asintoticamente stabile o meno.

$$2\dddot{y} + 3\dot{y}\ddot{y} + y^2 = \cos(u)$$

Cognome:	Nome:	Matricola:	Laurea N.O. Diploma



$u(t)=\delta_{-2}(t)-\delta_{-2}(t-1)-\delta_{-1}(t-1)$

$G(s)=\frac{s+1}{s+3}; U(s)=\frac{1}{s^2}-\frac{1}{s^2}e^{-s}-\frac{1}{s}e^{-s}=\frac{1}{s^2}(1-e^{-s})-\frac{1}{s}e^{-s}$

$Y(s)=G(s)U(s)$

$y(\infty)=\lim_{s\to 0} sY(s)=\lim_{s\to 0} s\frac{s+1}{s+3}(\frac{1}{s^2}(1-e^{-s})-\frac{1}{s}e^{-s})=$

$=\lim_{s\to 0}\frac{(s+1)(1-e^{-s}-se^{-s})}{s(s+3)}=\lim_{s\to 0}\frac{s-se^{-s}-s^2e^{-s}+1-e^{-s}-se^{-s}}{s^2+3s}=$

$\lim_{s\to 0}\frac{s+1-2se^{-s}-e^{-s}-s^2e^{-s}}{s^2+3s}=$

forma ambigua 0 su 0. Derivando:

$=\lim_{s\to 0}\frac{1-2e^{-s}+2se^{-s}+e^{-s}-2se^{-s}+s^2e^{-s}}{2s+3}=0$

questo risultato era atteso in quanto l'ingresso torna a zero e la G(s) è asintoticamente stabile

$Y_1(s)=\frac{1}{s}\frac{s+1}{(s+3)}=\frac{1}{3}\frac{1}{s}+\frac{2}{3}\frac{1}{(s+3)}$

$y_1(t)=\frac{1}{3}\delta_{-1}(t)+\frac{2}{3}\delta_{-1}(t)e^{-3t}$

$Y_2(s)=\frac{1}{s^2}\frac{s+1}{(s+3)}=\frac{2}{9}\frac{1}{s}+\frac{1}{3}\frac{1}{s^2}-\frac{2}{9}\frac{1}{(s+3)}$

$y_2(t)=\frac{2}{9}\delta_{-1}(t)+\frac{1}{3}\delta_{-2}(t)-\frac{2}{9}\delta_{-1}(t)e^{-3t}$

$y(t)=y_2(t)-y_2(t-1)-y_1(t-1)$

4

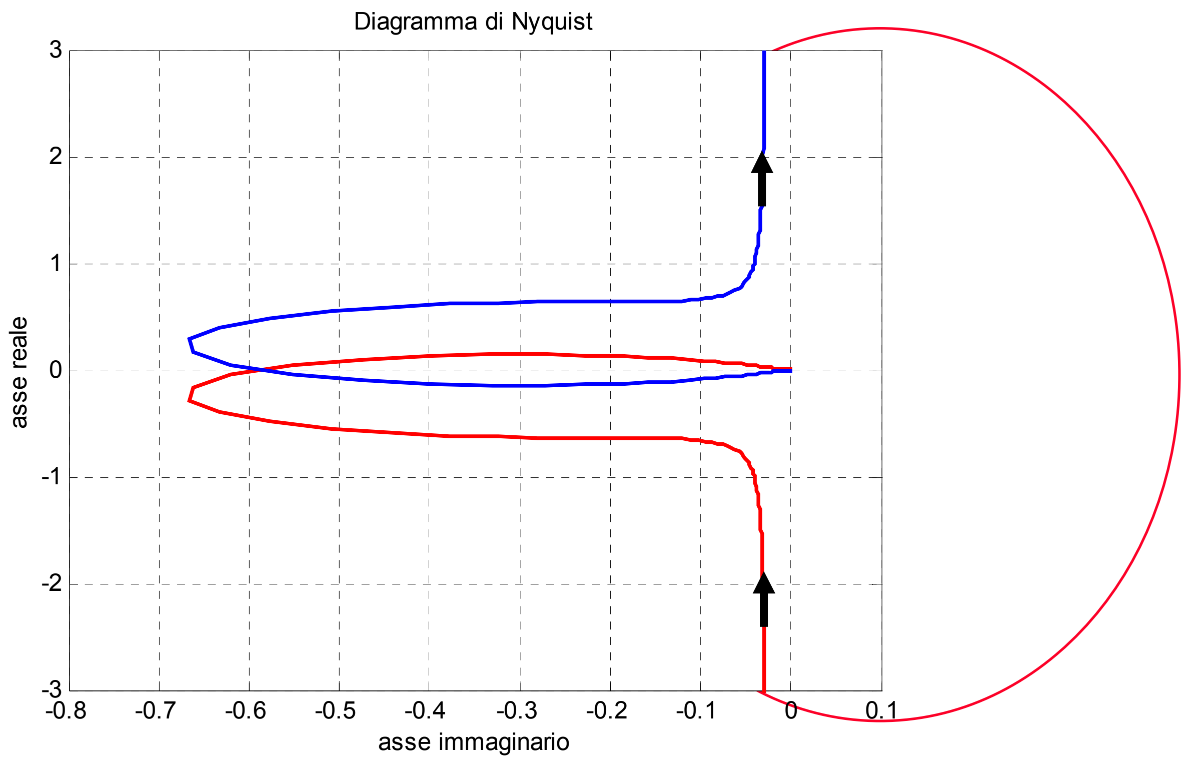
Kd=3 per avere il guadagno a ciclo chiuso richiesto, h=1 per avere un sistema di controllo di tipo 1 (errore finito per ingresso a rampa) e Kc>= 100 in conseguenza della specifica sull'errore. Per determinare il Kc massimo usiamo il criterio di Routh:

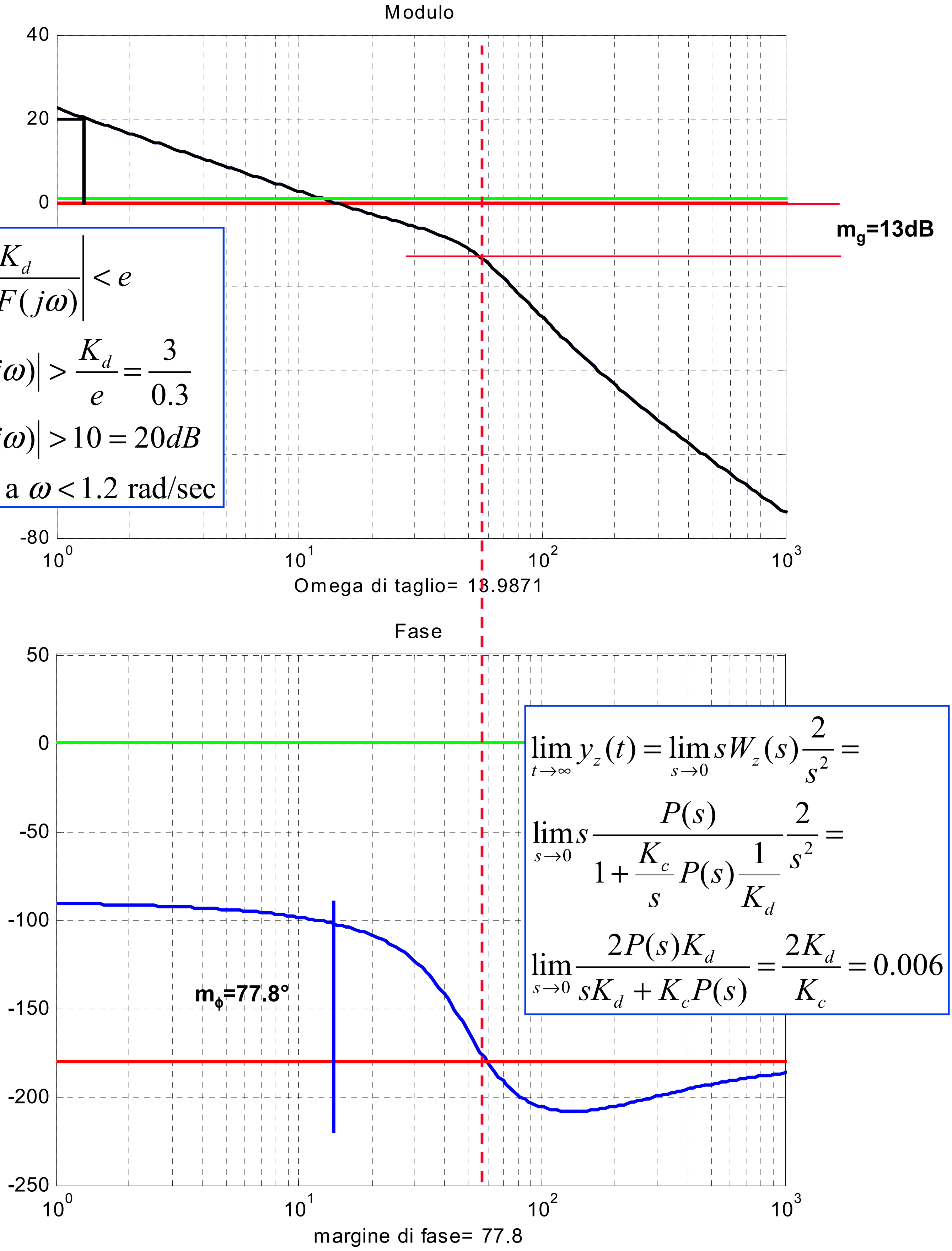
$$F(s)=\frac{K_c}{s}\frac{1000(s/170+1)}{s^2+50s+2500}\frac{1}{K_d}=\frac{K_c(1000/170s+1000)}{3s^3+150s^2+7500s}$$

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 3 & 7500+K_c*1000/170 \\ 2 & 150 & 1000K_c \\ 1 & \dfrac{3000K_c-150(7500+K_c*1000/170)}{-150} & \\ 0 & 1000K_c & \end{array}$$

$$\begin{cases} 1000K_c>0 \\ 3000K_c-150(7500+K_c*1000/170)>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_c>0 \\ K_c<531.25 \end{cases}$$

Per avere un margine di fase più alto possibile, visto che la fase tende a scendere sempre, scegliamo il Kc più piccolo (Kc=100) e disegniamo I diagrammi di Bode e Nyquist:





$$\left|\frac{K_d}{1+F(j\omega)}\right| < e$$

$$|F(j\omega)| > \frac{K_d}{e} = \frac{3}{0.3}$$

$$|F(j\omega)| > 10 = 20dB$$

fino a $\omega < 1.2$ rad/sec

$$\lim_{t\to\infty} y_z(t) = \lim_{s\to 0} sW_z(s)\frac{2}{s^2} =$$

$$\lim_{s\to 0} s\frac{P(s)}{1+\frac{K_c}{s}P(s)\frac{1}{K_d}}\frac{2}{s^2} =$$

$$\lim_{s\to 0}\frac{2P(s)K_d}{sK_d + K_cP(s)} = \frac{2K_d}{K_c} = 0.006$$

$2\ddot{y}+3\dot{y}\ddot{y}+y^2=\cos(u)$

Equilibrio $u_0=0$:

$y_0^2=\cos(u_0)=1$

$y_0=-1$ (vista la condizione su y_0)

Linearizzando e semplificando la condizione di equilibrio:

$2\Delta\ddot{y}+3\Delta\dot{y}\Delta\ddot{y}+2y_0\Delta y=\cos(u_0)-\sin(u_0)\Delta u$

semplificando la cond. di equilibrio ed eliminando il termine del secondo ordine:

$2\Delta\ddot{y}-2\Delta y=0$

Il polinomio caratteristico di quest eq. differenziale ($2\lambda^2$-2) contiene una radice a parte reale positiva, quindi risulta essere instabile.